



الفصل الثاني

أنظمة العد

- [2-1 النظام العشري](#)
- [2-2 النظام الثنائي](#)
- [2-2-1 التحويل من النظام العشري إلى الثنائي](#)
- [2-2-2 التحويل من النظام العشري إلى الثنائي](#)
- [2-2-3 إجراء العمليات الحسابية على الأعداد الثنائية الموجبة](#)
- [2-3 النظام الثماني](#)
- [2-3-1 التحويل من النظام العشري إلى الثماني](#)
- [2-3-2 التحويل من النظام العشري إلى الثماني](#)
- [2-3-3 التحويل من النظام الثماني إلى العشري](#)
- [2-3-4 التحويل من النظام الثماني إلى العشري](#)
- [2-3-5 جمع وطرح الأعداد الثمانية](#)
- [2-3-6 ضرب وقسمة الأعداد الثمانية](#)
- [2-4 النظام السداسي عشر](#)
- [2-4-1 التحويل من النظام السداسي](#)

View PDF

- 1) Click the download button
- 2) This will take you to our web page
- 3) Download the FREE product

[Download](#)

إعلانات حسوب

[عشر إلى
العشري
2-4-2 التحويل
من النظام
العشري إلى
السداسي
عشر
2-4-3 التحويل
من النظام
السداسي
عشر إلى
الثنائي
2-4-4 التحويل
من النظام
الثنائي إلى
السداسي
عشر
2-4-5 التحويل
من النظام
السداسي
عشر إلى
الثماني
2-4-6 التحويل
من النظام
الثماني إلى
السداسي
عشر
2-4-7 جمع و
طرح الأعداد
في النظام
السداسي
عشر
2-4-8 ضرب
وقسمة الأعداد
في النظام
السداسي
عشر
2-5 تمثيل
الأعداد السالبة
2-5-1 التمثيل
بواسطة
الإشارة و
المقدار
2-5-2 التمثيل
بواسطة
المكمل
للأساس
2-5-2 التمثيل
بواسطة
المكمل "للأساس
الأصغر"
2-5-4 جمع
وطرح الأعداد
الثنائية
باستعمال
المكمل لواحد
2-5-5 جمع و
طرح الأعداد
الثنائية
باستعمال
المكمل لاثنين](#)



- [2-5-6 طرق ضرب الأعداد الثنائية](#)
- [2-5-7 طرق قسمة الأعداد الثنائية](#)
- [2-6 تمثيل الأعداد بواسطة النقطة العائمة](#)



2-1 النظام العشري Decimal System :

يعتبر النظام العشري أكثر أنظمة العد استعمالاً من قبل الإنسان, وقد سمي بالعشري لأنه يتكون من عشرة أرقام هي (0..9) والتي بدورها تشكل أساس نظام العد العشري. وبشكل عام يمكن القول أن أساس أي نظام عد Base يساوي عدد الأرقام المستعملة لتمثيل الأعداد فيه, وهو يساوي كذلك أكبر رقم في النظام مضافاً إليه واحد. تمثل الأعداد في النظام العشري بواسطة قوى الأساس 10 وهذه تسمى بدورها أوزان خانات العدد ومثال ذلك العدد العشري : $N=7129.45$ حيث يمكن كتابته على النحو التالي : $N=7 \times 10^3 + 1 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 9 \times 10^0 + 4 \times 10^{-1} + 5 \times 10^{-2}$

2-2 النظام الثنائي Binary System :

إن الأساس المستعمل في النظام الثنائي هو 2 ويتكون هذا النظام من رقمين فقط هما 0 و 1 ويسمى كل منهما رقماً ثنائياً Binary Digit . ولتمثيل كل من الرقمين 0 و 1 فإنه لا يلزم إلا خانة واحدة, ولهذا السبب أصبح من الشائع إطلاق اسم بت Bit على الخانة التي يحتلها الرقم داخل العدد الثنائي.

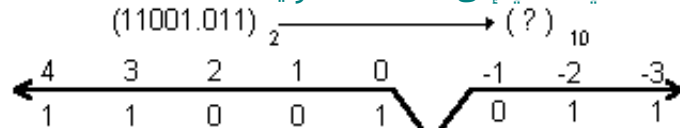
2-2-1 التحويل من النظام الثنائي إلى النظام العشري :

لتحويل أي عدد ثنائي إلى مكافئه العشري فإنه يجب علينا استعمال قانون التمثيل الموضعي للأعداد. و ينطبق هذا القانون عندما يكون الرقم الثنائي صحيحاً أو كسراً مع مراعاة أن أساس نظام العد هنا هو 2 .

$$N = a_n R^n + a_{n-1} R^{n-1} + \dots + a_0 R^0 + a_{-1} R^{-1} + \dots + a_{-m} R^{-m}$$

2-1 مشهد يوضح عملية تحويل العدد الصحيح من النظام الثنائي إلى العشري

مثال حول العدد الثنائي التالي إلى مكافئه العشري:



$$N = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 0 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3}$$

$$N = 1 \times 16 + 1 \times 8 + 1 \times 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = 25.625$$

$$(11001.011)_2 = (25.625)_{10}$$

2-2 مشهد يوضح عملية التحويل العدد الكسري من النظام الثنائي إلى العشري

2-2-2 تحويل الأعداد من النظام العشري إلى الثنائي :

• تحويل الأعداد العشرية الصحيحة الموجبة :
لتحويل أي عدد صحيح موجب من النظام العشري إلى الثنائي نستعمل طريقة الباقي Remainder Method الموضحة كالآتي:

1. أقسم العدد العشري على الأساس 2 .
2. أحسب باقي القسمة الذي يكون إما 1 أو 0 .
3. أقسم ناتج القسمة السابق على الأساس 2 كما في خطوة (1).
4. أحسب باقي القسمة كما في خطوة (2).
5. استمر في عملية القسمة وتحديد الباقي حتى يصبح خارج القسمة الصحيح صفرًا.
6. العدد الثنائي المطلوب يتكون من أرقام الباقي مقروءة من الباقي الأخير إلى الأول (لاحظ أن الباقي الأول يمثل LSD بينما يمثل الباقي الأخير MSD).

