أسامة محمد المرضي

إنتقال حرارة وكتلة

أمثلة محلولة ومسائل إضافية

محمد المرضي

إنتقال حرارة وكتلة

إنَّ مؤِّلف هذا الكتاب وإيماناً منه بالدور العظيم والمُقدَّر للأستاذ الجامعي في إثراء حركة التأليف والتعريب والترجمة للمراجع والكتب الهندسية يأمل أن يفي هذا الكتاب بمتطلبات برامج البكالوريوس والدبلوم لطِلاب الهندسة الميكانيكية، هندسة الإنتاج او التصنيع، الهندسة الكهربائية والهندسة المدنية حيث يُغطى مناهج نظرية ومختبرية في انتقال الحرارة والكتلة. يتفق هذا الكتاب لغوياً مع القاموس الهندسي الموحَّد السوداني ، ويُعد الكتاب مرجعاً في مجاله حيث يمكن أن يستفيد منه الطالب والمهندس والباحث. هذا الكتاب مقتبس من مُذكرات مؤلفه في تدريسه لهذا المُقرر لفترة لا تقل عن ثلاثة عشر عاماً. يهدف هذا الكتاب لتأكيد أهمية دراسة وسائل انتقال الحرارة والكتلة نظرياً ، عملياً ومُختبرياً . فقد اشتمل هذا الكتاب على صياغة بعض النماذج الرياضية في انتقال الحرارة والكتلة وتطويرها حتى الوصول إلى الصيغ النهائية المستخدمة في حل المسائل بالإضافة لإيراده بعض الأمثلة لنظم مستخدمة في التطبيقات العملية والمُختبرية.

دكتور أسامة محمد المرضي سليمان خيال وُلِدَ بمدينة عطبرة بالسودان في العام 1966م. تحصَّل على درجة البكالوريوس في الهندسة الميكانيكية من جامعة السودان للعلوم والتكنولوجيا – الخرطوم في العام 1998م ، كما حاز على درجة الماجستير في تخصص ميكانيكا المواد من جامعة وادي النيل – عطبرة في العام 2003م ودرجة الدكتوراه من جامعة وادي النيل في العام 2017م.

NOOR PUBLISHING

978-613-9-42793-2

أسامة محمد المرضي

إنتقال حرارة وكتلة

أسامة محمد المرضي

إنتقال حرارة وكتلة

Noor Publishing

Imprint
Any brand names and product names mentioned in this book are subject to trademark, brand or patent protection and are trademarks or registered trademarks of their respective holders. The use of brand names, product names, common names, trade names, product descriptions etc. even without a particular marking in this work is in no way to be construed to mean that such names may be regarded as unrestricted in respect of trademark and brand protection legislation and could thus be used by anyone.

Cover image: www.ingimage.com

Publisher:
Noor Publishing
is a trademark of
International Book Market Service Ltd., member of OmniScriptum Publishing Group
17 Meldrum Street, Beau Bassin 71504, Mauritius

Printed at: see last page
ISBN: 978-613-9-42793-2

كتاب إنتقال حرارة وكتلة

أمثلة محلولة ومسائل إضافية

تأليف

أسامة محمد المرضي سليمان

استاذ مساعد ـ كلية الهندسة والتقنية

جامعة وادي النيل

عطبرة – السودان

سبتمبر 2018م

شكر وعرفان

الشكر والعرفان لله والتبريكات والصلوات على رسوله وخادمه محمد وعلى آله وصحابته وجميع من تبعه وتَقفِّى أثره إلى يوم القيامة.

يود الكاتب ان يتقدم بالشكر أجذله لكل من ساهم بجهده وفكره ووقته في إخراج هذا الكتاب بالصورة المطلوبة ، ويخُص بذلك الزملاء/ الأساتذة بقسم الهندسة الميكانيكية بجامعة وادي النيل . عطبرة ، وأيضاً الإخوة/ الأساتذة بقسم الهندسة الميكانيكية بجامعة البحر الأحمر . بورتسودان.

الشكر والتقدير والعرفان للبروفيسور/ **محمود يس عثمان** الذي ساهم بقدر كبير في مراجعة وإعادة مراجعة محتويات الكتاب.

اهدي هذا الكتاب بصفة أساسية لطلاب دبلوم وبكالوريوس الهندسة في جميع التخصصات خاصة طلاب قسم الهندسة الميكانيكية ، حيث يستعرض هذا الكتاب الكثير من التطبيقات في مجال الهندسة الميكانيكية وبالأخص في مجال انتقال الحرارة وانتقال الكتلة.

