مذكرة محاضرات في قوى التروس

Lecture Notes in Gear Forces

إعداد

دكتور مهندس/ أسامة محمد المرضي سليمان خيال

Dr. Osama Mohammed Elmardi Suleiman Khayal

قسم الهندسة الميكانيكية

كلية الهندسة والتقنية

جامعة وادي النيل

عطبرة – السودان

فبراير 2019م

قوي التروس

Gear Forces

مكونات قوى التروس:- (The Components of Gear Forces)

يكون من الأفضل تحديدها مقارنة بتحديد محصلة قوة الترس بالرغم من أنَّ الأخيرة يمكن تحديدها بالمجموع المتجهى للمكونات. هذه المكونات يتم استخدامها في حساب ردود الأفعال عند المحامل، مقاس العمود، إلخ.

فقودات الاحتكاك: (Friction Losses)

في التروس العدلة (Spur)، الحلزونية (helical)، المخروطية (Bevel) تكون فقودات الاحتكاك عادة صغيرة جداً بحيث يتم اعتبار هذه التروس تعمل بكفاءة 100%. هنالك حالات يجب فيها اعتبار الاحتكاك في التروس العدلة بالرغم من أنَّه صغير جداً كما في حالة توليد القدرة في التروس الكواكبية (Planetary Gearing).

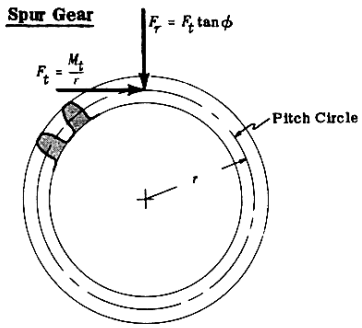
عادة ما تكون التروس الدودية ليست بكفاءة العدلة، المخروطية والحلزونية؛ بما أنَّه عادة ما يتم أخذ الاحتكاك في الحسبان في تحديد مكونات القوة على التروس الدودية.

مكونات قوة الترس العدل: (Spur Gear Force Components) (الشكل (1) أدناه)

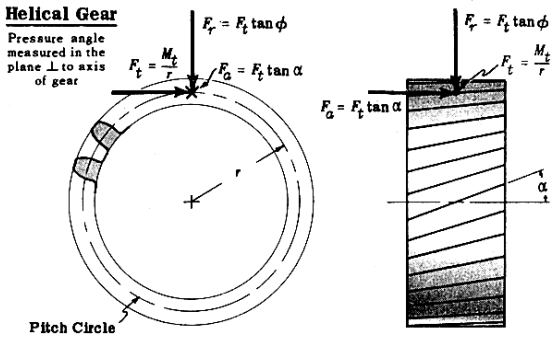
(1) القوة المماسية، $F_t = M_t / r$ ، حيث M_t = عزم الترس، و r = نصف قطر الخطوة.

(2) القوة الانفصالية أو النصف القطرية، $F_r = F_t \tan\phi$ ، حيث ϕ هي زاوية الضغط.

لاحظ أن القوة نصف القطرية (radial force) تكون دائماً متجهة نحو مركز الترس.



شكل (1)



شكل (2)

الترس الحلزوني:- (Helical Gear)

يتم التعبير عن مكونات القوة بطريقتين مختلفتين اعتماداً على كيفية تعريف زاوية الضغط. هنالك معياران:- (1) يتم قياس زاوية الضغط ϕ في المستوي المتعامد مع محور الترس و (2) يتم قياس زاوية الضغط ϕ_n في مستوي متعامد مع السنة. أنظر الأشكال (2) و(3).

(1) إذا تمَّ قياس زاوية الضغط في مستوى متعامد مع محور الترس، تكون المكوِّنات كالآتي: (الشكل (2)).

a/ القوة المماسية $F_t = M_t / r$.

b/ القوة الانفصالية (separating force) $F_r = F_t \tan\phi$.

c/ قوة دفعية (Thrust force) $F_a = F_t \tan\alpha$.

حيث:- r = نصف قطر الخطوة للترس.

ϕ = زاوية الضغط مقاسة في مستوى متعامد مع محور الترس.

α = زاوية الحلزون مقاسة من محور الترس.

(2) إذا تم قياس زاوية الضغط في مستوي متعامد مع السنة، تكون المكونات كالآتي:- (الشكل (3)).