مثال لتحويل الرقم 12 من النظام العشري إلى الثنائي نتبع الآتي:

	الباقي	ناتج القسمة
1.	0	$12 \div 2 = 6$
2.	0	$6 \div 2 = 3$
3.	1	$3 \div 2 = 1$
4.	1	$1 \div 2 = 0$

إنهاء القسمة

فيكون الناتج (من أسفل إلى أعلى ومن اليسار إلى اليمين): $(1100)_2 = (12)_{10}$

2-3 مشاهد بوضوح عملية تحويل العدد العشري الصحيح إلى الثنائي

- تحويل الكسر العشري إلى ثنائي: لتحويل الكسر العشري إلى مكافئة الثنائي نضرب الكسر في الأساس 2 عددًا معينًا من المرات حتى نحصل على ناتج ضرب يساوي صفرًا أو حتى نحصل على الدقة المطلوبة.

مثال لتحويل الكسر العشري

$(0.75)_{10}$ إلى مكافئة الثنائي:

	0	75
	.	
		\times
		2

	1	50
		\times
		2

	1	00

MSD
↓
LSD

$$(0.75)_{10} = (0.11)_2$$

فيكون الناتج (من أعلى إلى أسفل ومن اليسار إلى اليمين) : (0.11)

مثال لتحويل الكسر العشري 0.126 إلى مكافئة الثنائي بدقة تصل إلى أربعة أرقام ثنائية:

	0	126
	.	
		\times
		2

	0	252
		\times
		2

	0	504
		\times
		2

	1	008
		\times
		2

	0	016

MSD
↓
LSD

$$(1.126)_{10} = (0.0010)_2$$

فيكون الناتج (من أعلى إلى أسفل ومن اليسار إلى اليمين) : (0.0010)

2-4 مشاهد بوضوح عملية تحويل الكسر العشري إلى الثنائي

- تحويل العدد العشري الكسري: يتم تحويل كل جزء على حدة ثم تضم النتائج مع بعض لتعطي النتيجة المطلوبة.

مثال تحويل العدد العشري 10.15 إلى مكافئة

الحل: 1. حول الجزء الصحيح إلى مكافئه الثنائي:

البقي	ناتج القسمة	
0	$10 \div 2 = 5$	1. الخانة الأدنى منزلة LSD
1	$5 \div 2 = 2$	2.
0	$2 \div 2 = 1$	3.
1	$1 \div 2 = 0$	4. الخانة الأعلى منزلة MSD

$$(10)_{10} \longrightarrow (1010)_2$$

يكون الناتج (من أعلى إلى أسفل ومن اليسار إلى اليمين):
2. ثم نحول الجزء الكسري كما يلي:

القسمة	إنهاء	الباقي	ناتج القسمة
0	.	15	$\times 2$
0		30	$\times 2$
0		60	$\times 2$
1		20	$\times 2$
0		40	

$$(0.15)_{10} = (0.001)_2$$

الناتج الكلي: $(10.15)_{10} = (1010.001)_2$

2-2-3 إجراء العمليات الحسابية على الأعداد الثنائية الموجبة:

يمكن إجراء العمليات الحسابية من جمع و طرح و ضرب و قسمة كما هو الحال في النظام العشري مع مراعاة أن أساس النظام المستعمل هنا هو 2.

• **عملية الجمع:** لو أخذنا عددين ثنائيين A, B وكان كل منهما يتكون من خانة واحدة فقط Bit, وبما أن كل خانة يمكن أن تكون 0 أو 1 فإنه يوجد للعددين معاً أربع احتمالات كالآتي:

A	B	المجموع S= A+B	الفيض Carry
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

أما إذا كانت الأعداد الثنائية مكونة من أكثر من خانة واحدة فإن عملية الجمع تنفذ بنفس طريقة الجمع في النظام العشري مع مراعاة أن أساس النظام العد المستعمل هو 2.

مثال(1): جمع العددين الثنائيين $(101)_2 + (011)_2 = (?)_2$

$$\begin{array}{r} \text{المحمول} \quad 111 \\ \text{العدد الأول} \quad 101 \\ + \\ \text{العدد الثاني} \quad 011 \\ \hline 1000 \end{array}$$

الناتج: $(101)_2 + (011)_2 = (1000)_2$

مثال(2): جمع العددين الثنائيين $(101101)_2 + (1011)_2 = (?)_2$

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 101101 \\
 + \\
 001011 \\
 \hline
 111000 \\
 (101101)_2 + (1011)_2 = (111000)_2
 \end{array}$$

الناتج : $(111000)_2$

2-5 مشهد بوض عملة جمع الأعداد الثنائية

• عملية الطرح (إذا كان المطروح أقل من المطروح منه): لو أخذنا عددين ثنائيين A,B وكان كل منهما يتكون من خانة واحدة فقط, فإنه توجد الاحتمالات التالية لعملية الطرح تكون كالآتي:

A	B	الفرق D=A-B	المستقرض Borrow
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	1	0
1	1	0	0

مثال(1): اطرح العددين الثنائيين $(110)_2 - (010)_2 = (?)_2$

$$\begin{array}{r}
 110 \\
 - 010 \\
 \hline
 100
 \end{array}$$

الناتج : $(100)_2 = (110)_2 - (010)_2$

مثال(2): اطرح العددين الثنائيين $(1010)_2 - (111)_2 = (?)_2$

$$\begin{array}{r}
 1010 \\
 - 0111 \\
 \hline
 0011
 \end{array}$$

الناتج : $(011)_2 = (1010)_2 - (111)_2$

2-6 مشهد بوض عملة طرح الأعداد الثنائية

• عملية الضرب:

مثال(1) ما هو ناتج ضرب العددين الثنائيين $(101)_2 \times (10)_2 = (?)_2$

$$\begin{array}{r}
 101 \\
 \times 10 \\
 \hline
 000 \\
 101 \\
 \hline
 1010
 \end{array}$$

الناتج : $(1010)_2 = (101)_2 \times (10)_2$

2-7 مشهد بوض عملة ضرب الأعداد الثنائية

• عملية القسمة:

مثال(1) ما هو ناتج قسمة $(1001)_2$ على $(11)_2$

$$\begin{array}{r}
 11 \\
 11 \overline{) 1001} \\
 \underline{11} \\
 11 \\
 \underline{11} \\
 00
 \end{array}$$

$$(1001)_2 + (11)_2 = (11)_2 : \text{الناتج}$$

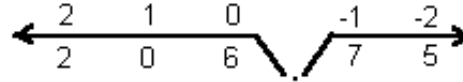
2-3 النظام الثماني Octal System :

كما هو معروف فإن أساس النظام الثماني هو العدد 8، وتتكون رموز هذا النظام من الأرقام (0,1,2,.....,7).