وأُعبر عن شُكري وامتناني إلى المهندس/ **أسامة محمود محمد علي** بمركز دانية لخدمات الحاسوب والطباعة بمدينة عطبرة، الذي أنفق العديد من الساعات في طباعة ، مراجعة وتعديل وإعادة طباعة هذا الكتاب أكثر من مرة. والشكر موصول أيضاً للمهندس/ **عوض علي بكري** الذي شارك في تنسيق هذا العمل.

أخيراً ، أرجو من الله سبحانه وتعالي أن يتقبل هذا العمل المتواضع والذي آمل أن يكون ذا فائدة للقارئ.

مقدمة

إنَّ مؤِّلف هذا الكتاب وإيماناً منه بالدور العظيم والمُقدَّر للأستاذ الجامعي في إثراء حركة التأليف والتعريب والترجمة للمراجع والكتب الهندسية يأمل أن يفي هذا الكتاب بمتطلبات برامج البكالوريوس والدبلوم لطلاب الهندسة الميكانيكية ، هندسة الإنتاج او التصنيع ، الهندسة الكهربائية والهندسة المدنية حيث يُغطِّى مناهج نظرية ومختبرية في انتقال الحرارة والكتلة. يتفق هذا الكتاب لغوياً مع القاموس الهندسي الموحَّد السوداني ، ويُعد الكتاب مرجعاً في مجاله حيث يمكن أن يستفيد منه الطالب والمهندس والباحث. هذا الكتاب مقتبس من مُذكرات مؤلفه في تدريسه لهذا المُقرر لفترة لا تقل عن ثلاثة عشر عاماً.

يهدف هذا الكتاب لتأكيد أهمية دراسة وسائل انتقال الحرارة والكتلة نظرياً ، عملياً ومُختبرياً . فقد اشتمل هذا الكتاب على صياغة بعض النماذج الرياضية في انتقال الحرارة والكتلة وتطويرها حتى الوصول إلى الصيغ النهائية المستخدمة في حل المسائل بالإضافة لإيراده بعض الأمثلة لنظم مستخدمة في التطبيقات العملية والمُختبرية.

يشتمل هذا الكتاب على سبعة فصول. يناقش الفصل الأول مدخلاً لإنتقال الحرارة بالتوصيل والحمل والإشعاع كما يستعرض قانون فورير للتوصيل وقانون نيوتن للتبريد والتسخين ، التناظر الكهربي للجدران المركبة ، وسريان الحرارة خلال أشكال أسطوانية وكروية.

يشتمل الفصل الثاني من الكتاب على المعادلة العامة للتوصيل للإحداثيات الكارتيزية والقطبية وتطبيقها على شريحة مستطيلة وسلك مصمت أو أجوف بالإضافة للعديد من الأمثلة والمسائل المحلولة.

أما الفصل الثالث فيتناول إنتقال الحرارة بالحمل القسري ، التحليل البعدي ، تناظر رينولدز البسيط ، فاعلية المبادل الحراري والحمل الطبيعي بالإضافة لطيف واسع من الأمثلة والمسائل المحلولة التي نرجو أن تُبسِّط على القارئ هضم وفهم هذا المقرر.

يستعرض الفصل الرابع أهمية التوصيل العابر (i. e. اللامستقر) في تطبيقات هندسة عديدة مثل محركات السيارات ، أفران المُعالجات الحرارية ، توزيع درجات الحرارة خلال زعانف التبريد لأسطوانات محركات الاحتراق الداخلي ، ريش التوربينات الغازية والبخارية وغيرها. يشرح هذا الفصل نظرية المقاومة الداخلية المهملة أو نظرية المواسعة الإجمالية في الأنظمة التي تكون فيها مقاومة التوصيل (i. e. المقاومة الداخلية) صغيرة جداً أو يمكن تجاهلها مقارنة مع مقاومة الحمل . (i. e. المقاومة الخارجية) يشتمل الفصل الأول أيضاً على طيف واسع من الأمثلة والمسائل المحلولة وغير المحلولة.

يستعرض الفصل الخامس إنتقال الحرارة بالغليان بينما يستعرض الفصل السادس إنتقال الحرارة بالتكثيف. في نهاية كل فصل هنالك مجموعة من الأمثلة المحلولة ومسائل إضافية غير محلولة.