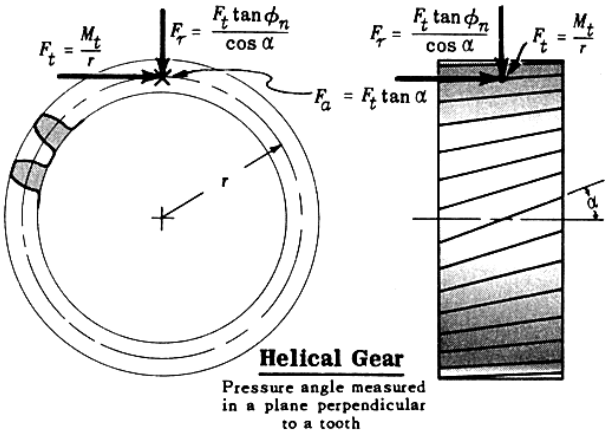
a/ القوة المماسية، $F_t = M_t / r$.

b/ القوة الانفصالية، $F_r = \frac{F_t \tan \phi_n}{\cos \alpha}$.

c/ قوة الدفعية، $F_a = F_t \tan \alpha$.

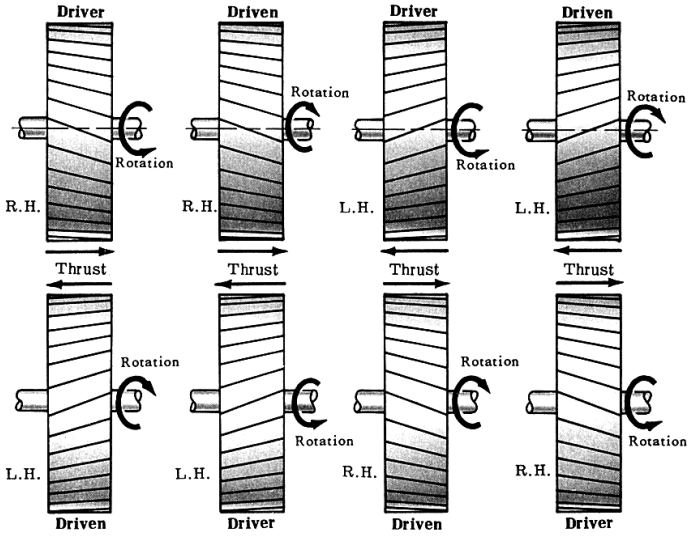
حيث:- ϕ_n = زاوية الضغط مقاسة في مستوى متعامد مع محور السنة.

α = زاوية الحلزون مقاسة من محور الترس.



شكل (3)

اتجاه القوة الدفعية يعتمد على اتجاه الدوران ويد أسنان الترس. هنالك أربع امكانيات لاتحادات اليد اليمني واليد اليسرى للتروس الحلزونية باتحادات مختلفة للدوران يتم توضيحها في الشكل (4) أدناه، مع اتجاه الدفع (thrust). عكس اتجاه الدوران للترس القائد سيعكس اتجاه الدفع من ذلك الذي تم توضيحه.



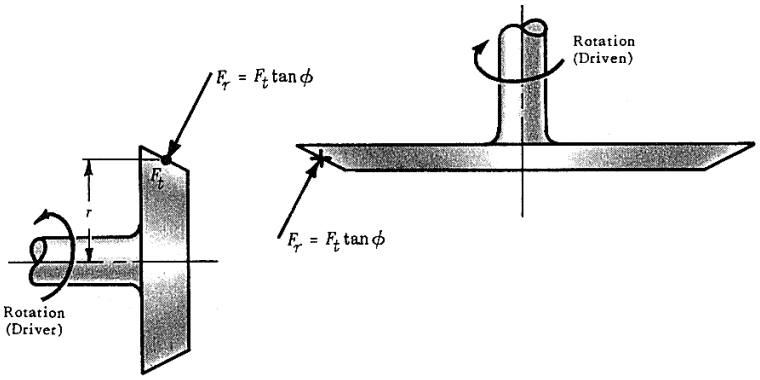
شكل (4)

الترس المخروطي ذو السنة المستقيمة: (Straight Tooth Bevel Gear)

مكونات القوة موَّضحة في الشكل ((5(a) أدناه، هي:

a/ القوة المماسية، $F_t = M_t / r$. هذه القوة يتم اعتبارها تعمل عند متوسط نصف قطر الخطوة r.

b/ القوة الانفصالية، $F_r = F_t \tan\phi$. حيث ϕ هي زاوية الضغط. يمكن تحليل القوة الانفصالية إلي مكونتين؛ مكونة القوة على طول محور عمود البنيون وتسمي بقوة دفع البنيون F_P، ومكونة على طول محور عمود الترس وتسمَّي بقوة دفع الترس F_g.



