مذكرة في تصميم أعمدة نقل القدرة

(Lecture Notes on Design of Power Transmission Shafts)

إعداد

دكتور/ أسامة محمد المرضي سليمان

Dr. Osama Mohammed Elmardi Suleiman

قسم الهندسة الميكانيكية

جامعة وادي النيل

عطبرة – السودان

يناير 2019م

تصميم أعمدة نقل القدرة

(Design of Power Transmission Shafts)

يشتمل تصميم العمود أساساً على تحديد قطر العمود الصحيح لضمان متانة وجساءة كافية في حال نقل قدرة تحت ظروف تشغيل وتحميل مختلفة. يكون العمود عادة دائري المقطع العرضي، ويمكن أن يكون أجوفاً أو مصمتاً.

بالنسبة للمتانة، ولتصميم الأعمدة من مواد مطيلية يتم استخدام نظرية القص الأقصى. ولتصميم أعمدة من مواد قصفة يتم استخدام نظرية الإجهاد المتعامد الأقصى.

عادة ما تكون الأعمدة معرَّضة لأحمال الالتواء، الانحناء والمحور.

لأحمال التواء، يكون إجهاد قص الالتواء كالآتي:

$$\frac{\tau_{xy}}{r}=\frac{M_t}{J}\ ;\ \tau_{xy}=\frac{M_t r}{J}=\frac{M_t d\times 32}{2\pi d^4}=\frac{16M_t d}{\pi d^3}$$ (لأعمدة مصمتة)

$$\tau_{xy}=\frac{16M_t d_o}{\pi\left(d_o^4-d_i^4\right)}$$ (لأعمدة جوفاء)

لأحمال انحناء، يكون إجهاد الانحناء S_b (شد أو انضغاط) كالآتي،

$$\frac{S_b}{r}=\frac{M_b}{I}\ ;\ S_b=\frac{M_b r}{I}=\frac{M_b(d/2)}{\pi d^4/64}=\frac{32M_b}{\pi d^3}$$ (لأعمدة مصمتة)

$$S_b=\frac{32M_b d_o}{\pi\left(d_o^4-d_i^4\right)}$$ (لأعمدة جوفاء)

لأحمال المحور، يكون إجهاد الشد والانضغاط كالآتي،

$$S_a=\frac{F_a}{\left(\frac{\pi}{4}d^2\right)}=\frac{4F_a}{\pi d^2}$$ (لأعمدة مصمتة)

$$S_a=\frac{4F_a}{\pi\left(d_o^2-d_i^2\right)}$$ (لأعمدة جوفاء)

لعمود أجوف من مادة مطيلية يشتمل علي أحمال إلتواء، إنحناء، ومحور وباستخدام نظرية القص الأقصى المعدَّلة بإدخال عوامل الصدمة، الكلال، والعمود، يتم حساب قطر العمود طبقاً لشفرة (ASME) كالآتي:

$$d_o^3 = \frac{16}{\pi S_s\left(1-K^4\right)}\sqrt{\left[\left(K_b M_b\right)+\frac{\alpha F_a d_o\left(1+K^2\right)}{8}\right]^2+\left(K_t M_t\right)^2}$$

لعمود مصمت لا يملك تحميلاً محورياً أو يحمل تحميلاً محورياً صغيراً، تنخفض المعادلة عاليه إلي

$$d^3 = \frac{16}{\pi S_s}\sqrt{\left(K_b M_b\right)^2+\left(K_t M_t\right)^2}$$

حيث،

τ_{xy} = إجهاد قص الالتواء، N/m^2؛ d_o = القطر الخارجي، m

M_t = عزم الالتواء، N.m؛ d_i = القطر الداخلي، m

M_b = عزم الانحناء، N.m؛ F_a = حمل المحور، N ؛ $K = \frac{d_i}{d_o}$

K_b = عامل الصدمة والكلال لعزم الانحناء؛ K_t عامل الصدمة والكلال لعزم الالتواء

لأعمدة ثابتة (Stationary Shafts):

	K_b	K_t
حمل مسلَّط تدريجياً	1.0	1.0
حمل مسلَّط فجائياً	1.5 – 2.0	1.5 – 2.0

لأعمدة دوَّارة (Rotary Shafts):

	K_b	K_t
حمل مسلَّط تدريجياً	1.5	1.0
حمل مسلَّط فجائياً (صدمة خفيفة)	1.5 – 2.0	1.0 – 1.5
حمل مسلَّط فجائياً (صدمة ثقيلة)	2.0 – 3.0	1.5 – 3.0

S_b = (شد أو إنضغاط) إجهاد انحناء , N/m^2

S_a = (شد أو إنضغاط) إجهاد محوري , N/m^2

شفرة ASME لأعمدة فولاذ تجارية (commercial steel)

$S_s = 55\ MN/m^2$ (لعمود بدون مجري خابور)

$S_s = 40\ MN/m^2$ (لعمود بمجري خابور)

أيضاً يمكن إعتبار،

S_s (allowable) = 30% من حد المرونة ولكن ليس أكثر من 18% من المتانة القصوى في الشد لأعمدة بدون مجاري خوابير.

هذه القيم يتم خفضها بمقدار 25% في حال وجود مجاري خوابير.