يشتمل الفصل السابع من الكتاب على أساسيات انتقال الكتلة والتي يتم دراستها من حيث تعريف مصطلحاتها الأساسية ، أنواعها ، وتطبيقاتها. يشتمل هذا الفصل أيضاً على العديد من الأمثلة والمسائل التي نرجو أن تُبسِّط على القارئ هضم وفهم هذا المقرر.

إنَّ الكاتب يأمل أن يساهم هذا الكتاب في إثراء المكتبة الجامعية داخل السودان وخارجه في هذا المجال من المعرفة ويأمل من القارئ ضرورةِ إرسال تغذية راجعة إن كانت هنالك ثَمَّة أخطاء حتى يستطيع الكاتب تصويبها في الطبعة التالية للكتاب.

و الله الموفق

المؤلف

سبتمبر 2018م

المحتويـات

الفصل الأول

مدخل لانتقال الحرارة

(Introduction to Heat Transfer)

الحرارة هي شكل من أشكال الطاقة التي يتم نقلها من أحد الأجسام إلي جسم آخر عند درجة حرارة أقل نتيجة لفروقات درجة الحرارة بين الجسمين.

إعتبر قضيباً من معدن يتم تسخينه عند أحد الأطراف وتبريده عند الطرف الآخر، بالتالي ستنتقل الحرارة من الطرف الساخن إلي الطرف البارد نتيجة لفرق درجة الحرارة بين الطرفين حتى يتم الوصول إلي حالة الإتزان الحراري للقضيب (Thermal Equilibrium). معدَّل إنتقال الحرارة يمكن أن يكون ثابتاً أو متغيراً معتمداً على ثبات درجة الحرارة أو تغيرها مع الزمن.

1.1 إنتقال الحرارة بالتوصيل:- (Conduction Heat Transfer)

التوصيل هو إنتقال الحرارة من أحد أجزاء مادة إلي جزء آخر من نفس المادة، أو هو إنتقال الحرارة من مادة إلي مادة أخرى متصلة بها بدون إزاحة واضحة للجزيئات المكونة للمادة. كمثال فإن إنتقال الحرارة في القضيب المذكور سابقاً يكون بالتوصيل.

1.2 إنتقال الحرارة بالحمل:- (Heat Transfer by Convection)

الحمل هو إنتقال الحرارة خلال مائع بخلط أحد أجزاء المائع مع جزء آخر مسببات حركة المائع إما فروقات الكثافة الناتجة من فروقات درجة الحرارة كما في الحمل الطبيعي (Natural Convection) أو الحمل الحر (Free Convection)، أو يمكن إنتاج حركة للمائع بوسائل ميكانيكية كما في الحمل القسرى (Forced Convection). كمثال، فإن الحرارة المنتقلة من لوح ساخن إلي الجو تكون بالحمل الطبيعي، بينما الحرارة المنتقلة بسخان ذو مروحة، بحيث تقوم المروحة بضخ هواء خلال عنصر كهربائي تكون بالحمل القسرى.

يكون إنتقال الحرارة خلال الأجسام المصمتة بالتوصيل فقط، بينما يحدث إنتقال الحرارة من جسم مصمت إلي

سائل أو غاز جزئياً بالتوصيل وجزئياً بالحمل.

متى ما كانت هنالك حركة واضحة للغاز أو السائل يصبح إنتقال الحرارة بالتوصيل صغيراً جداً بحيث يتم تجاهله مقارنة بإنتقال الحرارة بالحمل.

على أي حال، هنالك دائماً طبقة جدارية رفيعة للمائع على السطح، وخلال هذه الشريحة الرفيعة تنتقل الحرارة بالتوصيل.