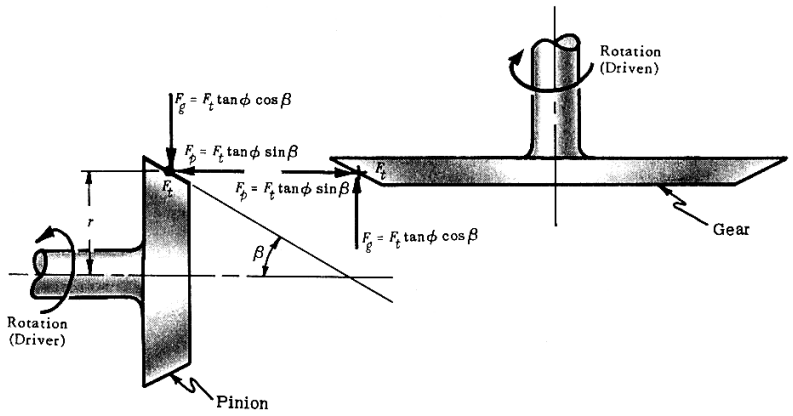
شكل ((5(a))

المكونات الثلاث المتعامدة التبادلية، يتم توضيحها في الشكل ((5(b) هي:

a/ القوة المماسية، $F_t = M_t / r$. تعمل على متوسط نصف قطر الخطوة للبنيون r، حيث M_t هو عزم البنيون.

b/ القوة الدفعية للبنيون (thrust)، $F_P = F_t \tan\phi \sin\beta$. حيث β هي زاوية الخطوة للمخروط (pitch cone angle) للبنيون.

c/ القوة الدفعية للترس، $F_g = F_t \tan\phi \cos\beta$.



شكل ((5(b))

الترس المخروطي الحلزوني (اللولبي):- (Spiral Bevel Gear)

مكونات القوة:-

القوة المماسية عند متوسط نصف قطر الخطوة r هي $F_t = M_t / r$ ، حيث M_t هو العزم.

القوة الدفعية للبنيون F_p والقوة الدفعية للترس F_g يمكن التعبير عنها بطرق مختلفة اعتماداً على كيفية قياس زاوية الضغط. القوي الدفعية للبنيون والترس، بزاوية الضغط ϕ_nمقاسة في مستوى متعامد مع السنة يتم توضيحها في الشكل ((6) من a إلي d) ليدٍ مختلفة للحلزون (اللولب) (i.e. اليد اليمني واليد اليسرى) ولاتجاهات مختلفة للدوران. الرموز هي:-

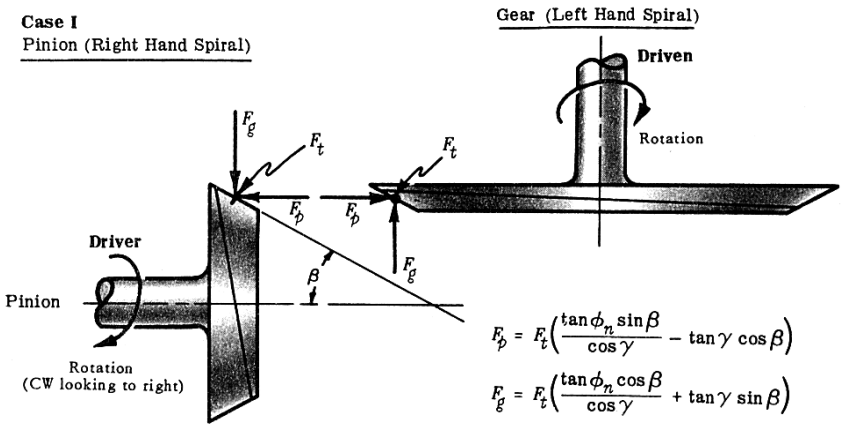
F_p = القوة الدفعية للبنيون؛ F_g = القوة الدفعية للترس.

F_t = القوة المماسية التي تسبِّب العزم عند متوسط نصف القطر، r.

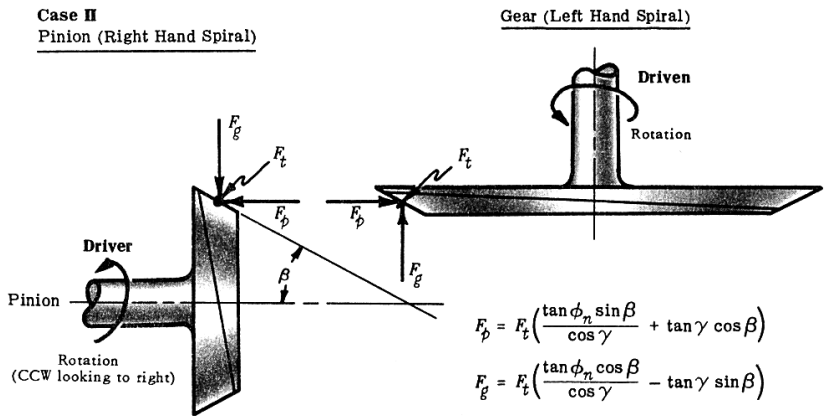
ϕ_n = زاوية ضغط السنة مقاسة في مستوى متعامد مع السنة.