2-3-1 التحويل من النظام الثماني إلى العشري:

للتحويل من النظام الثماني إلى النظام العشري يستعمل قانون التمثيل الموضعي للأعداد مع مراعاة أن أساس نظام العد هنا هو 8 .

مثال حول العدد الثماني (206.75) إلى مكافئه العشري ؟



$$N = 2 \times 8^2 + 0 \times 8^1 + 6 \times 8^0 + 7 \times 8^{-1} + 5 \times 8^{-2}$$

$$N = 2 \times 64 + 6 \times 1 + 7 \times \frac{1}{8} + 5 \times \frac{1}{64}$$

$$N = 128 + 6 + \frac{7}{8} + \frac{5}{64}$$

$$N = 134 + 0.875 + 0.078125$$

$$N = 134.953125$$

$$(206.75)_8 = (134.953125)_{10} : \text{الناتج}$$

2-8 مشهد بوض عمليه التحويل من النظام الثماني إلى العشري

2-3-2 تحويل من النظام العشري إلى الثماني:

• تحويل الأعداد الصحيحة الموجبة: لتحويل أي عدد صحيح موجب من النظام العشري إلى الثماني نستعمل طريقة الباقي المشروحة في النظام الثماني مع مراعاة أن الأساس الجديد هو 8.
مثال حول العدد العشري 122 إلى مكافئه الثماني؟

	الباقي	نتاج القسمة
1.	2	$122 \div 8 = 15$
2.	7	$15 \div 8 = 1$
3.	1	$1 \div 8 = 0$

إنهاء القسمة

$$(122)_{10} = (172)_8 : \text{فيكون الناتج (من أسفل إلى أعلى ومن اليسار إلى اليمين):}$$

• تحويل الكسر العشري إلى مكافئه الثماني: لتحويل الكسر العشري إلى مكافئه الثماني فإننا نضرب الكسر في الأساس 8 عدداً معيناً من المرات حتى نحصل على ناتج ضرب يساوي صفراً أو حتى نحصل على الدقة المطلوبة.
مثال حول الكسر العشري 0.615 إلى مكافئه الثماني المكون من 4 خانات فقط.

	0	.	615
			8^x
	4		920 8^x
	7		360 8^x
	2		880 8^x
	7		040

MSD
↓
LSD

فيكون الناتج (من أعلى إلى أسفل ومن اليسار إلى اليمين): $(0.615)_{10} = (0.4727)_8$

• تحويل العدد العشري الكسري: في هذه الحالة نحول كل جزء على انفراد، ثم نضم الناتج مع بعض للحصول على الجواب المطلوب.

مثال حول العدد العشري 982.42 إلى مكافئه الثماني؟

الباقى	ناتج القسمة	
6	$982 \div 8 = 122$	1.
2	$122 \div 8 = 15$	2.
7	$15 \div 8 = 1$	3.
1	$1 \div 8 = 0$	4.

إنهاء القسمة

فيكون الناتج (من أسفل إلى أعلى ومن اليسار إلى اليمين): $(982)_{10} = (1726)_8$

MSD	0	.	42
			8 ^x
	3		36 ^x
			2 ^x
	2		88 ^x
			8 ^x
	7		04 ^x
			8 ^x
	2		32 ^x
			8 ^x
	2		56 ^x
			8 ^x
LSD	4		48

فيكون الناتج (من أعلى إلى أسفل ومن اليسار إلى اليمين): $(0.42)_{10} = (0.327224)_8$

العدد المطلوب:

$$(982.42)_{10} = (1726.327224)_8$$

2-9 مشهد بوض عملة التحويل من النظام العشري إلى الثماني

2-3-3 التحويل من النظام الثماني إلى الثنائي:

لتحويل أي عدد ثماني إلى مكافئه الثنائي نستبدل كل رقم من أرقام العدد الثماني بمكافئه الثنائي المكون من ثلاث خانوات و بذلك ينتج لدينا العدد الثنائي المكافئ للعدد الثماني المطلوب تحويله.

مثال حول العدد الثماني $(772.5)_8$ إلى مكافئه الثنائي ؟

$$\begin{array}{cccc}
 7 & 7 & 2 & . & 5 \\
 \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow \\
 111 & 111 & 010 & . & 101 \\
 (772.5)_8 & = & (111111010.101)_2
 \end{array}$$

2-10 مشهد بوض عملة التحويل من النظام الثماني إلى الثنائي

2-3-4 التحويل من النظام الثنائي إلى الثماني:

لتحويل الأعداد الثنائية الصحيحة إلى ثمانية نتبع الخطوات التالية:

1. نقسم العدد الثنائي إلى مجموعات كل منها مكون من ثلاث خانوات، و يجب أن نبدأ التقسيم من الرقم الأقل أهمية (LSD).
2. إذا كانت المجموعة الأخيرة غير مكتملة فإننا نضيف في نهايتها الرقم صفر حتى تصبح مكونة من ثلاث خانوات ثنائية.
3. نضم الأرقام الثمانية معاً للحصول على العدد المطلوب.
4. في حالة الكسور الثنائية نبدأ بالتقسيم إلى مجموعات من الخانة القريبة على الفاصلة.

مثال: حول العدد الثنائي التالي إلى مكافئه الثماني؟
 $(1011011010.1011)_2 = (?)_8$

$$\begin{array}{cccccc} 001 & 011 & 011 & 010 & . & 101 & 100 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow \\ 1 & 3 & 3 & 2 & . & 5 & 4 \\ (1011011010.1011)_2 = (1332.54)_8 \end{array}$$

2-11 مشهد بوضوح عملية التحويل من النظام الثنائي إلى النظام الثماني

2-3-5 جمع وطرح الأعداد الثمانية:

• جمع الأعداد الثمانية: عند جمع الأعداد الثمانية تتبع نفس الطريقة في حالة الأعداد العشرية مع مراعاة أن أساس نظام العد هو 8.

