فيتاغورس في الفضاء + المساحات و الحجوم + التكبير و التصغير

I المستوى

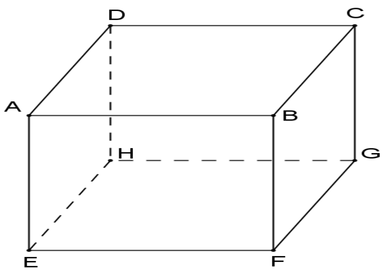
1) تعريف

المستوى هو مساحة غير محدودة من جميع الجوانب نرمز له ب (P) أو (Q) أو بثلاث أو بأربعة نقط تنتمي إليه .

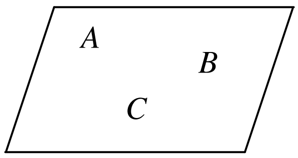
أمثلة :

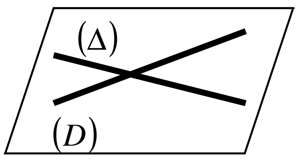
المســــتوى (P)

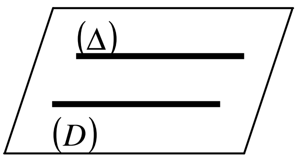
في الشكل جانبه توجد عدة مستويات في المتوازي المستطيلات $ABCDEFGH$ مثل المستوى (ABC) أو $(ADHE)$



- يتم تحديد مستوى بثلاث نقط غير مستقيمية أو بمستقيمين متقاطعين أو بمستقيمين متوازيين .







II الأوضاع النسبية لمستقيمين في الفضاء

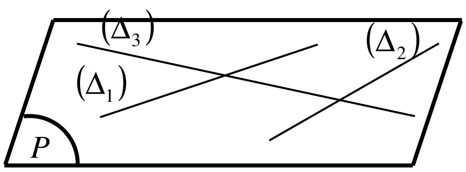
1) المتسقيمان المستوئيان

تعريف

يكون مستقيمان مستوئيان إذاكانا يوجدان في نفس المستوى

أمثلة :

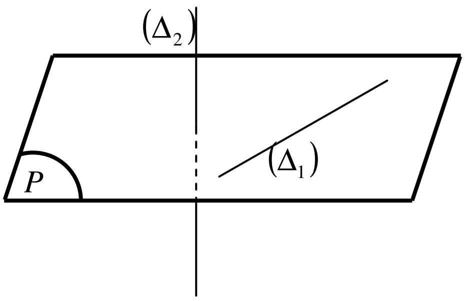
المستقيمات (Δ_2) و (Δ_1) و (Δ_3) مستوائية



2) المستقيمان الغير مستوائيين

تعريف

يكون مستقيمان غير مستوئيين إذا لم يوجد مستوى يتضمن الإثنين

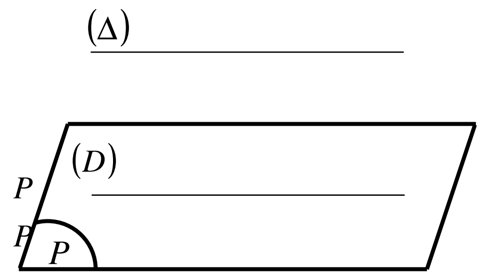


III التوازي في الفضاء

1) توازي مستقيم و مستوى

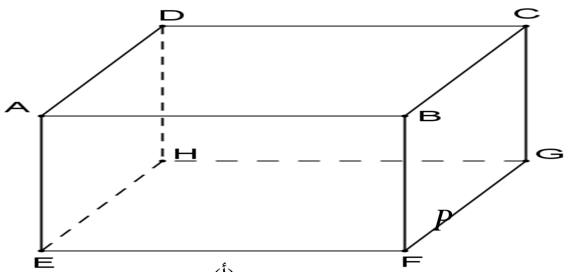
قاعدة 1

يكون مستقيم (Δ) يوازي مستوى (P) إذا وجد ضمن المستوى (P) مستقيم (D) يوازي المستقيم (Δ)



- **تطبيق :**

حدد المستقيمات الموازية للمستوى $(EFGH)$

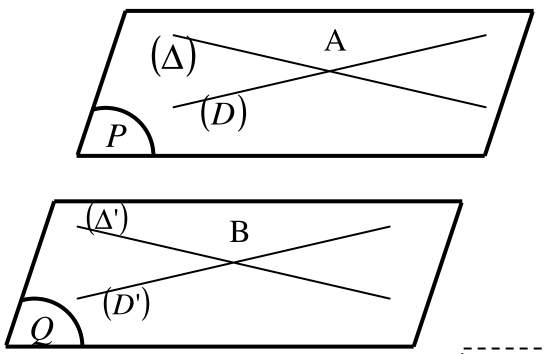


(أ)