1.3 إنتقال الحرارة بالإشعاع:- (Heat Transfer by Radiation)

جميع المواد ينبعث منها إشعاع كهرومغناطيسي ما لم تكن درجة حرارتها مساوية للصفر المطلق أي 273°C- . وُجد أنه كلما زادت درجة الحرارة زاد مقدار الطاقة الإشعاعي. إذا كان هنالك جسمان عند درجات حرارة مختلفة يتم وضعهما بحيث أن الإشعاع من كل جسم يتقاطع مع الجسم الآخر، بالتالي فإنَّ الجسم ذو درجة الحرارة الأدنى سيتقبل طاقة أكثر من الطاقة التي يشعها وبالتالي فإن طاقته الداخلية ستزيد؛ نفس الشئ فإنَّ الطاقة الداخلية للجسم ذو درجة الحرارة الأعلى ستقل. عليه، سيكون هنالك صافي إنتقال حرارة من الجسم ذو درجة الحرارة العليا إلي الجسم ذو درجة الحرارة الدنيا نتيجة لفرق درجة الحرارة بين الجسمين. هذا الشكل من إنتقال الحرارة يحقِّق تعريف الحرارة المذكورة سابقاً، وبالتالي يمكننا القول بأنَّ الحرارة يتم نقلها بالإشعاع.

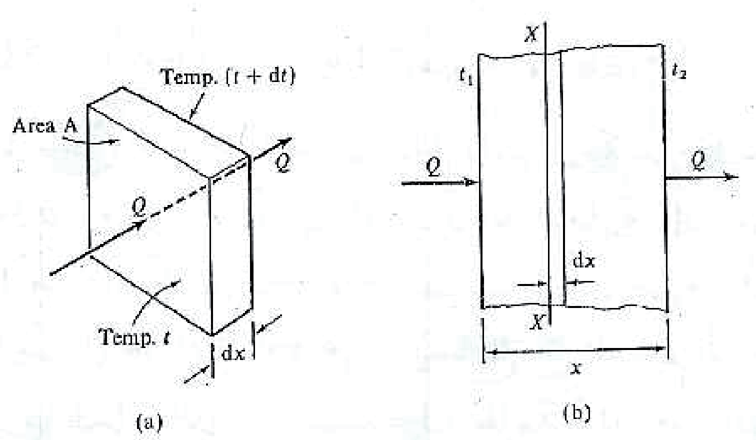
الطاقة الإشعاعية، بما أنها إشعاع كهرومغناطيسي، بالتالي فهي لا تتطلب وسيطاً لنموها ويمكنها المرور خلال فراغ (vacuum). يحدث إنتقال الحرارة بالإشعاع أكثر تكراراً بين الأسطح المصمتة، بالرغم من أنَّ الإشعاع من الغازات قد يحدث أيضاً. بعض الغازات تبعث وتمتص الإشعاع على أطوال موجات معينة فقط، بينما معظم المصمتات تبعث وتمتص الإشعاع على مدى واسع من أطوال الموجات.

1.4 قانون فورير للتوصيل:- (Fourier's Law of Conduction)

يقول قانون فورير أن معدَّل إنتقال الحرارة خلال جسم مصمت متجانس مفرد يتناسب طرداً مع مساحة المقطع المتعامد مع إتجاه سريان الحرارة، A ، ومع التغير في درجة الحرارة بالنسبة لطول ممر سريان الحرارة، dt/dx. هذا هو قانون تجريبي مؤسس على المشاهدة.

يتم توضيح القانون في الشكل (1.1(a أدناه، الذي يبيِّن شريحة مادة بسمك dx ومساحة سطح A، أحد وجهيها عند درجة حرارة t والوجه الآخر عند درجة حرارة (t+dt). بتطبيق قانون فورير يتم إعطاء معدَّل إنتقال الحرارة في إتجاه x كالآتي:

$$Q \,\alpha\, A\frac{dt}{dx}$$ ، معدَّل إنتقال الحرارة



شكل (1.1) سريان الحرارة خلال شريحة رفيعة من مادة

$$Q = -k\,A\frac{dt}{dx} \qquad (1)$$ أو

حيث k = الموصلية الحرارة للمادة ووحدتها w/mK أو kw/mK.

إعتبر إنتقال الحرارة خلال شريحة من مادة كما موضح في الشكل (1.1(b عند مقطع X-X، مستخدماً المعادلة (1)،

$$Q = -k\,A\frac{dt}{dx}$$ أو $$Q\,dx = -k\,Adt$$

بإجراء التكامل،

$$\int_0^x Q\,dx = -\int_{t_1}^{t_2} k\;A\;dt$$

أو $Q\ x = -A\int_{t_1}^{t_2} k\ dt$

$$Q\ x = -Ak\int_{t_1}^{t_2} dt$$

أو $Q = -\frac{kA}{x}(t_2 - t_1) = \frac{kA}{x}(t_1 - t_2)$ (2)

لاحظ في هذه الحالة أنَّ المساحة المتعامدة مع سريان الحرارة تظل ثابتة خلال الشريحة. هنالك بعض الحالات التي تكون فيها المساحة متغيرة في المقدار والتي سيتم إعتبارها لاحقاً.