مثال اجمع العددين الثمانيين: $(176.7)_8 + (52.2)_8 = (?)_8$

$$\begin{array}{r} 176.7 \\ + 052.2 \\ \hline 251.1 \end{array}$$

الناتج: $(176.7)_8 + (52.2)_8 = (251.1)_8$

طرح الأعداد الثمانية:

مثال (1) اطرح العددين: $(260)_8 - (123)_8 = (?)_8$

$$\begin{array}{r} 260 \\ - 123 \\ \hline 135 \end{array}$$

الناتج: $(260)_8 - (123)_8 = (135)_8$

مثال (2) اطرح العددين: $(2005)_8 - (756)_8 = (?)_8$

$$\begin{array}{r} 2005 \\ - 756 \\ \hline 1027 \end{array}$$

الناتج: $(2005)_8 - (756)_8 = (1027)_8$

2-3-6 ضرب وقسمة الأعداد الثمانية:

يمكن تلخيص حقائق الضرب في الجدول ضرب الأعداد الثمانية
 مثال: أوجد حاصل الضرب:

$$(726)_8 \times (3)_8 = (?)_8$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ 726 \\ \times 3 \\ \hline 2602 \end{array}$$

$$(726)_8 \times (3)_8 = (2602)_8 \quad \text{الناتج}$$

مثال: أوجد ناتج عملية القسمة التالية:

$$(2602)_8 \div (3)_8 = (?)_8$$

$$\begin{array}{r} 0726 \\ 3 \overline{) 2602} \\ \underline{- 25} \\ 010 \\ \underline{- 6} \\ 22 \\ \underline{- 22} \\ 00 \end{array}$$

$$(2602)_8 \div (3)_8 = (726)_8 \quad \text{الناتج :}$$

ويمكن إجراء عملية الضرب أو القسمة بتحويل الأعداد المراد ضربها أو قسمتها إلى مكافئها الثنائي أو العشري وأجراء العملية المطلوبة ومن ثم تحويل الناتج إلى مكافئه الثماني.

2-4 النظام السداسي عشر:

إن أساس هذا النظام هو العدد 16 و الجدول التالي يبين رموز(أرقام) هذا النظام و الأعداد العشرية التي تكافؤها.

F	E	D	C	B	A	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	النظام السداسي عشر
15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	النظام العشري

2-4-1 التحويل من النظام السداسي عشر إلى العشري:

للتحويل من النظام السداسي عشر إلى العشري نستعمل قانون التمثيل الموضعي للأعداد مع مراعاة أن أساس هذا النظام هو 16.

مثال (1) حول العدد $(2AF3)_{16}$ إلى مكافئه العشري؟

$$N = 3 \times 16^0 + F \times 16^1 + A \times 16^2 + 2 \times 16^3$$

$$N = 3 \times 16^0 + 15 \times 16^1 + 10 \times 16^2 + 2 \times 16^3$$

$$N = 3 + 240 + 2560 + 4096$$

$$N = 6899$$

$$(2AF3)_{16} = (6899)_{10} \quad \text{الناتج:}$$

مثال (2) حول العدد $(0.3A)_{16}$ إلى مكافئه العشري؟

$$N = 3 \times 16^{-1} + A \times 16^{-2}$$

$$N = 3 \times \frac{1}{16} + 10 \times \frac{1}{256}$$

$$N = 0.1875 + 0.0390625$$

$$N = 0.2265625$$

$$(0.3A)_{16} = (0.2265625)_{10} \quad \text{الناتج:}$$

2-12 مشهد بوضوح عملية التحويل من النظام السداسي عشر إلى النظام العشري

2-4-2 التحويل من النظام العشري إلى السداسي عشر:

• لتحويل الأعداد الصحيحة الموجبة من النظام العشري إلى السداسي عشر: نستعمل طريقة الباقي و ذلك بالقسمة على الأساس 16.

مثال (1) حول العدد العشري $(72)_{10}$ إلى مكافئه السداسي عشر؟

ناتج القسمة الباقي

MSD	8	$72 \div 16 = 4$	1.
LSD	4	$4 \div 16 = 0$	2.

انتهاء القسمة

$$\text{الناتج: } (72)_{10} = (48)_{16}$$

مثال (2) حول العدد العشري $(1256)_{10}$ إلى مكافئه السداسي عشر؟

	الباقى	ناتج القسمة	
MSD	8	$1256 \div 16 = 78$	1.
	14	$78 \div 16 = 4$	2.
LSD	4	$4 \div 16 = 0$	3.

انتهاء القسمة

$$\text{الناتج: } (1256)_{10} = (4E8)_{16}$$

2-13 مشهد بوضوح عملية التحويل من النظام العشري إلى النظام السداسي عشر

• لتحويل الأعداد العشرية الكسرية: فإننا نضرب الكسر في الأساس 16 ثم نضرب الناتج في الأساس 16 و هكذا حتى نحصل على الدقة اللازمة.

مثال حول العدد العشري $(0.12)_{10}$ إلى مكافئه السداسي عشر، على أن يكون الجواب مكوناً من 4 أرقام؟

مثال حول العدد العشري

	0	.	12	
				x
			16	
MSD	1		92	x
			16	
	14		72	x
			16	
	11		52	x
			16	
LSD	8		32	

$$\text{الناتج: } (0.12)_{10} = (0.1EB8)_{16}$$

2-4-3 التحويل من النظام السداسي عشر إلى الثنائي:

• لتحويل أي عدد من النظام السداسي عشر إلى مكافئه الثنائي نتبع الآتي:

مثال حول العدد السداسي عشر $(D39A)_{16}$ إلى مكافئه الثنائي؟

1. نستبدل الخانات المكتوبة بدلالة الحروف إن وجدت في العدد بالأعداد العشرية المكافئة لها.

D	3	9	A
↓	↓	↓	↓
13	3	9	10

2. نستبدل كل عدد عشري بمكافئه الثنائي المكون من أربعة خانات.