β = زاوية خطوة مخروط البنيون. (Pinion pitch angle)

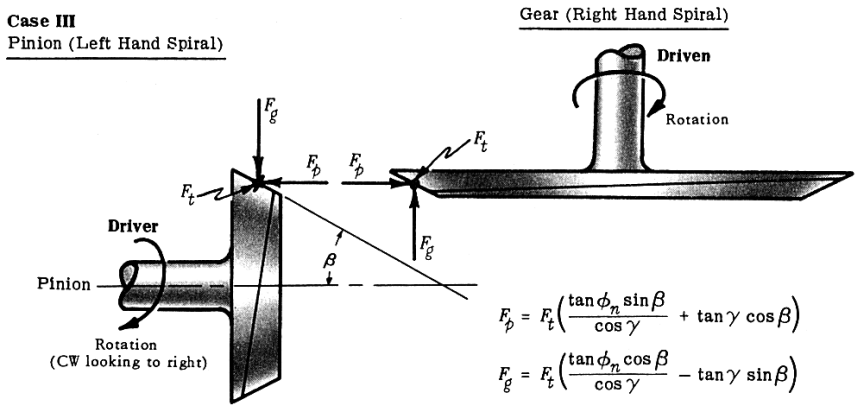
γ = زاوية حلزون (لولب) البنيون. (Pinion spiral angle).



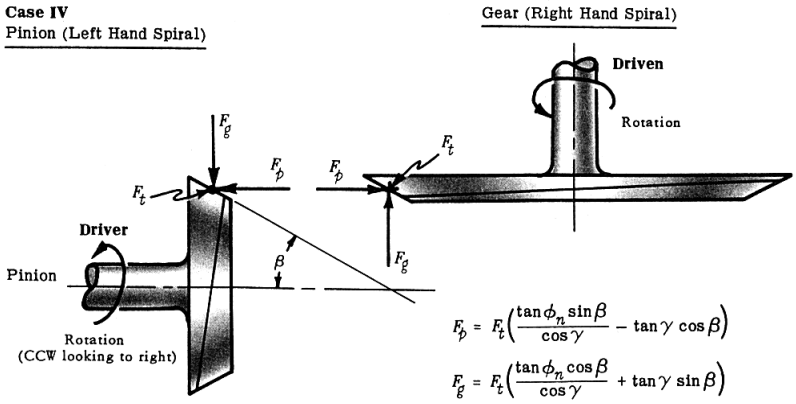
شكل (6(a))



شكل (6(b))

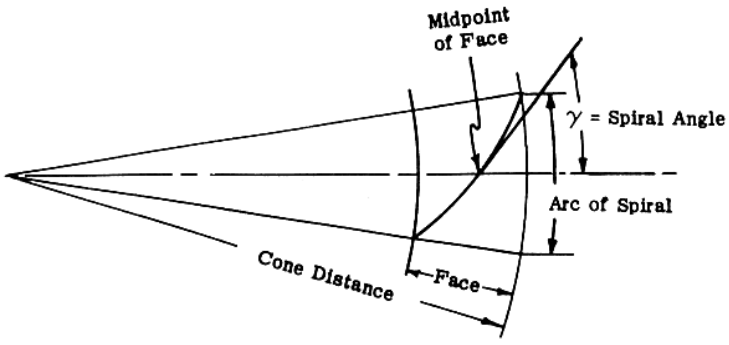


شكل ((6(c))



شكل ((6(d))

زاوية الحلزون (اللولب) يتم مقاسها كما موضَّح في الشكل (7) أدناه



شكل (7)

إذا كانت القوي موجبة يتم توجيهها كما موضَّح في الشكل (7)؛ إذا كانت سالبة يتم توجيهها في الاتجاه المعاكس لذلك الموضَّح في الشكل (7).

إذا تمَّ قياس زاوية الضغط ϕ في مستوي متعامد مع عنصر خطوة المخروط، فيتم تغيير المعادلات المعطاة مع الشكل بتعويض ،

$$\tan\phi = \tan\frac{\phi_n}{\cos\gamma}$$

التروس الدودية:- (Worm Gearing)

المكونات المتعامدة التبادلية لمحصلة القوة التي تعمل بين الدودة والترس الدودي هي:

(1) $F_{t(worm)} = M_t / r_w$ ، حيث $F_{t(worm)}$ = القوة المماسية على الدودة. M_t = العزم على الدودة، r_w = نصف قطر خطوة الدودة.

$$F_{t(gear)} = F_{t(worm)}\left(\frac{1 - f\tan\alpha/\cos\phi_n}{\tan\alpha + f/\cos\phi_n}\right) \quad (2)$$

حيث،

$F_{t(gear)}$ = القوة المماسية على الترس الدودي

f = معامل الاحتكاك

α = زاوية التقدم للدودة (التي هي مثل زاوية الحلزون للترس الدودي)

يتم ايجاد زاوية التقدم للدودة من $\tan\alpha = lead/(\pi D_w)$ حيث التقدم (الخطوة) lead هي عدد اللوالب مضروباً في الموديول المحوري للدودة و D_w هو قطر الخطوة للدودة. لاحظ أنَّ الموديول المحوري للدودة يكون مساوياً للخطوة الدائرية للترس الدودي.