يتم أدناه توضيح الموصليات الحرارة لبعض المواد في الجدول (1.1). يتبع من المعادلة (1) أنَّ المواد ذات الموصليات الحرارية العالية هي موصلات جيدة للحرارة، بينما تكون الموصليات الحرارية المنخفضة عوازل جيدة للحرارة. يحدث توصيل الحرارة بصورة أكبر في المواد النقية (pure metals)، وبصورة أقل كثيراً في المواد اللامعدنية (non-metals). الموصليات الحرارية المنخفضة جداً لبعض العوازل (Insulators) مثل الفلين تحدث نتيجة لمساماتها، حيث يعمل الهواء المحبوس خلال المادة كعازل. الغازات والسوائل هي عوازل جيدة، لكن ما لم يتم الحصول على طبقة راكدة بالكامل من المائع فستنتقل الحرارة فقط بتيارات الحمل.

جدول (1.1) الموصليات الحرارية لبعض المواد

Substance	Thermal conductivity (W/m K)
Pure copper	386
Pure aluminium	229
Duralumin	164
Cast iron	52
Mild steel	48.5
Lead	34.6
Concrete	0.85–1.4
Building brick	0.35–0.7
Wood (oak)	0.15–0.2
Rubber	0.15
Cork board	0.043

مثال (1):-

يكون السطح الداخلي لحائط طوب مستوٍ عند 40°C ويكون السطح الخارجي عند 20°C. أحسب معدَّل إنتقال الحرارة لكل وحدة مساحة من سطح الحائط؛ يكون سمك الحائط أو الجدار مساوياً لـ 250mm والموصلية الحرارية للطوب 0.52W/mK.

الحل:-

$$Q = \frac{kA}{x}(t_2 - t_1)$$

بالتالي،

$$\frac{Q}{A} = q = \frac{k}{x}(t_1 - t_2)$$

$q = \frac{0.52}{0.25}(40 - 20) = \underline{\underline{41.6}}\ W/m^2$ ، معدل إنتقال الحرارة لكل وحدة مساحة

1.5 قانون نيوتن للتبريد:- (Newton's Law of Cooling)

يقول قانون نيوتن للتبريد أنَّ إنتقال الحرارة من سطح مصمت بمساحة A، عند درجة حرارة t_w، إلي مائع عند درجة حرارة t، يعطي بالمعادلة التالية:-

$$Q = hA(t_w - t) \qquad (3)$$

حيث h هي معامل إنتقال الحرارة (heat transfer coefficient)، ووحدتها هي W/m^2K أو kW/m^2K.

يعتمد معامل إنتقال الحرارة h على خواص المائع وعلى سرعة المائع.

اعتبر إنتقال الحرارة من مائع A إلي مائع B من خلال جدار تقسيم بسمك x، وبموصلية حرارية k، كما موضح في الشكل (1.2). يتم أيضاً توضيح تفاوت درجة الحرارة في إتجاه إنتقال الحرارة. في المائع A تنخفض درجة الحرارة سريعاً من t_A إلي t_1 في منطقة الحائط، ونفس الشئ، في المائع B تنخفض درجة الحرارة سريعاً من t_2 إلي t_B في منطقة الحائط. في معظم الحالات العملية تكون درجة حرارة المائع تقريباً متساوية خلال معظم المائع، بإستثناء شريحة رفيعة قريبة من السطح المصمت تحد المائع. توضِّح الخطوط المتقطعة في

الشكل (1.2) أنَّ سمك هذه الشريحة من المائع تُعطي بـ δ_A للمائع A و بـ δ_B للمائع B. يكون إنتقال الحرارة في هذه الشرائح بالتوصيل فقط، بالتالي بتطبيق المعادلة (2):