13	3	9	10
↓	↓	↓	↓
1101	0011	1001	1010

$$(D39A)_{16} = (1101001110011010)_2$$

3. ثم نضم الأرقام الثنائية مع بعضها لنحصل على العدد المطلوب:

2-14 مشهد بوضوح عملية التحويل من النظام السداسي عشر إلى النظام الثنائي

2-4-4 التحويل من النظام الثنائي إلى السداسي عشر:

•لتحويل أي عدد صحيح من النظام الثنائي إلى السداسي عشر نتبع الآتي:

1. 4نقسم العدد الثنائي إلى مجموعات كل منها يتكون من 4خانات مع مراعاة أن يبدأ التقسيم من الرقم الأقل أهمية (LSD).
 مثال العدد الثنائي التالي 101001101101111001101 يصبح تقسيمه إلى مجموعات كالآتي:

1 0100 1101 1011 1100 1101

2. إذا كانت المجموعة الأخيرة غير مكتملة فإننا نضيف في نهايتها الصفر حتى تصبح مكونة من أربعة خانات:
 0001 0100 1101 1011 1100 1101

3. نحول كل مجموعة ثنائية إلى مكافئها في النظام العشري:

0001	0100	1101	1011	1100	1101
1	4	13	11	12	13

4. نستبدل كل رقم عشري (من الخطوة السابقة) أكبر من 9 بدلالة حروف النظام السداسي عشر:

1	4	13	11	12	13
1	4	D	B	C	D

5. نضم الأرقام الناتجة مع بعضها لنحصل على الجواب المطلوب في النظام السداسي عشر: 14BCD

6. إذا كان العدد الثنائي كسراً نبدأ بالتقسيم إلى مجموعات من الخانة القريبة على الفاصلة ثم نتبع باقي الخطوات المشروحة سابقاً.

2-15 مشهد يوضح عملية التحويل من النظام الثنائي إلى السداسي عشر

2-4-5 التحويل من النظام السداسي عشر إلى الثماني:

•لتحويل أي عدد من النظام السداسي عشر إلى النظام الثماني: نقوم أولاً بتحويله إلى النظام الثنائي كما مر معنا سابقاً و ذلك باستبدال كل رقم من أرقام العدد السداسي عشر إلى مكافئه الثنائي المكون من أربعة خانات، و بعد ضم الأرقام الثنائية إلى بعضها نقوم مرة أخرى بتقسيمها إلى مجموعات من ثلاثة خانات و نستبدل كل مجموعة برقم ثماني و بذلك نكون قد حصلنا على العدد الثماني المطلوب.

مثال حولي العدد السداسي عشر $(B51.DF2)_{16}$ إلى مكافئه الثماني:

الحل: 1. نقوم بتحويل العدد السداسي عشر إلى مكافئه الثنائي

B	5	1	.	D	F	2
11	5	1		13	15	2
1011	0101	0001	,	1101	1111	0010

2. ثم نعيد تقسيم العدد الثنائي إلى مجموعات كل منها يتكون من ثلاثة خانات ثنائية ثم نكتب العدد الثماني المكافئ لكل مجموعة:

101	101	010	001	.	110	111	110	010
5	5	2	1		6	7	6	2

الناتج: $(B51.DF2)_{16} = (5521.6762)_8$

2-16 مشهد يوضح عملية التحويل من النظام السداسي عشر إلى الثماني

2-4-6 التحويل من النظام الثماني إلى السداسي عشر:

•لتحويل أي عدد ثماني إلى النظام السداسي عشر: نقوم أولاً بتحويله من الثماني إلى الثنائي، ثم نقسم العدد الثنائي الناتج إلى مجموعات كل منها يتكون من أربعة خانات، و نقوم باستبدال كل مجموعة منها بما يكافؤها في النظام السداسي عشر.

مثال حول العدد الثماني $(163.45)_8$ إلى مكافئه السداسي عشر:

$$\begin{array}{ccccccccc} 1 & 6 & 3 & . & 4 & 5 & & & \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & & & \\ 001 & 110 & 011 & . & 100 & 101 & & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc} 001110011.10010100 & & & & & & \\ \hline \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & & \\ 7 & 3 & . & 9 & 4 & & \end{array}$$

$$\text{الناتج: } (163.45)_8 = (73.94)_{16}$$

2-17 مشهد يوضح عملية التحويل من النظام الثماني إلى السداسي عشر

2-4-7 جمع و طرح الأعداد في النظام السداسي عشر:

عند جمع وطرح الأعداد في النظام السداسي عشر نتبع نفس الأسلوب المستعمل في النظام العشري مع مراعاة أن أساس هذا النظام هو 16.

مثال (1) اجمع العددين التاليين: $(6AD)_{16} + (253)_{16} = (?)_{16}$

$$\begin{array}{r} 6AD \\ + 253 \\ \hline 900 \end{array}$$

$$\text{الناتج: } (6AD)_{16} + (253)_{16} = (900)_{16}$$

مثال (2) اجمع العددين التاليين: $(F6F)_{16} + (ABA)_{16} = (?)_{16}$

$$\begin{array}{r} F6F \\ + ABE \\ \hline 1A2D \end{array}$$

$$\text{الناتج: } (F6F)_{16} + (ABA)_{16} = (1A2D)_{16}$$

مثال (3) اطرح العددين التاليين: $(AED)_{16} - (826)_{16} = (?)_{16}$

$$\begin{array}{r} AED \\ - 826 \\ \hline 2C7 \end{array}$$

$$\text{الناتج: } (AED)_{16} - (826)_{16} = (2C7)_{16}$$

مثال (4) اطرح العددين التاليين: $(88E)_{16} - (70F)_{16} = (?)_{16}$

$$\begin{array}{r} 88E \\ - 70F \\ \hline 0DF \end{array}$$

$$\text{الناتج: } (88E)_{16} - (70F)_{16} = (DF)_{16}$$

2-4-8 ضرب وقسمة الأعداد في النظام السداسي عشر:

يمكن تلخيص حقائق الضرب في الجدول ضرب الأعداد في النظام السداسي عشر
مثال: أوجد حاصل الضرب:

$$(A14)_{16} \times (5)_{16} = (?)_{16}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ A14 \\ \times \quad 5 \\ \hline 3264 \end{array}$$

$$(A14)_{16} \times (5)_{16} = (3264)_{16} \text{ : الناتج}$$

مثال: أوجد ناتج عملية القسمة التالية:

$$(3264)_{16} \div (5)_{16} = (?)_{16}$$

$$\begin{array}{r} 0A14 \\ 5 \overline{)3264} \\ \underline{-32} \\ 006 \\ \underline{-5} \\ 14 \\ \underline{-14} \\ 00 \end{array}$$

$$(3264)_{16} \div (5)_{16} = (A14)_{16} \text{ : الناتج}$$

ويمكن إجراء عملية الضرب أو القسمة بتحويل الأعداد المراد ضربها أو قسمتها إلى مكافئها الثنائي أو العشري وإجراء العملية المطلوبة ومن ثم تحويل الناتج إلى مكافئه السداسي عشر.