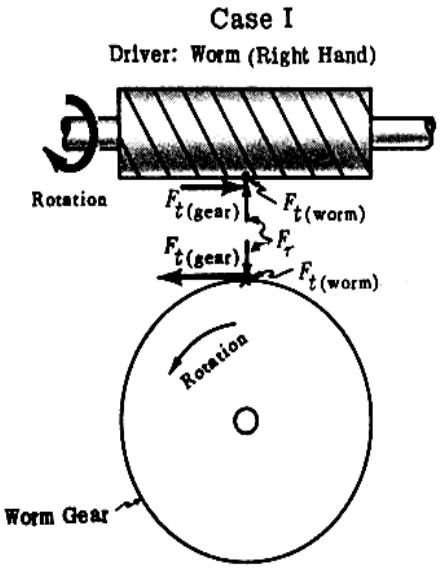
ϕ_n = زاوية الضغط المتعامد مقاسة في مستوي متعامد مع السنة

(عادة $14\frac{1}{2}°$ للولب مزدوج و $20°$ للولب ثلاثي أو رباعي)

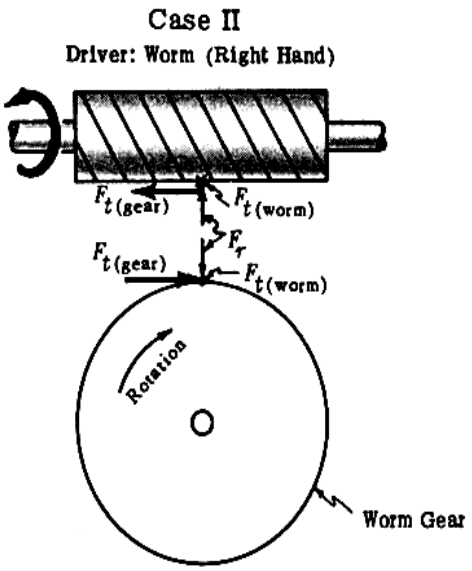
$$F_r = F_{t(gear)} = \left(\frac{\sin\phi_n}{\cos\phi_n \cos\alpha - f \sin\alpha} \right) = F_{t(worm)} \left(\frac{\sin\phi_n}{\cos\phi_n \sin\alpha + f \cos\alpha} \right) \quad (3)$$

حيث F_r هي القوة الانفصالية.

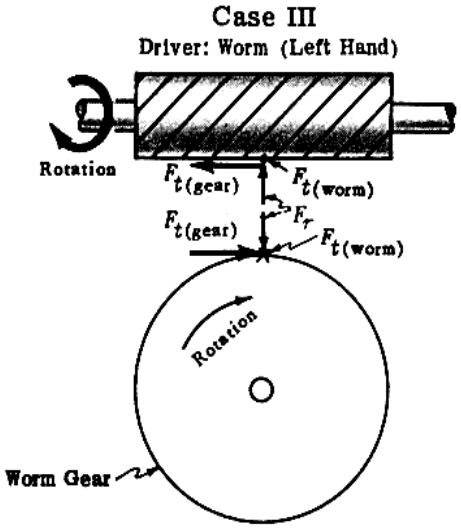
الشكل (8) أدناه يوضِّح القوى لاتجاهات مختلفة للدوران ويد اللولب الدودية. زاوية الضغط ϕ مقاسة في المستوى الذي يحتوى على محور الدودة يتم ربطها بزاوية الضغط ϕ_n مقاسة في مستوى متعامد مع لولب الدودة بالعلاقة $\tan\phi_n / \cos\alpha$.



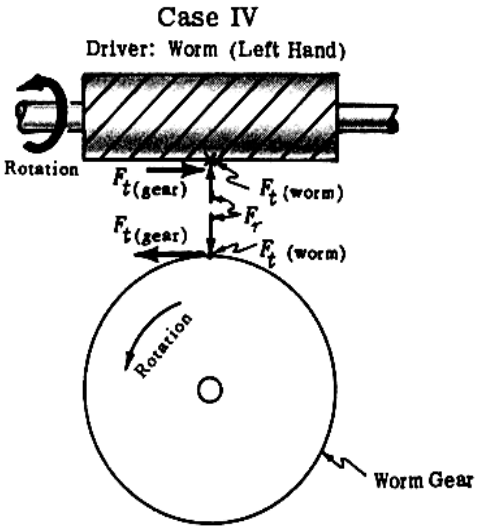
شكل ((8(a))



شكل ((8(b))



شكل ((8(c))



شكل ((8(d))

القوى في متسلسلات التروس الكواكبية:- (Forces in Planetary Gear Trains)

يتم الحصول عليها بتطبيق المعادلات الأساسية للميكانيكا.