2) توازي مستويان

- **قاعدة 2**

يكون مستوى (P) يوازي مستوى (Q) إذا كان ضمن المستوى (P) مستقيمان متاقطعان (Δ) و (D) يوازيان على التوالي مستقيمين (Δ') و (D') متقاطعين يوجدان ضمن المستوى (Q)

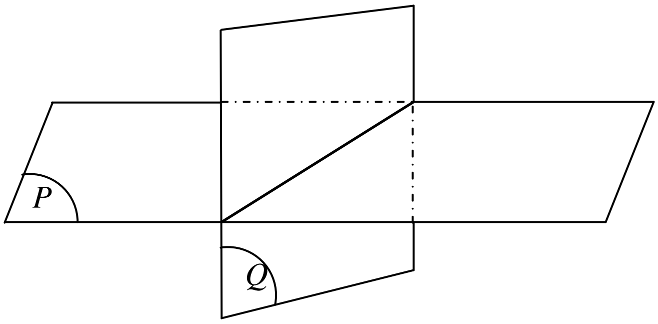


- **تطبيق** : حدد في الشكل (أ) المستويات المتوازي

قاعدة2 :

إذا لم يكون مستويان متاوزيين فإنهما يكونان متقاطعان وفـق مستقيم

مثال :

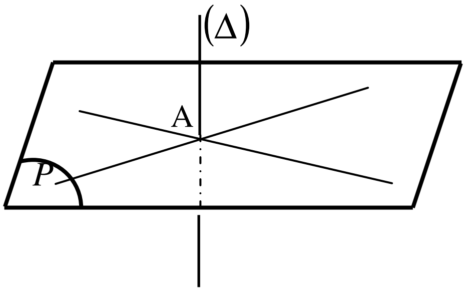


IV التعامد في الفضاء

قاعدة 1

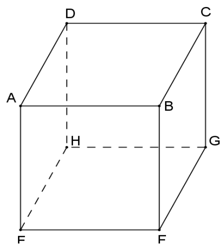
يكون مستقيم (Δ) عمودي على مستوى (P) في نقطة A إذا كان (Δ) عمودي على مستقيمين متقاطعين في النقطة A يوجدان ضمن المستوى (P)

مثال:



- **تطبيق :**

$ABCDEFGH$ مكعب
بين أن المستقيم (AB) عمودي على المستوى $(BCGF)$

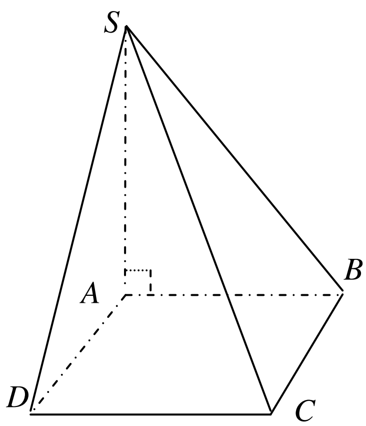


قاعدة 2

إذا كان مستقيم (Δ) عمودي على مستوى (P) فإن (Δ) عمودي على أي مستقيم يوجد ضمن المستوى (P)

- **تطبيقات :**

$SABCD$ هرم قاعدته المستطيل $ABCD$
بحيث $(SA)\perp(AB)$ و $(SA)\perp(AD)$
و $AB=5$ و $AD=3$ و $SA=6$
1) بين أن : $(SA)\perp(ABCD)$
2) إستنتج أن : $(SA)\perp(AC)$
3) أحسب : SB و AC ثم SC



V حساب الحجوم و المساحات

/* P_B = محيط القاعدة   /* S_B = مساحة القاعدة

/* S_L = المساحة الجانبية   /* S_T = المساحة الكلية

المجسم	المساحة الجانبية	المساحة الكلية	الحجم
موشور قائم إرتفاعه h	$S_L = P_B \times h$	$S_T = S_L + 2\times S_B$	$V = S_B \times h$
أسطوانة قائمة شعاعها R و ارتفاعها h	$S_L = P_B \times h$ أي $S_L = 2R\pi \times h$	$S_T = S_L + 2\times S_B$ أي $S_T = (2R\pi \times h) + 2(R^2\pi)$	$V = S_B \times h$ أي $V = (R^2\pi)\times h$
هرم إرتفاعه h	مجموع مساحات الأوجه الجانبية	$S_T = S_L + S_B$	$V = \frac{1}{3} S_B \times h$

• **تطبيقات:**

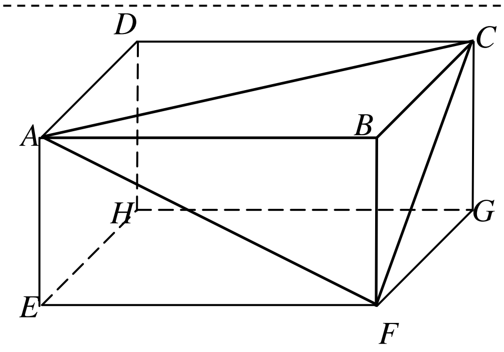
في الشكل جانبه $ABCDEFGH$ متوازي المستطيلات بحيث : $AB = 6$ و $BC = 5$ و $BF = 4$.