2-5 تمثيل الأعداد السالبة:

- في العمليات الرياضية العادية يسمى العدد سالباً إذا سبقته إشارة ناقص(-)، و يسمى موجباً إذا سبقته إشارة زائد(+). أما في الحاسوب فتستعمل ثلاث طرق لتمثيل الأعداد السالبة وهي:-
- 1- التمثيل بواسطة الإشارة و المقدار Signed-Magnitude Representation.
 - 2- التمثيل بواسطة العدد المكمل للأساس Radixed-Complement Representation.
 - 3- التمثيل بواسطة العدد المكمل للأساس المصغر Diminished Radix Complement Representation.

2-5-1 التمثيل بواسطة الإشارة و المقدار:

لتمثيل الأعداد الثنائية داخل الحاسوب، اصطلح على استعمال الرقم "0" ليدل على الإشارة الموجبة و الرقم "1" ليدل على الإشارة السالبة. و يتكون العدد الممثل بهذه الطريقة من جزئين هما: الإشارة و المقدار. مثل العددين +24 ، -24 في كل من النظامين العشري و الثنائي بواسطة طريقة التمثيل بالإشارة و المقدار؟

الجواب:

في النظام العشري		في النظام الثنائي	
المقدار	الإشارة	المقدار	الإشارة
24	+	11000	0
24	-	11000	1

و عند التعامل مع الأعداد الثنائية الممثلة بالإشارة و المقدار، توضع عادة فاصلة بين خانة الإشارة و المقدار ويمكن كذلك وضع خط صغير تحت خانة الإشارة، أو يمكن استعمال الفاصلة و الخط الصغير معاً.

2-5-2 التمثيل بواسطة العدد المكمل للأساس Radixed-Complement Representation :

نفترض وجود العدد N ممثلاً بنظام عد أساسه R ، ونفترض كذلك أن هذا العدد يتكون من n خانة صحيحة و m خانة كسرية، و سنرمز

لمكمل العدد N على الأساس R ، \bar{N} حيث يمكن حساب العدد \bar{N} حسب العلاقة التالية:

$$\bar{N} = R^n - N \text{ (1)}$$

ويسمى العدد \bar{N} في النظام العشري "بالمكمل لعشرة" (10's Complement) و في النظام الثنائي "بالمكمل لاثنين" (2's Complement).

مثال (1) جد المكمل لعشرة للعدد 320.52 :
الحل:

$$\begin{aligned}\bar{N} &= R^n - N \\ &= 10^3 - 320.52 \\ &= 1000 - 320.52 \\ \bar{N} &= 679.48\end{aligned}$$

مثال (2) جد المكمل لاثنين للعدد الثنائي 101.1:
الحل:

$$\begin{aligned}\bar{N} &= 2^3 - 101.1 \\ &= 1000 - 101.1 \\ &= 10.1\end{aligned}$$

3-5-2 التمثيل بواسطة المكمل "للأساس الأصغر" Diminished Radix Complement Representation :

يسمى أساس نظام العد مصغراً إذا كان ينقص بمقدار واحد عن الأساس الأصلي. فمثلاً الأساس المصغر للنظام الثنائي هو 1 و كذلك الأساس المصغر للنظام العشري هو 9. و يرمز للمكمل للأساس المصغر بالرمز $\bar{\bar{N}}$ حسب العلاقة التالية:

$$\bar{\bar{N}} = R^n - N - R^{-m} \dots \dots \dots (2)$$

حيث أن:

R: أساس نظام العد.

N: العدد المطلوب إيجاد مكمله للأساس المصغر.

n: عدد خانات الجزء الصحيح.

m: عدد خانات الجزء الكسري.

يسمى المكمل للأساس المصغر في النظام العشري "بالمكمل لتسعة" (9's Complement) ويسمى في النظام الثنائي "بالمكمل لواحد" (1's Complement).

مثال (1) جد المكمل لتسعة للعدد 320.52:
الحل:

$$\begin{aligned}\bar{\bar{N}} &= 10^3 - 320.52 - 10^{-2} \\ \bar{\bar{N}} &= 1000 - 320.52 - 0.01 \\ \bar{\bar{N}} &= 679.47\end{aligned}$$

مثال (2) جد المكمل لواحد للعدد الثنائي 101.1:
الحل:

$$\begin{aligned}\bar{\bar{N}} &= 2^3 - 101.1 - 2^{-2} \\ \bar{\bar{N}} &= 1000 - 101.1 - 0.1 \\ \bar{\bar{N}} &= 10.0\end{aligned}$$

• المكمل لواحد 1's Complement :

بالإضافة إلى الطريقة المشروحة فيما سبق فإنه من الأسهل اتباع القاعدة التالية للحصول على المكمل لواحد لأي عدد ثنائي فإنه سالب: (للحصول على المكمل لواحد لأي عدد ثنائي فإنه يلزم أن نعكس خانات ذلك العدد بحيث نستبدل الواحد بالصفير والصفير بالواحد).