α = عامل فعل العمود

$\alpha = 1$ (لوحدة حمل شد)

$$\alpha = \frac{1}{1 - 0.0044(L/k)} \quad \text{for } L/k < 115, \quad \text{لحمل إنضغاطي}$$

$$\alpha = \frac{S_y}{\pi^2 n E}\left(\frac{L}{k}\right)^2 \quad for\ L/k \rangle 115$$

$n = 1$ لأطراف مثبَّتة مفصلياً (for hinged ends)

n = 2.25 لأطراف مبنية (for fixed ends)

n = 1.6 لأطراف مقيَّدة جزئياً كما في المحامل (for ends partially restrained)

k = نصف قطر عزم القصور الذاتي = $\sqrt{I/A}$, m

I = عزم القصور الذاتي المستطيلي, m^4

A = مساحة المقطع العرضي للعمود, m^2

S_y = إجهاد الخضوع في الإنضغاط, N/m^2

لجساءة الإلتواء (torsional rigidity):

يكون تصميم الأعمدة مؤسساً على زاوية اللي المسموح بها. تتفاوت زاوية اللي من حوالي 0.3deg./m لأعمدة ماكينة العدة إلي حوالي 3 deg./m لأعمدة خطية (line shafting).

لعمود مستدير مصمت،

$$\frac{M_t}{J} = \frac{G\theta}{L}$$

$$\theta = \frac{M_t L}{GJ} = \frac{M_t L \times 32}{G\pi d^4}\ radians \times \frac{180}{\pi} = 584 M_t L / G d^4 (\text{deg})$$

لعمود مستدير أجوف،

$$\theta = 584 M_t L / G\left(d_o^4 - d_i^4\right)$$

حيث، θ = زاوية اللي، deg؛ L = طول العمود، m؛ M_t = عزم الالتواء، N.m؛

G = معاير المرونة الالتوائي، N/m^2؛ d = قطر العمود؛

المقاسات القياسية أو المعيارية للأعمدة: (Standard sizes of shafts)

حتى 25mm بزيادات مقدراها 0.8mm (increments)

من 25mm إلي 50mm بزيادات مقدارها 1mm.

من 50mm إلي 100mm بزيادات مقدارها 2mm.

من 100mm إلي 200mm بزيادات مقدارها 5mm.

عزوم الانحناء والالتواء هي العوامل الرئيسية المؤثرة على تصميم العمود.

يمكن تحديد عزم الالتواء الذي يعمل على العمود من المعادلة التالية:-

$$M_t = \frac{P}{\omega} = \frac{kW \times 1000 \times 60}{2\pi\, rev/\min} = \frac{9550 \times kW}{rev/\min}\, N.m$$

لإدارة سير، يمكن إيجاد العزم من $M_t = (T_1 - T_2)R \;\; N.m$

حيث، T_1 = الجانب المشدود للسير على الطارة، N.

T_2 = الجانب المرتخي للسير على الطارة، N.

R = نصف قطر الطارة، m.

لإدارة ترس، يتم إيجاد العزم من، $M_t = F_t R$

حيث F_t = القوة المماسية عند نصف قطر الخطوة، N.

R = نصف قطر الخطوة.

مسائل محلولة:

1/ عمود من الفولاذ التجاري بطول 1m ينقل قدرة مقدارها 65kW عند سرعة مقدراها 3600rev/min. خلال قارنة مرنة (flexible coupling) من محرك A.C. إلي مولِّد D.C. حدَّد مقاس العمود المطلوب بإفتراض أن العمود به مجري خابور وأنَّ الحمل يتم تسليطه تدريجياً.

الحل:

في هذه الحالة يكون للعمود إجهاد التواء فقط وتكون قيمة $K_t = 1$ بافتراض أنَّ الحمل يتم تسليطه تدريجياً.

$$S_s(\text{allowable}) = 40\text{MN}/\text{m}^2$$

$$S_s(\text{allowable}) = 16M_t / \pi d^3$$

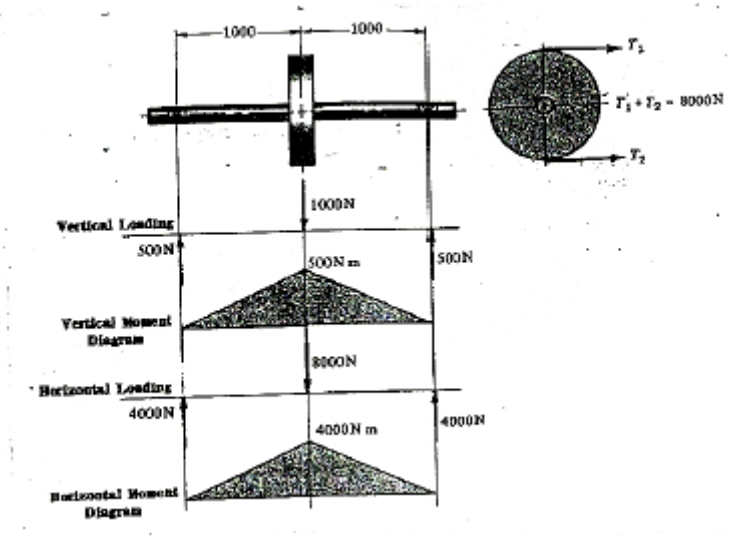
$$40\times10^6 = (16\times9550\times65/3600)\frac{1}{\pi d^3}$$

ومنها

$$\therefore d = \underline{28}\text{mm} \quad ، \quad d = 0.028\text{m}$$

استخدم 28mm بما أنَّه أقرب مقاس معياري.

2/ مقطع لعمود تجاري بين محملين بطول 2m يحمل طارة وزنها 1000N عند نقطة منتصفه، كما موضَّح في الشكل (1) أدناه. الطارة مثبَّتة بخابور على العمود وتستقبل قدرة مقدراها 30kW عند سرعة مقدارها 150rev/minوالتي يتم نقلها لقارنة مرنة خارج المحمل الأيمن مباشرة. تكون إدارة السير أفقية ومجموع قوي شد السير 8000N. إفترض $K_t = K_b = 1.5$. أحسب قطر العمود الضروري وحدِّد زاوية اللي بين المحامل. $G = 80\text{GN/m}^2$.