المسائل التي تواجهنا في التروس الكواكبية بدوائر تحكم فرعية هي القدرة التدويرية (circulating power)، التي يمكن أن تكون أقلَّ أو أكبر من قدرة الدخل. تصميم مثل هكذا نظام يمكن تبسيطه بتطبيق معادلات مناسبة. الشكل (9) أدناه يوضِّح نظام ترس كواكبي اعتباطي بدائرة تحكم فرعية.

نسبة القدرة التدويرية يتم اعطاؤها بـ ،

$$\gamma = \frac{r(1-R)}{1-r}$$

حيث، $r = \omega_2/\omega_1$ ، $R = \omega_1/\omega_3$ ؛ و ω_1, ω_2 و ω_3 هي على الترتيب السرعات الزاوية للعناصر 1، 2 و 3 كما يتم تعريفها أدناه.

أعزل العناصر الأساسية الثلاث للترس الكواكبي، كما موضَّح في الشكل (10).

يتم تعريف العنصر (3) كذلك العنصر الدَّوار المسقط من الترس الفرقي مباشرة إلي النظام الخارجي (التروسC في المثال التوضيحي) الذي ليس له اتصالاً مع دائرة التحكُّم. في بعض الحالات سيكون العنصر 3 هو الذراع؛ في حالات أخرى يمكن أن يكون أحد الترسين الذي يسقط من الترس الفرقي.

العنصر 1 سيكون دائماً هو ذلك العنصر المسلط من الترس الفرقى إلي خارج النظام، الذي يكون موصلاً إلي العنصر الدوَّار 2 بواسطة دائرة تحكم فرعية.

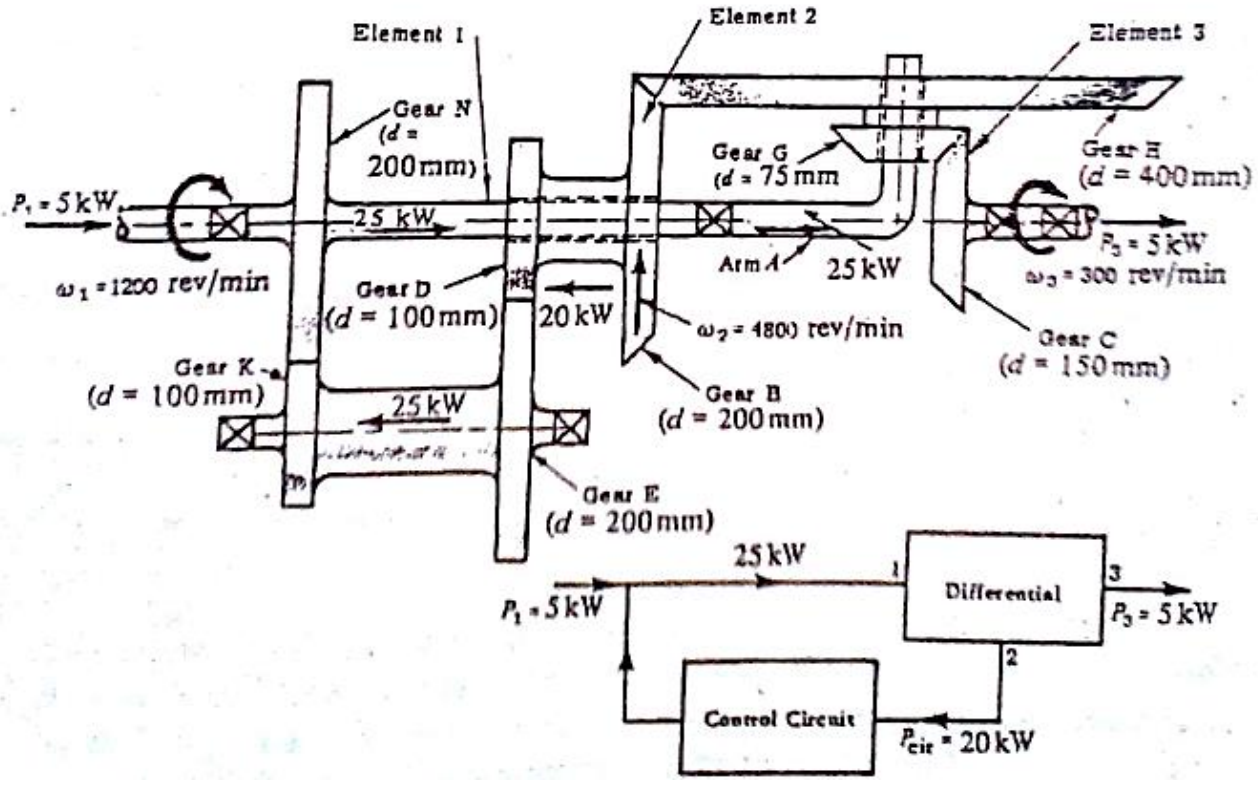
العنصر 2 سيكون دائماً هو ذلك العضو الذي ينقل القدرة إلي أو من الترس الفرقي من أو إلي دائرة التحكم الفرعية، ولكنه لا ينقل قدرة مباشرة إلي أو من خارج النظام. بالتالي، الترس C هو العنصر 3، الترس B هو العنصر 2، والذراع هو العنصر 1 للمثال المختار.