معدل انتقال الحرارة بالتوصيل لكل وحدة مساحة من المائع A إلي الحائط يتم إعطاؤه كالآتي:

$$q = \frac{k_A}{\delta_A}(t_A - t_1) \qquad \text{(a)}$$

معدل انتقال الحرارة بالتوصيل لكل وحدة مساحة من الحائط إلي المائع B يتم إعطاؤه كالآتي:

$$q = \frac{k_B}{\delta_B}(t_2 - t_B) \qquad \text{(b)}$$

أيضاً من المعادلة (3)، من المائع A إلي الحائط،

معدل انتقال الحرارة بالحمل لكل وحدة مساحة من المائع A إلي الحائط يعطى بـ :

$$q = h_A(t_A - t_1) \qquad \text{(c)}$$

ومن الحائط إلي المائع B،

معدل انتقال الحرارة بالحمل لكل وحدة مساحة من الحائط إلي المائع B يعطى بـ :

$$q = h_B(t_2 - t_B) \qquad \text{(d)}$$

بمقارنة المعادلات (a) و (c)، والمعادلات (b) و (d)، يمكن ملاحظة الآتي:-

$$h_A = \frac{k_A}{\delta_A} \quad \text{و} \quad h_B = \frac{k_B}{\delta_B}$$

عموماً، $h=k/\delta$ ، حيث δ هو سمك الشريحة الراكدة للمائع على السطح.

سريان الحرارة خلال الحائط في الشكل (1.2) يعطي بالمعادلة (2).

$q = \frac{k}{\delta}(t_1 - t_2)$، لوحدة مساحة سطح

لإنتقال حرارة للحالـة المستقرة، يكون سريان الحرارة من المائع A إلي الحائط مساوياً لسريان الحرارة خلال الحائط والذي يكون أيضاً مساوياً لسريان الحرارة من الحائط إلي المائع B. إذا لم يكن ذلك كذلك، بالتالي فإنَّ درجات الحرارة t_A، t_1، t_2 و t_B سوف لن تظل ثابتة وبالتالي ستتغير مع الزمن.

عليه،

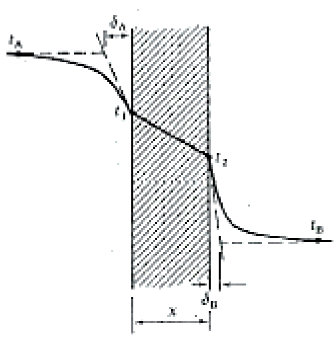
$$q = h_A(t_A - t_1) = \frac{k}{x}(t_1 - t_2) = h_B(t_2 - t_B)$$

بإعادة كتابة المعادلات بدلالات درجات الحرارة، نحصل على:-

$$(t_A - t_1) = \frac{q}{h_A} \; ; (t_1 - t_2) = \frac{qx}{k} \; ; \qquad (t_2 - t_B) = \frac{q}{h_B}$$

بالتالي بإضافة الأطراف المتناظرة للمعادلات الثلاث نحصل على:-

$$(t_A - t_1) + (t_1 - t_2) + (t_2 - t_B) = \frac{q}{h_A} + \frac{qx}{k} + \frac{q}{h_B}$$



شكل (1.2) تفاوت درجة الحرارة لإنتقال حرارة من مائع إلي مائع آخر خلال جدار تقسيم

وعليه،

$$(t_A - t_B) = q\left(\frac{1}{h_A} + \frac{x}{k} + \frac{1}{h_B}\right)$$

$$\text{i.e.} \quad q = \frac{(t_A - t_B)}{\left(\frac{1}{h_A} + \frac{x}{k} + \frac{1}{h_B}\right)}$$

بالتناظر مع المعادلة (3)، يمكن كتابة المعادلة عاليه كالآتي:-

$$q = U(t_A - t_B) \qquad (4)$$

أو $$Q = UA(t_A - t_B) \qquad (5)$$

$$\frac{1}{U} = \left(\frac{1}{h_A} + \frac{x}{k} + \frac{1}{h_B}\right) \qquad (6)$$

حيث U تُسمَّي بمعامل إنتقال الحرارة الإجمالي ولديها نفس وحدات h.

مثال(2):-

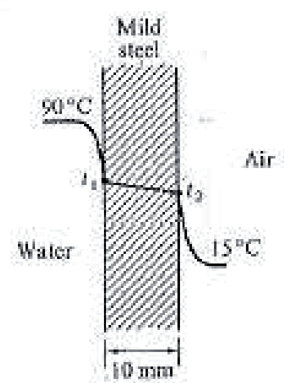
خزان من الفولاذ الطري بسمك حائط 10mm يحتوي على ماء عند 90°C عندما تكون درجة الحرارة الجوية مساوية لـ 15°C. تكون الموصلية الحرارية للفولاذ الطري مساوية لـ 50W/mK، ومعاملات إنتقال الحرارة لداخل وخارج الخزان هما 2800 و $11W/m^2K$ على الترتيب. أحسب:-

(i) معدَّل فقد الحرارة لكل وحدة مساحة لسطح الخزان؛

(ii) درجة حرارة السطح الخارجي للخزان.