شكل (1)

من الضروري أولاً تحديد عزوم الإنحناء والالتواء القصوى، التي تعمل على العمود.

$$M_b(\max) = \sqrt{500^2 + 4000^2} = \underline{4031} N.m$$

$$M_t(\max) = 80(9550)/150 = \underline{1910} N.m$$

$S_s(allowable) = 40MN/m^2$ لعمود بمجري خابور

من بعد،

$$d^3 = \frac{16}{\pi S_s}\sqrt{(K_b M_b)^2 + (K_t M_t)^2} = \frac{16}{40\pi \times 10^6}\sqrt{(1.5\times 4030)^2 + (1.5\times 1910)^2}$$

والتي منها $d = \underline{94.8}\,\text{mm}$. استخدم عموداً بقطر (بمقاس) 96mm والذي أقرب مقاس قياسي.

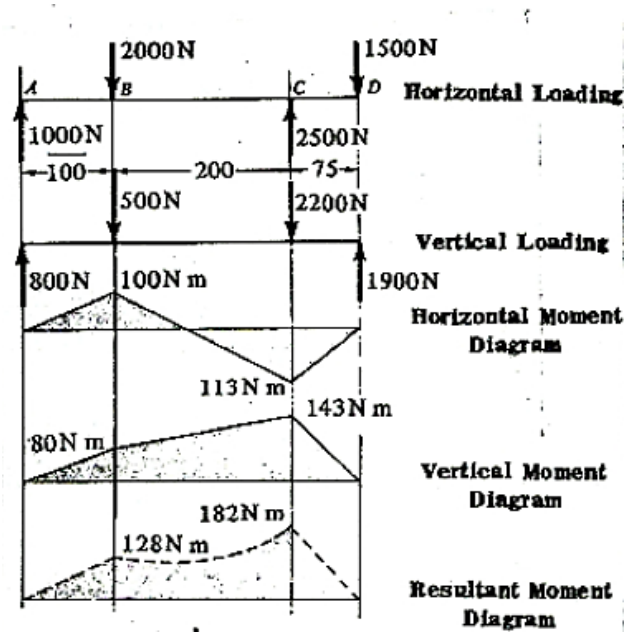
$$\theta = \frac{584 M_t L}{G d^4} = \frac{584\times 1910\times 1}{80\times 10^9 \times 0.096^4} = \underline{0.164°} \quad \text{(إلتواء)}$$

3/ الشكل (2) يوضح القوي العاملة على عمود فولاذ بحمل ترسان. يتم تثبيت التروس بخوابير عند B و D. النقاط A و C هما مراكز محامل جلبية (journal bearings). يتم نقل ستة كيلو

واط بسرعة 650rev/min للعمود. الإجهاد المسموح به لمقطع لا يوجد به خابور هو $80MN/m^2$ و $K_t = K_b = 1.5$.

(a) أرسم مخططات عزم الانحناء الأفقية، الرأسية والمحصلة. وضِّح القيَّم عند نقاط التغيير.

(b) حدِّد قطر العمود الضروري لأقرب mm. أشِر على المقطع الحرج.



شكل (2)

الحل:

عند المحمل C:

$$M_t(\max) = 6(9550)/650 = 88N.m$$

$$M_b(\max) = 182N.m$$

$$d^3 = \frac{16}{\pi(80\times10^6)}\sqrt{(1.5\times182)^2 + (1.5\times88)^2}$$

d = 26.8 mm,

بالتالي يتم استخدام عمود بقطر 27mm

مباشرة يمين الترس B:

$$M_t(\max) = 88N.m\ ,\ M_b(\max) = 128N.m$$

$$d^3 = \frac{16}{\pi(0.75)(80\times10^6)}\sqrt{(1.5\times128)^2 + (1.5\times88)^2}$$

ومنها d = 27.04mm.

بالتالي يتم استخدام عمود بقطر 27mm.

ملحوظة: بالرغم من أنَّ عزم الإنحناء عند الترس B يكون أقلَّ من ذلك عند المحمل C، فإنَّ نفس مقاس العمود يكون مطلوباً كنتيجة لمجري الخابور عند B.

4/ طارة بقطر 600mm تُدار بواسطة سير أفقي تنقل قدرة خلال عمود مصمت إلي ترس بنيون بقطر 262mm يُدير بدوره ترساً معشقاً معه. تزن الطارة 1200N لتعطي بعض تأثير الحدافة. ترتيبة العناصر، أحمال الشد على السير، ومكونات ردود أفعال الترس على البنيون يتم توضيحها في الشكل (3) أدناه. حدِّد قطر العمود الضروري مستخدماً قيمة مناسبة لعمود تجاري وعوامل كلال صدمي $K_b = 2$ و $K_t = 1.5$.

الحل:

$$M_t(\max) = (T_1 - T_2)(0.3) = (5000-1500)(0.3) = \underline{1050}N.m$$

$$M_b(\max) = \sqrt{(1244)^2 + (926)^2} = \underline{1551}N.m$$

$$S_s(allowable) = 40MN/m^2$$

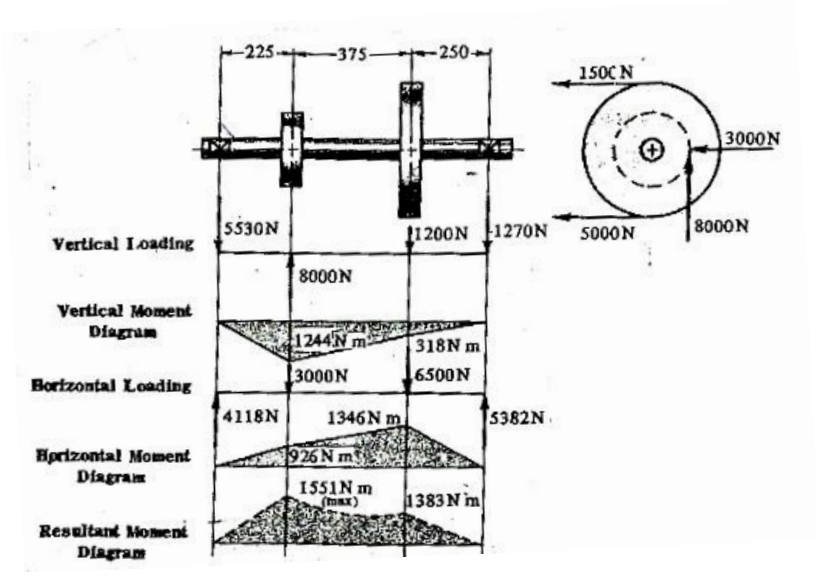
$$d^3 = \frac{16}{\pi\times40\times10^6}\sqrt{(2\times1551)^2 + (1.5\times1050)^2} = \underline{443\times10^{-6}}m^3$$

ومنها d = 76.2mm. استخدم قطر عمود $\underline{76}$ mm.

$$M_t \text{ للترس} = F_t\, r = 8000\times0.131 = \underline{\underline{1040}}N.m$$

عليه،

$$M_t(\max) = \underline{\underline{1050}} N.m$$



شكل (3)

5/ عمود يُدار بسرعة 600rev/min يتم إسناده على محامل تفصل بينهما مسافة 750mm كما موضح في الشكل (4) أدناه. يتم إمداد خمسة عشر كيلوواط إلي العمود خلال طارة قطرها 450mm موضوعة على بعد 250mm إلي يمين المحمل الأيمن. تُنقل القدرة من العمود خلال ترس عدل قطره 200mm موضوع على بعد 250mm إلي يمين المحمل اليساري. يكون سير الإدارة عند زاوية 60° فوق الخط الأفقي. تزن الطارة 800N لإعطاء بعض الأثر لحدافة. تكون نسبة شد السير 3:1. للترس شكل سنة مقدارها 20° (tooth form) ويزاوج ترساً أخراً موضوع مباشرة فوق العمود. إذا كان لمادة العمود المختارة متانة قصوى مقدارها $500MN/m^2$ ونقطة خضوع مقدارها $310MN/m^2$. أحسب القطر الضروري مستخدماً $K_b = 1.5$ و $K_t = 1.0$.

الحل:

$$M_t = 15(9550)/600 = \underline{239} N.m$$

من $(T_1 - T_2)(0.225) = 239$ ، $T_1 = 3T_2$, نحصل على

$$T_2 = 531N,\ T_1 = 1590N(T_1 + T_2) = \underline{2121}N$$

$$(0.1)F_t = 239,\ F_t = 2390N,\ F_s = 2390\tan 20° = \underline{870}N$$

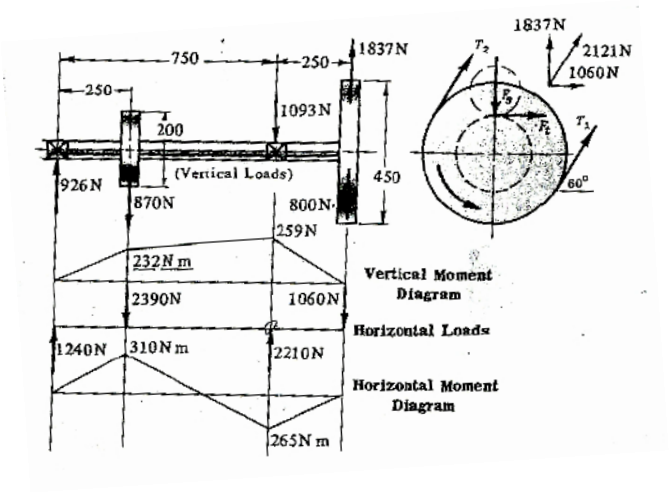
$$18\% \times 500 = 90MN/m^2, 30\% \times 310 = 93MN/m^2$$

$$S_s(allowable) = 75\% \times 90 = 67.5MN/m^2$$

$$M_b(\max) = \sqrt{(232^2 + 310^2)} = \underline{387}N.m$$

$$d^3 = \frac{16}{\pi \times 67.5 \times 10^6}\sqrt{(2 \times 387)^2 + 239^2}$$

أو d = 36.2mm. استخدم عمود بقطر 37mm.



شكل (4)

6/ عمود أجوف، بقطر خارجي 500mm وبقطر داخلي 300mm يتم إسناده بمحملين يفصل بينهما 6m. يُدار العمود بواسطة قارنة مرنة عند أحد الأطراف والذي بدوره يدير عمود دفع لسفينة بسرعة 100rev/mim. يكون الدفع الأقصى (max thrust) على عمود الدفع (propeller) 500kN عندما ينقل العمود 6000kW. يزن العمود 60kN. حدِّد إجهاد القص

الأقصى في العمود بالأخذ في الاعتبار وزن العمود وتأثير العمود (column) effect، إفترض $K_b = 1.5$ و $K_t = 1.0$.