1) أحسب المساحة الجانبية للمتوازي المستطيلات $ABCDEFGH$

2) إستنتج المساحة الكلية لـ $ABCDEFGH$

3) أحسب حجم $ABCDEFGH$

4) أحسب حجم الهرم $ABCF$



VI التكبير و التصغير

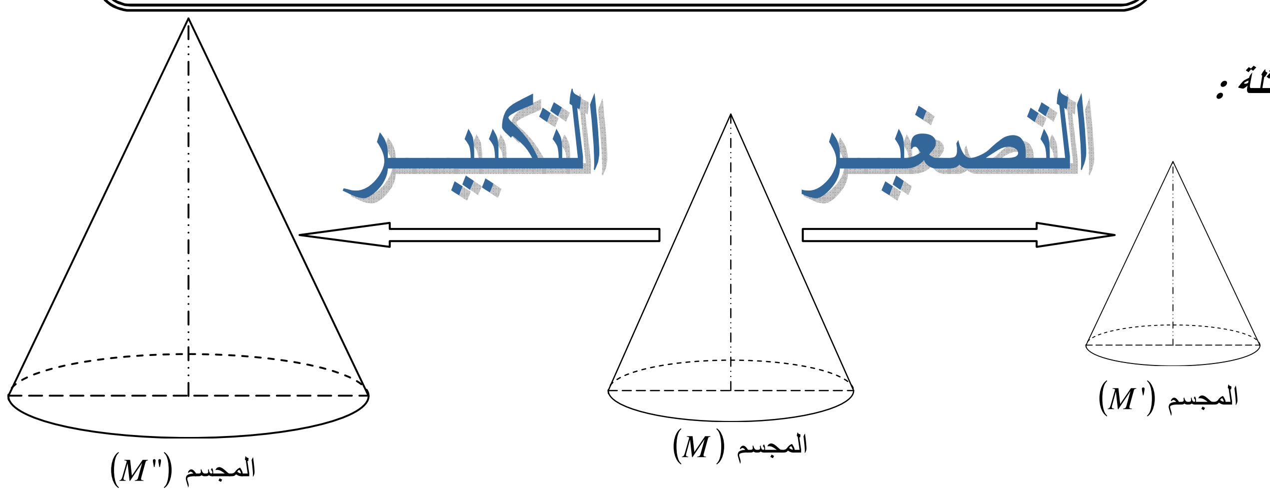
تعريف : عند ضرب جميع أضلاع مجسم (M) في نفس العدد الحقيقي الموجب **K** نحصل على مجسم (M') يشـــبه المجسم (M) :

إذا كان $\mathbf{K > 1}$ فإن المجسم (M') هـو **تكبيـــر** للمجسم (M) و نسبة هذا **التكبيـــر** هي K

إذا كان $\mathbf{K < 1}$ فإن المجسم (M') هـو **تصغيـــر** للمجسم (M) و نسبة هذا **التصغير** هي K

إذا كان $\mathbf{K = 1}$ فإن المجسمين (M) و (M') يكونان **متقايسين** .

أمثلة :



قاعدة1

ليكن المجسم (M') هو تكبير (تصغير) للمجسم (M) و K نسبة هذا التكبير(التصغير) .
وليكن V حجم المجسم (M) و (S) مساحة معينة منه و $[AB]$ أحد أضلاعه , و V' حجـم المجسم (M') و (S') مساحة معينة منه و $[A'B']$ أحد أضلاعه بحيث :
(S) و (S') متناظرتان و $[AB]$ و $[A'B']$ متناظران .

لدينا : $A'B' = K \times AB$ و $S' = K^2 \times S$ و $V' = K^3 \times V$

- **تطبيقات :**

$SABC$ هـرم قاعدته المثلث ABC القائم الزاوية في A .
بحيث : $(SA) \perp (AB)$ و $SA = 6cm$ و $AB = 5cm$
و $AC = 5cm$ و $SC = 2\sqrt{13}cm$
1) بين أن المثلث SAC قائم الزاوية .
2) إستنتج أن $(SA) \perp (ABC)$.
3) لتكن I منتصف القطعة $[BC]$, بين $(SA) \perp (AI)$.
4) أحسب V حجم الهرم $SABC$.
5) نقوم بتكبير الهرم $SABC$ فنحصل على الهرم $SA'B'C'$ حجمه V' يساوي $1080cm^3$.
a) أحسب K نسبة التكبيـر
b) إستنتج مساحة المثلث $A'B'C'$.
c) أحسب CC'