الحل:-

(i) حائط الخزان يتم توضيحه مخططياً في الشكل (1.3) أدناه. من المعادلة (6).



شكل (1.3) حائط الخزان للمثال (2)

$$\frac{1}{U}=\frac{1}{h_A}+\frac{x}{k}+\frac{1}{h_B}=\frac{1}{2800}+\frac{10\times10^{-3}}{50}+\frac{1}{11}$$

$$=0.000357+0.0002+0.0909$$

i.e. $\frac{1}{U}=0.0915$

من بعد التعويض في المعادلة (4)، $q=U(t_A-t_B)$

نحصل على ، $q=\left[\frac{90-15}{0.0915}\right]=820W/m^2$

i.e. $=\underline{\underline{0.82}}kW$ معدَّل فقد الحرارة لكل m^2 من مساحة السطح.

(ii) من المعادلة (3)، $q=h_B(t_2-t_B)$

أو $820=11(t_2-15)$

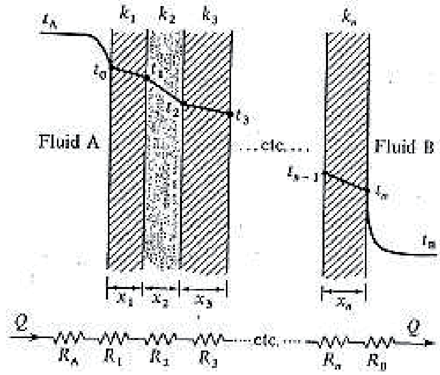
$$\therefore t_2=\frac{820}{11}+15=\underline{\underline{89.6}}°C$$

i.e. درجة حرارة السطح الخارجي للخزان، $t_2=\underline{\underline{89.6}}°C$

1.6 الحائط المركب والتناظر الكهربي:- (Composite Wall and the Electrical Analogy)

هنالك حالات عديدة عملياً عندما يتم إنشاء مواد مختلفة بطبقات لتكوين حائط مركَّب. كمثال لذلك حائط المبني الذي يتكون عادة من طبقة من المونة، صف من الطوب ، فجوة هواء، صف ثاني من الطوب، وربما طبقة من الأسمنت على السطح الخارجي.

إعتبر الحالة العامة لحائط مركَّب كما موضح في الشكل (1.4) أدناه.



شكل (1.4) إنتقال الحرارة خلال حائط مركَّب

هنالك n طبقة من مادة بسمك x_1، x_2، x_3، ....، x_n، وبموصلية حرارية k_1، k_2، k_3، ....، k_n. على أحد طرفي الحائط المركّبَ هنالك مائع A عند درجة حرارة t_A، ومعامل إنتقال الحرارة من المائع A إلي الحائط هو h_A؛ على الطرف الآخر للحائط المركَّب هنالك مائع B، ومعامل إنتقال الحرارة من الحائط للمائع B هو h_B. إجعل درجة حرارة الحائط الملامس للمائع A هي t_o ودرجة حرارة الحائط الملامس للمائع B هو t_n؛ من بعد فإن درجات الحرارة البينية هي t_1، t_2، t_3، الخ. كما موضح فإن الأسلوب الأكثر ملائمة لحل هذه المسألة هو استخدام التناظر الكهربي. يمكن إفتراض سريان الحرارة مناظراً لتيار كهربي. يحدث سريان الحرارة نتيجة لفرق درجة الحرارة بينما يحدث سريان التيار نتيجة لفرق الجهد، بالتالي من الممكن إفتراض مقاومة حرارية مناظرة لمقاومة كهربية. من قانون أوم نحصل على:−

$$V = I\ R \quad \text{أو} \quad I = \frac{V}{R}$$

حيث V هو فرق الجهد، I هو التيار، و R هي المقاومة.

بمقارنة هذه المعادلة مع المعادلة (2)،

$$Q = \{kA/x\}(t_1 - t_2)$$

نحصل على،

$$R = \frac{x}{kA}$$ ، المقاومة الحرارية (7)

حيث Q مناظرة لـ I، و $(t_1 - t_2)$ مناظرة لـ V.