الحل:

$$M_b(\max) = WL/8 = (60{,}000)(6)/8 = 45{,}000 N.m$$

$$M_t(\max) = 6{,}000(9550)/100 = 573{,}000 N.m$$

$$I = \pi(0.5^4 - 0.3^4)/64 = 2.67\times10^{-3} m^4, A = \pi(0.5^2 - 0.3^2)/4 = 0.126 m^2$$

$$k = \sqrt{I/A} = \sqrt{2.67\times10^{-3}/0.126} = 0.146m,\ L/k = 6/0.146 = \underline{41.1}$$

والتي تكون أقل من 115. بالتالي،

$$\alpha = \frac{1}{1 - 0.0044(41.1)} = 1.22$$

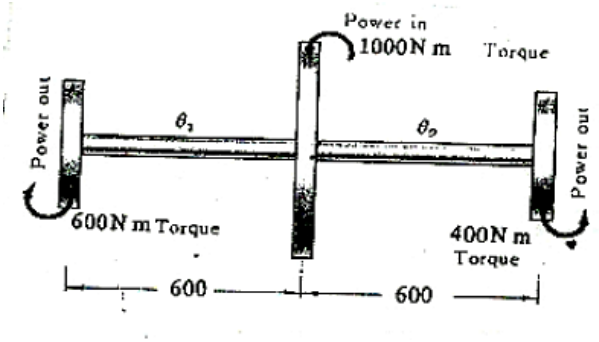
$$d_o = 0.5\text{m},\ d_i = 0.3\text{m, and } k = d_i/d_o = 0.3/0.5 = 0.6$$

$$S_s = \frac{16}{\pi d_o^3(1-k^4)}\sqrt{\left[K_b M_b + \frac{\alpha F_a d_o(1+k^2)}{8}\right]^2 + (K_t M_t)^2}$$

$$= \frac{16}{\pi(0.5)^3(1-0.6^4)}\sqrt{\left[(1.5\times45{,}000) + \frac{1.22\times500{,}000\times0.5(1+0.6^2)}{8}\right]^2 + (1\times573{,}000)^2}$$

$$= \underline{27.7}\ \text{MN/m}^2$$

7/ عمود بطول 1.2m يستقبل عزماً مقداره 1000Nm من طارة موضوعة عند مركز العمود، كما موضح في الشكل (5). هنالك ترساً عند الطرف الأيسر للعمود ينقل ما مقداره 600N.m من هذا العزم من العمود بينما يتم نقل المتبقي خلال ترس موضوع عند الطرف الأيمن للعمود. أحسب الإنحراف الزاوي للطرف الأيسر للعمود بالنسبة للطرف الأيمن للعمود إذا كان قطر العمود 50mm وهو مصنوع من الفولاذ. تجاهل تأثير مجاري الخوابير في التصميم.



شكل (5)

الحل:

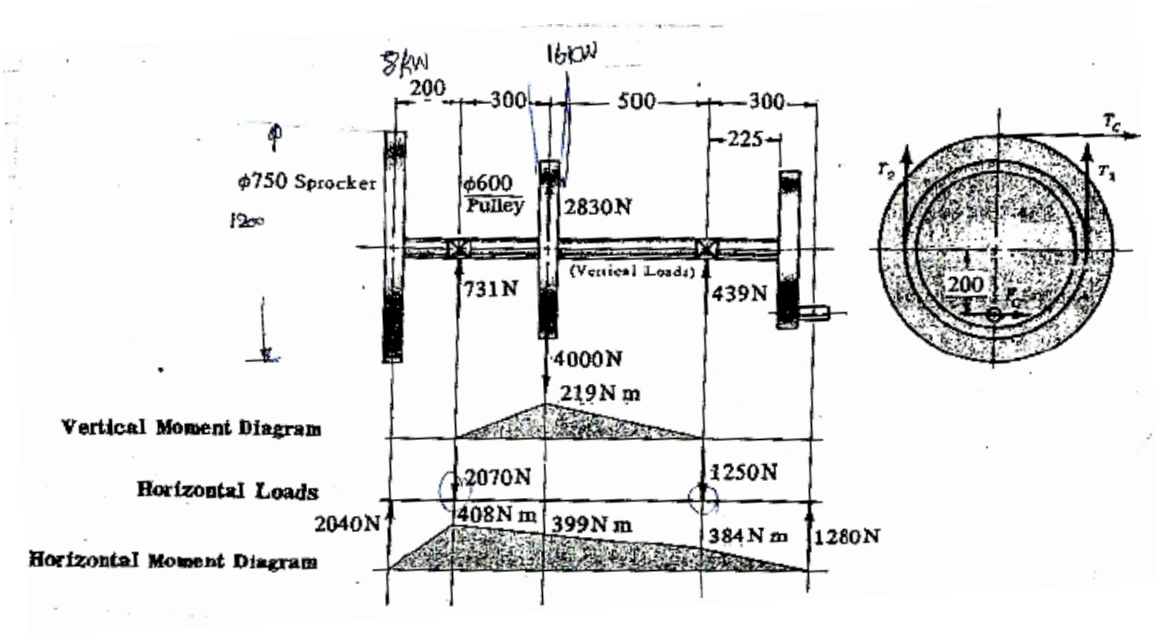
الإنحراف الزاوي لأحد طرفي العمود بالنسبة للطرف الآخر هو الفرق للإنحراف الزاوي للطرفين بالنسبة للمركز.

$$\theta_1 - \theta_2 = \frac{584(600)(0.6)}{Gd^4} - \frac{584(400)(0.6)}{Gd^4}$$

$$= \frac{584(0.6)(600-400)}{(80\times10^9)(0.05)^4} = \underline{0.140°}$$

8/ قدرة مقدارها 24kW يتم إمدادها لعجلة مسننة (sprocket) بواسطة جنزير إدارة كما موضح في الشكل (6). يتم أخذ 10kWبواسطة الطارة التي قطرها 600mm والتي تزن 4000N ويتم أخذ 8kW بواسطة المرفق الذي قطره 1200mm. يتم تمثيل القوة في الجنزير على الجانب المشدود بـ T_c.