القدرة التدويرية، $P_{cir.}$، هي

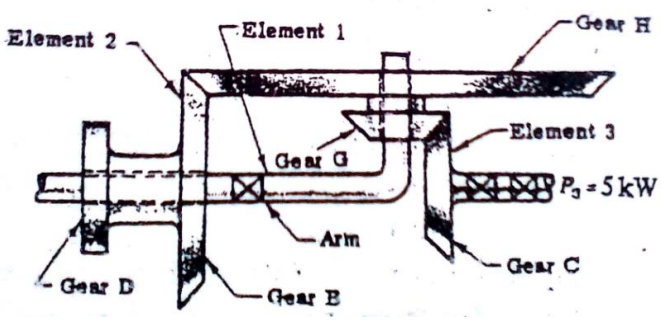
$$P_{cir.} = \gamma P_3$$

حيث γ يتم تعريفها عاليه، P_3 هي القدرة خلال العنصر 3.

القدرة التدويرية هي القدرة في دائرة التحكم الفرعي، العنصر 2.



شكل (9)



شكل (10)

مسائل محلولة:

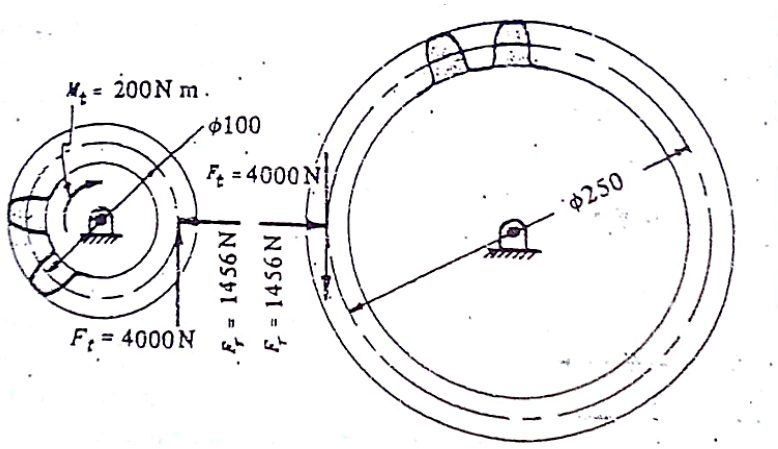
1/ بنيون عدل بقطر 10mm لديه عزم مقداره 200N.m مسلط عليه. يكون قطر الترس المعشَّق معه 250mm. زاوية الضغط 20°. حدِّد القوة المماسية F_t والقوة الانفصالية F_r ووضِّح مكانهما.

الحل:

$$F_t = M_t / r = 200/0.05 = \underline{4000}N$$

$$F_r = F_t \tan\phi = 4000\tan 20° = \underline{1456}N$$

يتم توضيح القوى في الشكل (11) أدناه. لاحظ أنَّ القوة المماسية على البنيون تسبِّب عزماً لموازنة العزم المسلَّط، ويتم توجيه القوة الانفصالية للبنيون في اتجاه مركز البنيون.



شكل (11)

2/ بالرجوع للشكل (12)، يستقبل الترس العدلA قدرة مقدارها 3kW بسرعة 600rev/min خلال عموده ويدور في اتجاه دوران الساعة. الترس B هو ترس وسيط (idler) والترس C هو الترس المقود. تكون الأسنان 20° بعمق كامل (دوائر الخطوة يتم توضيحها في الرسم). حدِّد (1) العزم الذي يجب نقله بكلا العمودين، (2) الحمل على السنة الذي يتم به تصميم كلا الترسين، (3) القوة المسلطة إلي العمود الوسيط (idler shaft) كنتيجة لأحمال سنة الترس.

الحل:

(a) أقطار الترس: $D_A = 35\times 6 = \underline{210}$ mm

$D_B = 65\times 6 = \underline{390}$ mm

$D_C = 45\times 6 = \underline{270}$ mm

(b) العزم على الترس A،

$$T_A = (3000\times 60)/(600\times 2\pi) = \underline{47.8} N.m$$

العزم على الترس B، $T_B = 0$

العزم على الترس C، $T_C = 47.8\times 45/35 = \underline{61.4} N.m$

حيث يدور الترس C بسرعة 600(35/45)rev/min

(c) القوة المماسية على الترس A، $F_t = \frac{M_t}{r} = \frac{47.8}{0.105} = \underline{434} N$