مثال جد المكمل لواحد للعدد الثنائي 100.10:

الحل: نعكس خانات العدد باستبدال الصفير بالواحد و الواحد بالصفير
الجواب هو: 011.01

• المكمل لاثنين 2's Complement :

$(n)=0$ فعلى سبيل المثال لو كانت $Y=-5, X=+5$ فإنه عند جمعها باستعمال المكمل لواحد ينتج:

$$\begin{array}{r} + 5 \quad 0.101 \\ - 5 \quad 1.010 \\ \hline 0 \quad 1.111 \end{array}$$

يلاحظ هنا أن جمع عددين متساويين في المقدار و مختلفين في الإشارة لا يعطي مباشرة الصفر بل يلزم تحويل النتيجة إلى المكمل لواحد، و يلاحظ كذلك أن إشارة الجواب سالبة أي (-0) .

5-5-2 جمع و طرح الأعداد الثنائية باستعمال المكمل لاثنين : Binary Addition and Subtraction Using 2's Complement

من مساوئ استخدام المكمل لواحد أنه عادةً إذا ظهر محمل مدور (End Around Carry) فإنه يجب جمعه مع الخانة الأولى للنتيجة، و هذه الخطوة تعتبر خطوة زائدة من شأنها أن تجعل عملية الطرح أو الجمع بطيئة. و للتخلص من المحمل المدور هذا تستعمل في الحاسوب طريقة تمثيل الأعداد السالبة بواسطة المكمل لاثنين. و لجمع و طرح الأعداد بواسطة المكمل لاثنين نتبع الأسلوب التالي:

نقوم بتمثيل العدد السالب بواسطة المكمل لاثنين ثم نجمعه مع العدد الآخر و إذا حدث محمل في خانة الإشارة فإنه يهمل و لا تلزم إضافته إلى النتيجة.

و لتوضيح فكرة استعمال المكمل لاثنين فإننا نورد الحالات التالية للعددين الثنائيين Y, X :

• الحالة الأولى: إذا كانت X موجبة، Y سالبة. نقوم في هذه الحالة بجمع الأعداد مباشرة و لا يلزم التحويل إلى المكمل لاثنين، و هذه الحالة تشبه الحالة الأولى التي ذكرناها في موضوع جمع و طرح الأعداد الثنائية باستعمال المكمل لواحد.

• الحالة الثانية: إذا كانت X موجبة، Y سالبة.

1. إذا كانت $|X| < |Y|$

في هذه الحالة نحول العدد السالب إلى المكمل لاثنين ثم نجمعه مع العدد الموجب، و إذا نتج محمل في خانة الإشارة نهمله.

مثال (1): $X=+12$ $+1100$
 $Y=-9$ -1001
 المكمل لاثنين للعدد -9 هو 10111

$$\begin{array}{r} + 12 \quad 0.1100 \\ - 9 \quad 1.0111 \\ \hline + 3 \quad *0.0011 \end{array}$$

النتيجة موجبة و هي $(+0011)$ و تساوي $(+3)$

مثال (2): $X=+9$ $+1001$
 $Y=-12$ 1100
 المكمل لاثنين للعدد -12 هو 10100

$$\begin{array}{r} + 9 \quad 0.1001 \\ - 12 \quad 1.0100 \\ \hline - 3 \quad 1.1101 \end{array}$$

إشارة النتيجة سالبة و هي بدلالة المكمل لاثنين، و للحصول على النتيجة الصحيحة يجب تحويلها مرة أخرى إلى المكمل لاثنين. أي أن النتيجة الصحيحة هي (-0011) أي (-3) .

• الحالة الثالثة: إذا كانت X سالبة، Y موجبة و هذه الحالة تشبه الحالة السابقة.

• الحالة الرابعة: إذا كانت X سالبة، Y سالبة

في هذه الحالة نحول كلا من العددين إلى المكمل لاثنين ثم نجمعهما.

مثال (3): $X=-9$ -1001
 $Y=-12$ -1100

نضيف خانة خامسة قيمتها الصفر إلى كل من العددين و ذلك لاستيعاب حالة الفيض.

$$-9 = -01001$$

$$-12 = -01100$$

ثم نحول كل عدد إلى المكمل لاثنين:
 المكمل لاثنين للعدد 9- هو 1.10111
 المكمل لاثنين للعدد 12- هو 1.10100

$$\begin{array}{r} 1.10111 \\ - 9 \\ \hline 1.10100 \\ - 12 \\ \hline 1.01011 \\ - 21 \end{array}$$

إشارة النتيجة سالبة و لذلك نحول النتيجة إلى المكمل لاثنين.
 أي أن النتيجة الصحيحة هي (10101-) و تساوي (-21).

5-6 طرق ضرب الأعداد الثنائية : Methods of Binary Multiplication

يمكن إجراء عملية الضرب في النظام الثنائي على الأعداد الممثلة بالإشارة و المقدار و كذلك الأعداد الممثلة بواسطة المكمل لواحد أو المكمل لاثنين. و لكن تعتبر طريقة الضرب باستخدام الأعداد الممثلة بالإشارة و المقدار الطريقة المثلى في حالتها الضرب و القسمة و ذلك لأن الإشارة السالبة يمكن التعامل معها بسهولة، حيث أن ضرب أي عددين مختلفين في الإشارة يعطي نتيجة سالبة الإشارة و كذلك قسمة عددين متشابهين في الإشارة تعطي أيضاً نتيجة موجبة الإشارة. وطرق الضرب المستعملة في الحاسوب كثيرة و تختلف فيما بينها من حيث سرعة تنفيذها داخل الحاسوب. و للتبسيط سنقوم هنا بشرح الطريقة المعروفة "بطريقة الضرب بواسطة الجمع المتتالي و الإزاحة".