يكون الشد في الجانب المرتخي صغيراً جداً بحيث يمكن تجاهله. نسبة الشد في السير هي 4:1. يدور العمود بسرعة 300rev/min. يتم تسليط الأحمال بصدمة متوسطة، $K_b = 2$ و$K_t=1.5$. حدِّد مقاس العمود الضروري إذا كان $S_s(allowable) = 55MN/m^2$. يتم إفتراض أنَّ العجلة المسننة والطارة مثبتتان بخابور على العمود.



شكل (6)

الحل:

من $(T_1 - T_2)(0.3) = 509$، و $T_1 = 4T_2$ نحصل على $T_1 = 2260N$

$T_2 = 566N$ و $(T_1 + T_2) = 2830N$، $F_c = 1280N$

$$M_t(sprocket) = 24 \times 9550/300 = 764N.m$$

$$M_t(pulley) = 2M_t(crank) = 509N.m, \quad M_t(crank) = 255N.m$$

$$M_b(\max) = \sqrt{399^3 + 219^2} = 455N.m \quad \text{(عند الطارة)}$$

$$M_t(\max) = 764N.m \quad \text{(عند الطارة)}$$

$$d^3 = \frac{16}{\pi S_s(0.75)}\sqrt{(K_b M_b)^2 + (K_t M_t)^2}$$

$$= \frac{16}{\pi(55\times10^6)(0.75)}\sqrt{(2\times455)^2 + (1.5\times764)^2} = 181\times10^{-6}\,m^3$$

والتي منها d = 56.5mm، استخدم عمود بقطر 58mm.

9/ حدِّد القطر الذي تكون تحته زاوية اللي للعمود، وليس الإجهاد الأقصى هي العامل المتحكِّم في تصميم عمود مصمت في الالتواء. يكون إجهاد القص المسموح به $55MN/m^2$ واللي الأقصى المسموح به هو 0.3deg./m. (خذ في الاعتبار عموداً بدون خابور). $G=80GN/m^2$.

الحل:

$$S_s(allowable)=16M_t/\pi d^3, \theta(allowable)=584M_tL/Gd^4$$

العزم الذي يمكن نقله في اللي المسموح به ، $M_t=\theta d^4G/584L$

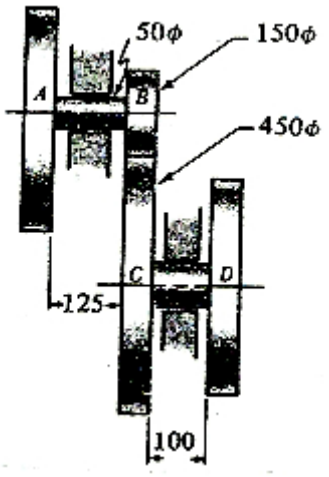
العزم الذي يمكن نقله في الإجهاد المسموح به ، $M_t=S_s\pi d^3/16$

بالتالي ،

$$\frac{\theta d^4G}{584L}=\frac{S_s\pi d^3}{16} \quad \text{أو} \quad \frac{(0.3)(d^4)(80\times10^9)}{584}=\frac{55\times10^6\pi d^3}{16}$$

والتي منها d = 263mm.

10/ العمودان AB و CD يتم توصيلهما بتروس عدلة (spur gears) كما موضَّح في الشكل (7). يتم تسليط ازدواج عند A يقوم بإجهاد العمود AB إلي $55MN/m^2$. حدِّد قطر العمود CD إذا كان إجهاد القص هنالك يجب ألاَّ يزيد عن $55MN/m^2$. تجاهل مجاري الخوابير وأيَّ فعل إنحناء. خذ $G = 80GN/m^2$.



شكل (7)

الحل:

يكون M_t على العمود CD 3 أضعاف M_t على العمود AB.

إجعل قطر العمود $d_1 = AB$، وقطر العمود $d_2 = CD$. بالتالي،

$$S_s \pi d_1^3 / 16 = S_s \pi d_2^3 / (16 \times 3)$$

وبما أنَّ $d_1 = 50mm$، فإنَّ القطر المطلوب $d_2 = 72mm$.

مسائل إضافية: (Supplementary Problems)

1. A 600mm pulley driven by a horizontal belt transmits power through a solid steel shaft to a 250mm pinion which drives a mating gear. The pulley weighs 1000N to provide some flywheel effect. The arrangement of elements, the belt tensions, and the components of the gear reaction on the pinion are as shown in Fig. (8) below.

(a) Sketch in order the following: vertical loading, vertical bending moment, horizontal loading, horizontal bending moment, and combined bending moment.

(b) Determine the necessary shaft diameter using ASME stress values for commercial shafting and shock and fatigue factors K_b = 2.0 and K_t = 1.5.

Ans. {M_t(max)=1050N.m, M_b(max)=1784N.m, d=71.2mm}

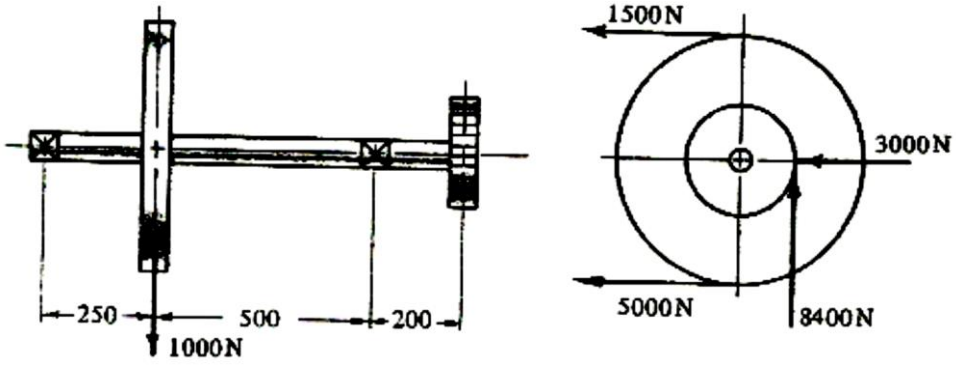


Fig. (8)

2. Power is transmitted to a shaft, supported on bearing 900mm apart, by a belt running on a 450mm pulley which overhangs the right bearing by 250mm. Power is transmitted form the shaft by a belt running on a 250mm pulley located midway between the bearings. The belt drives are at right angles to each other and the belt tensions are 3 to 1 with the total pull on the tight side of either belt being limited to 2400N.