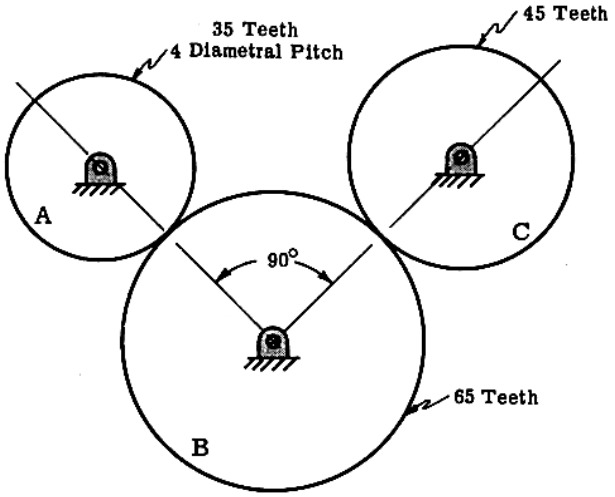
القوة الانفصالية على الترس A، $F_r = F_t \tan\phi = 434\tan 20° = \underline{158} N$

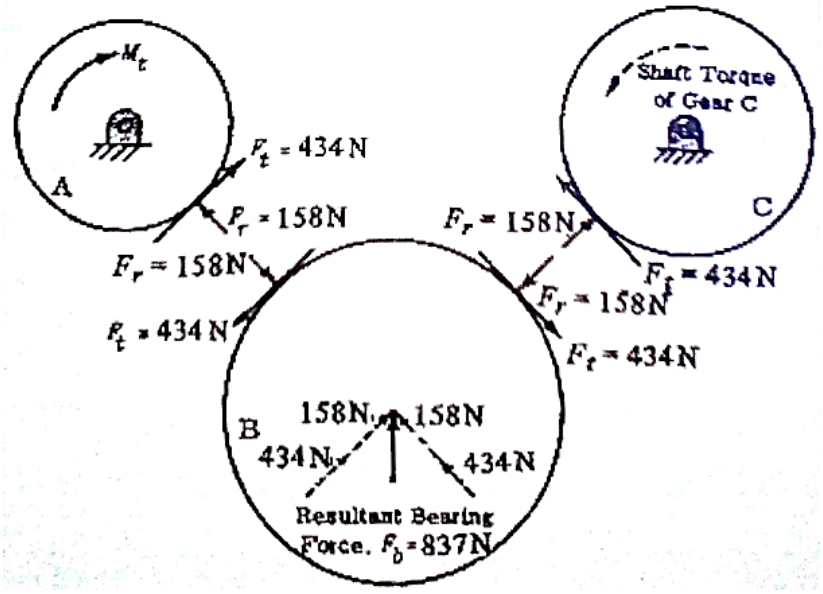
(d) نفس القوة المماسية والقوة الانفصالية تحدث بين التروس A وB وبين التروس B وC، في الاتجاه الموضَّح.

(e) الحمل على السنة الذي يجب بواسطته تصميم كلا الترسين هو 434N.

(f) القوة المسلطة على العمود الوسيط للترس B هي المجموع المتجهي للقوى المسلطة على الترس B بالترسين A و C:

$$F_B = \sqrt{2(434+158)^2} = \underline{837}\,N$$





شكل (12)

نبذة عن المؤلف:

أسامة محمد المرضي سليمان وُلِدَ بمدينة عطبرة بالسودان في العام 1966م. حاز على دبلوم هندسة ميكانيكية من كلية الهندسة الميكانيكية – عطبرة في العام 1990م. تحصَّل أيضاً على درجة البكالوريوس في الهندسة الميكانيكية من جامعة السودان للعلوم والتكنولوجيا – الخرطوم في العام 1998م ، كما حاز على درجة الماجستير في تخصص ميكانيكا المواد من جامعة وادي النيل – عطبرة في العام 2003م ودرجة الدكتوراه من جامعة وادي النيل في العام 2017م. قام بالتدريس في العديد من الجامعات داخل السودان، بالإضافة لتأليفه لأكثر من ثلاثين كتاباً باللغة العربية ولعشرة كتب باللغة الإنجليزية بالإضافة لخمسين ورقة علمية منشورة في دور نشر ومجلات عالمية إلى جانب إشرافه على أكثر من ثلاثمائة بحث تخرج لكل من طلاب الماجستير، الدبلوم العالي، البكالوريوس، والدبلوم العام. يشغِل الآن وظيفة أستاذ مساعد بقسم الميكانيكا بكلية الهندسة والتقنية – جامعة وادي النيل. بالإضافة لعمله كاستشاري لبعض الورش الهندسية بالمنطقة الصناعية عطبرة. هذا بجانب عمله كمدير فني لمجموعة ورش الكمالي الهندسية لخراطة أعمدة المرافق واسطوانات السيارات والخراطة العامة وكبس خراطيش الهيدروليك.