• الضرب بواسطة الجمع المتتالي و الإزاحة Multiplication by Successive Addition & Shifting

سنستعرض في البداية الطريقة العادية المتبعة لتنفيذ عملية الضرب باستعمال القلم و الورقة من خلال المثال التالي:
 ضرب العددين الثنائيين: Y=1001, X=1011

الحل:

$$\begin{array}{r} 1011 \\ \times 1001 \\ \hline 1011 \leftarrow \text{نتائج الضرب الأول} \\ 0000 \leftarrow \text{نتائج الضرب الثاني (إزاحة لليساار خانة واحدة)} \\ 0000 \leftarrow \text{نتائج الضرب الثالث (إزاحة لليساار خانتين)} \\ 1011 \leftarrow \text{نتائج الضرب الأخير (إزاحة لليساار ثلاث خانات)} \\ \hline 1100011 \text{ النتيجة النهائية} \end{array}$$

إن طريقة (خوارزمية) عملية الضرب المستعملة في هذا المثال، هي أننا ضربنا الخانة الأولى من المضروب به في المضروب ثم جمعنا إلى الناتج حاصل ضرب الخانة الثانية من المضروب به في المضروب و هكذا. و يمكن توضيح طريقة الضرب هذه من خلال المثال التالي:

$$\begin{array}{r} \text{المضروب (Multiplicand)} \quad 1011 \\ \text{المضروب به (Multiplier)} \quad 1001 \\ \hline + 1011 \leftarrow \text{نتائج الضرب الأول} \\ 0000 \leftarrow \text{نتائج الضرب الثاني} \\ \hline + 01011 \leftarrow \text{مجموع الضرب الأول و الثاني} \\ 0000 \leftarrow \text{نتائج الضرب الثالث} \\ \hline + 001011 \leftarrow \text{مجموع نتائج الضرب الثالث} \\ + \text{ مع المجموع السابق} \\ \hline 1011 \leftarrow \text{نتائج الضرب الرابع} \\ \hline 1100011 \leftarrow \text{مجموع نتائج الضرب الرابع} \\ \text{مع المجموع السابق} \\ \text{(المجموع النهائي)} \end{array}$$

أما داخل الحاسوب فتستعمل الطريقة المعدلة التالية، و هي أن نعتبر أن ناتج الضرب الابتدائي يساوي صفرًا ثم نجمع إليه حاصل الضرب الأول و هكذا:

المضروب	1011	
المضروب به	1001	
	0000	← ناتج الضرب الابتدائي صفرًا
+	1011	← ناتج الضرب الأول
	1011	← المجموع الأول
	0000	← ناتج الضرب الثاني
	01011	← المجموع الثاني
+	0000	← ناتج الضرب الثالث
	001011	← المجموع الثالث
+	1011	← ناتج الضرب الرابع
	1100011	← المجموع الرابع (النتيجة النهائية)

و كما نلاحظ، لا تختلف هذه الطريقة عن سابقتها سوى في إضافة ناتج ضرب ابتدائي يساوي صفر، و يتضح من مثال هذه الطريقة فكرة الجمع المتتالي لناتج الضرب مع المجموع السابق.

2-5-7 طرق قسمة الأعداد الثنائية Binary Division:

بينما تعتبر عملية الضرب سلسلة من عمليات الجمع المتتالي و الإزاحة، فإن عملية القسمة تعتبر سلسلة من عمليات الطرح المتتالي و الإزاحة. و طرق تنفيذ عملية القسمة داخل الحاسوب متنوعة وكثيرة أيضاً و سنتكلم هنا عن أبسط هذه الطرق و هي طريقة القسمة باستعمال الطرح المتتالي، و هي طريقة شبيهة بطريقة القسمة باستعمال الورقة والقلم، و تطبق عادةً على الأعداد الممثلة بالإشارة و المقدار و في حالة كون إشارتي المقسوم و المقسوم عليه مختلفين تكون إشارة الناتج سالبة. و المثال التالي يوضح هذه الطريقة:

اقسم العدد 10110 على 111

الحل:

$$\begin{array}{r}
 00011.001001 \\
 111 \overline{) 10110} \\
 \underline{111} \\
 1000 \\
 \underline{111} \\
 001000 \\
 \underline{111} \\
 001000 \\
 \underline{111} \\
 001
 \end{array}$$

الجواب: 11.001001

2-6 تمثيل الأعداد بواسطة النقطة العائمة Representation of Numbers by Floating Point:

إن أي عدد عشري صحيح مثل 125 يمكن كتابته على النحو التالي:

$$125 = .125 \times 10^3 = 1.25 \times 10^2 = 12.5 \times 10^1$$

و إذا رمزنا للأساس 10 بالرمز E فإن العدد السابق يصبح كما يلي:

$$125 = .125E3 = 1.25E2 = 12.5E1$$

أما إذا كان العدد كسرياً مثل 0.00127، فيمكن كتابته على النحو التالي:

$$.00127 = 12.7 \times 10^{-4} = 1.27 \times 10^{-3} = .0127 \times 10^{-1}$$

و إذا استبدلنا الأساس 10 بالرمز E فإن تمثيل العدد يصبح كالآتي:

$$.00127 = 12.7E-4 = 1.27E-3 = .127E-2 = .0127E-1$$

يلاحظ مما سبق أن موقع النقطة داخل العدد عائم (غير ثابت) و يعتمد على الأس المرفوع له أساس نظام العد. و يمكن اعتبار أي عدد ممثل بواسطة النقطة العائمة منسجماً مع الشكل العام التالي:

$$\pm M \times E^{\pm P}$$

M الجزء الكسري من العدد. (Mantissa or Fraction)
 E أساس نظام العد.

P الأس (القوة) (Exponent or Characteristic).

يشترط في العدد الممثل بواسطة النقطة العائمة ألا يكتب على شكل عدد صحيح وألا يكون أول رقم فيه على يمين النقطة صفراً.

و يسمى هذا الشكل الموصوف بهذه الشروط بالشكل المعياري للعدد الممثل بالنقطة العائمة. و مثال ذلك العدد الثنائي 110.110 يمثل بالشكل المعياري بواسطة النقطة العائمة كما يلي:

$$.110110 \times 2^3$$

و عادة يكتب الشكل العام للعدد الممثل بالنقطة العائمة ضمن الكلمة (Word) داخل الحاسوب، و يخص لكل جزء من أجزاء الكلمة عدد معين من الخانات بما في ذلك الجزء الخاص بالإشارة، و ذلك حسب طول الكلمة المستعملة في الحاسوب و الشكل التالي يبين كلمة حاسوب تستعمل فيه النقطة العائمة.

أشارة العدد Sign	الجزء الكسري Mantissa	أشارة الأس Exponent Sign	الأس Exponent
---------------------	--------------------------	-----------------------------	------------------

إن الشكل العام لهذه الكلمة يمكن أن يختلف من حاسوب إلى آخر و خاصة فيما يتعلق بترتيب أجزاء الكلمة.