(a) Draw the moment diagrams.

(c) Determine the necessary size of the transmission shafting (ultimate tensile strength 670MN/m^2), tensile elastic limit 120MN/m^2). Assume K_b = 1.5 and K_t = 1.0.

(b) Calculate the torsional deflection in degrees.

Ans. {M_t(max)=200N.m, M_b(max)=753N.m, d=40.2mm, θ=0.391°}

3. A steel shaft 2m long has applied to it a 1000N.m torque by a pulley located at the center of the shaft. A gear at the left end of the shaft applies 800N.m of torque to the shaft while a gear located 300mm to the left of the right end of the shaft applies 200N.m of torque. Calculate the angular deflection of the shaft if the shaft is 50mm in

diameter for a length of 1.2m form the left end of the shaft and 40mm in diameter in the remainder of the shaft. Neglect the effect of the keyways in the calculations.

Ans. {0.405°}

4. A horizontal piece of commercial shafting supported by two bearings 1.5m apart. A keyed gear, 20° involute and 175mm in diameter, is located 400mm to the left of the right bearing and is driven by a gear directly behind it. A 600mm diameter pulley is keyed to the shaft 600mm to the right of the left bearing and drives a pulley with a horizontal belt directly behind it. The tension ratio of the belt is 3 to 1 with the slack side on top. The drive transmits 45kW at 330rev/min, $K_b=K_t=1.5$.

(a) Draw moment diagrams showing values at the change points.

(b) Calculate the necessary shaft diameter.

(c) Calculate the angular deflection in degrees.

Ans. {M_t(max)=1302N.m, M_b(max)=4370N.m, d=95.5mm, θ=0.0571°}

5. A solid shaft and a hollow shaft are to be of equal strength in torsion. The hollow shaft is to be 10% larger in diameter than the solid shaft. What will be the ratio of the weight of the hollow shaft to that of the solid shaft? Both shafts are to be made of the same material.

Ans. {The hollow shaft will weigh 0.6 that of the solid shaft}

6. The coefficient of friction between the cam and the follower disk in Fig. (9) below is 0.3. The torque required to turn the cam under these conditions is supplied at the right end of the cam shaft. If the cam shaft is made of steel quenched and tempered to an ultimate tensile strength of 550MN/m^2 and a yield point of 390MN/m^2 what is the required maximum diameter of the cam shaft? The shock and fatigue factors selected for the loading condition present are K_b =2.0 and

K_t=1.5. Neglect the weight of the shaft and assume it is continuous from bearing to bearing. It is also assumed that the maximum effective torque occurs when the follower is at the top of its travel, where it is shown in Fig. (10).

Ans. {d = 24.8mm}

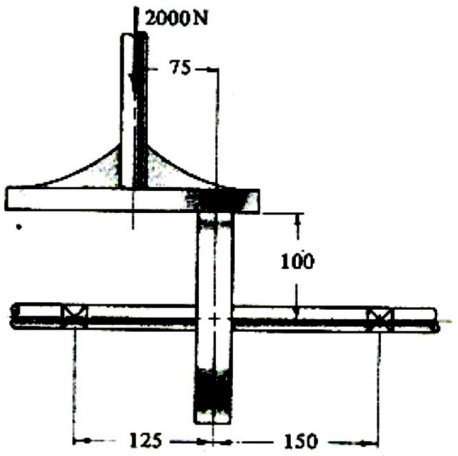


Fig. (9)

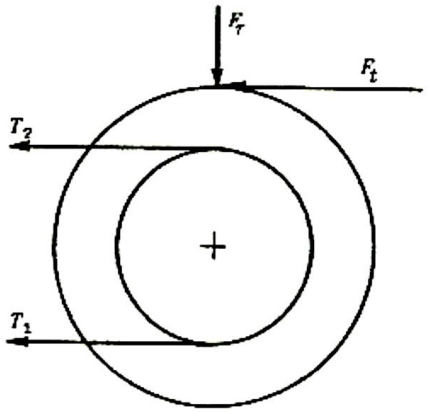


Fig. (10)

7. Two bearings located 900mm apart support a section of commercial shafting. A 2000N, 750mm diameter, 20-degree involute gear is keyed to the shaft 200mm to the right of the right bearing. A 300mm diameter sprocket is keyed to the shaft 500mm to the right of the left bearing. The combined weight of the sprocket and that part of the chain weight taken by the shaft is 800N downward. Assume no tension on the slack side of the chain. The gear receives 7kW at 210rev/min from a gear located above. Four kW is taken from the shaft at the sprocket and the remainder is taken form the shaft through a flexible coupling located 150mm to the left of the left bearing. Fig. (10) above shows an end view of the arrangement as observed from the right.

(a) Draw the bending moment diagrams showing values at the change points.

(b) Calculate the diameter of commercial steel shafting based upon strength.

(c) Calculate the angular deflection in degrees of the right end of the shaft with respect to the left end of the shaft when under load, neglecting the effect of the keyways and stiffening effect of the pulley and sprocket hubs.

Ans. {M_t(max)=318N.m, M_b(max)=492N.m, d=48.2mm, θ=0.378°}

8. A shaft is mounted between bearings located 9.5m apart and transmits 10,000kW at 90rev/min. The shaft weighs 66,220N, has an outside diameter of 450mm and an inside diameter of 300mm. Determine the stress induced in shaft and the angular deflection between bearings. Do not neglect the weight of the shaft.

Ans. {S_s = 111MN/m^2, θ = 2.24°}

9. Fig. (11) shows an arrangement for a motor and exciter with a pinion on the same shaft. The pinion drives a gear with the gear directly below the pinion. The motor develops 55kW at 200rev/min. The exciter absorbs 5kW, the remainder going to the pinion. The motor and exciter are assembled to the shaft by means of a force fit while the pinion is keyed to the shaft. For this unit, what is the required diameter of the shaft (a constant diameter of shaft will be used)? The shaft is to be made of steel which has an ultimate strength of 520MN/m^2 and yield point of 330MN/m^2. The pressure angle of the gears is 20 degrees, and the stub form of tooth is to be used. Neglect stress concentration due to force fits. Draw all moment diagrams, showing the value at change points. K_b=1.5 and K_t=1.5

   Ans. {M_t=2626N.m, Mb(max)=7014N.m, S_s(allowable)= 93.6MN/m^2, d=84.9mm}

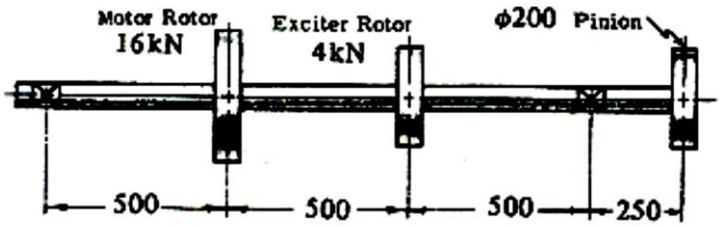


Fig. (11)

10. A line shaft, 5.4m long and 40mm in diameter, is rotating at 500rev/min and has 10kW input at one end. Six kW is taken out at a point 2.4m from the input end and the remaining 4kW is taken out at the opposite end. Using $G=80GN/m^2$, find the angular deflection of one end relative to the other due to this loading.

Ans. {$\theta=1.96°$}

11. A 250mm diameter solid shaft is used to drive the propeller of a marine vessel. It is necessary to reduce the weight of the shaft by 70%. What would be the dimensions of the hollow shaft made of the same material as the solid shaft?

Ans. {$d_o=438mm$, $d_i=416mm$}

12. A shaft has a constant diameter, with the distance between bearings equal to 800mm. Located between the bearings are two pulley which are keyed to the shaft. One pulley, which has a diameter of 200mm and weighs 80N is located 200mm to the right of the left bearing; the other pulley, which has a diameter of 400mm and weights 240N is located 550mm to the right of the left bearing.

The shaft rotates at 900rev/min. The tight and slack sides of the belt are horizontal and parallel. Eighteen kW is supplied to the 200mm pulley. Power is transmitted from the 400mm pulley to another pulley located so as to give a smaller bending moment in the shaft, with belt strands horizontal as already stated.

The belt stress is limited to a maximum of $2MN/m^2$. The ratio of diameter of pulley to belt thickness is limited to a minimum of 30. A belt thickness of 6mm will be used. The coefficient of friction for the belt and pulley may be taken as 0.3.

The shaft is made from hot rolled steel for which the ultimate strength may be taken as $550MN/m^2$ and the yield point may be taken as $340MN/m^2$.

Conditions of loading are steady, with no shock.

Determine the necessary diameter of shaft based on strength and critical speed. Neglect the weight of the shaft and pulleys for strength calculations.

Ans. {Shaft diameter = 33.88mm based on strength. For this diameter the critical speed is 2276rev/min which is safely above the operating speed. The static deflection under the 80N pulley is 0.141mm and the deflection under the 240N pulley is 0.181mm}

نبذة عن المؤلف:

أسامة محمد المرضي سليمان وُلِدَ بمدينة عطبرة بالسودان في العام 1966م. حاز على دبلوم هندسة ميكانيكية من كلية الهندسة الميكانيكية – عطبرة في العام 1990م. تحصَّل أيضاً على درجة البكالوريوس في الهندسة الميكانيكية من جامعة السودان للعلوم والتكنولوجيا – الخرطوم في العام 1998م ، كما حاز على درجة الماجستير في تخصص ميكانيكا المواد من جامعة وادي النيل – عطبرة في العام 2003م ودرجة الدكتوراه من جامعة وادي النيل في العام 2017م. قام بالتدريس في العديد من الجامعات داخل السودان، بالإضافة لتأليفه لأكثر من ثلاثين كتاباً باللغة العربية ولعشرة كتب باللغة الإنجليزية بالإضافة لخمسين ورقة علمية منشورة في دور نشر ومجلات عالمية إلى جانب إشرافه على أكثر من ثلاثمائة بحث تخرج لكل من طلاب الماجستير، الدبلوم العالي، البكالوريوس، والدبلوم العام. يشغِل الآن وظيفة أستاذ مساعد بقسم الميكانيكا بكلية الهندسة والتقنية – جامعة وادي النيل. بالإضافة لعمله كاستشاري لبعض

الـورش الـهندسـية بالمنطقـة الصـناعية عطبـرة. هـذا بجانـب عملـه كمـدير فنـي لمجموعـة ورش الكمـالي الـهندسـية لخراطـة أعمدة المرافق واسطوانات السيارات والخراطـة العامـة وكبس خراطيش الـهيدروليك.