يكون الحائط مناظراً لمتسلسلة من المقاومات كما موضَّح في الشكل (1.4)، ويمكن جمع المقاومات على التوالي للحصول على المقاومة الكلية. لإيجاد مقاومة شريحة المائع من الضروري مقارنة قانون أوم مع المعادلة (3)، $Q = hA(t_w - t)$،

i.e. (8) $$R = \frac{1}{hA}$$ ، المقاومة الحرارية لشريحة المائع

حيث Q مناظرة لـ I و $(t_w - t)$ مناظرة لـ V. لاحظ أنَّ وحدات المقاومة الحرارية هي K/W أو K/kW.

بالرجوع للشكل (1.4) نحصل على،

$$R_A = \frac{1}{h_A A}, \quad R_1 = \frac{x_1}{k_1 A}, \quad R_2 = \frac{x_2}{k_2 A}, etc$$

$$R_n = \frac{1}{k_n A}, \quad R_B = \frac{1}{h_B A}$$

المقاومة الكلية لسريان الحرارة هي،

$$R_T = R_A + R_1 + R_2 + \ldots + R_n + R_B = \frac{1}{h_n A} + \frac{x_1}{k_1 A} + \ldots + \frac{x_n}{k_n A} + \frac{1}{h_B A}$$

أو لأي عدد من طبقات المادة،

(9) $$R_T = \frac{1}{h_A A} + \sum \frac{x}{kA} + \frac{1}{h_B A}$$ ، المقاومة الكلية.

يمكن الملاحظة من المعادلة (9)، أنه في هذه الحالة تظل مساحة السطح A، ثابتة خلال الحائط، ومن المعتاد حساب المقاومة الكلية لوحدة مساحة سطح في مثل هذا المسائل.

باستخدام التناظر الكهربي لإنتقال الحرارة الإجمالي نحصل على،

$$Q = \frac{t_A - t_B}{R_t} \qquad (10)$$

{ والتي هي مناظرة لـ $I = \frac{V}{R}$ }

في المعادلة (6) يمكن تعريف معامل إنتقال الحرارة الإجمالي، U كالآتي:-

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{h_A} + \frac{x}{k} + \frac{1}{h_B}$$

لأيِّ عدد من الحوائط نحصل على،

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{h_A} + \sum \frac{x}{k} + \frac{1}{h_B}$$

يمكن ملاحظة أن مقلوب U هو بباسطة المقاومة الحرارية لوحدة مساحة،

$$\text{i.e.}\ \frac{1}{U} = R_T A \quad \text{أو} \qquad U = \frac{1}{R_T A} \qquad\qquad (11)$$

إذا كانت درجات حرارة السطح الداخلي والخارجي للحائط معلومة، بالتالي يمكن إيجاد إنتقال الحرارة بحساب المقاومة الحرارية للحائط المركَّب فقط،

$$\text{i.e.} \quad R = \sum \frac{x}{kA}$$

معامل إنتقال الحرارة الإجمالي من أحد أسطح الحائط إلي السطح الآخر يُعطي بـ:-

$$\frac{1}{U} = \sum \frac{x}{k}$$

يجب ملاحظة أنَّه يمكن أن تكون هنالك مقاومة حرارية إضافية في الأسطح البينية للحائط المركَّب نتيجة لوجود جيوب صغيرة من الهواء محبوسة بين الأسطح.

مثال (3):-

حائط فرن يتركَّب من طوب حراري بسمك 125mm وطوب حريق عازل بسمك 125mm معزول بفجوة هوائية. يكون الحائط الخارجي مغطى بطبقة من البياض بسمك 12mm. يكون السطح الداخلي للحائط عند 1100°C ودرجة حرارة الغرفة عند 25°C. معامل إنتقال الحرارة من سطح الحائط الخارجي إلي الهواء في

الغرفة هو $17W/m^2K$، ومقاومة سريان الحرارة لفجوة الهواء هي $0.16k/W$. الموصليات الحرارية للطوب الحراري، طوب الحريق العازل، والبياض هي 1.6، 0.3، و $0.14W/mK$، على الترتيب. أحسب الآتي:−

i/ معدَّل فقد الحرارة لكل وحدة مساحة لسطح الحائط؛

ii/ درجة الحرارة عند كل سطح بيني خلال الحائط؛

iii/ درجة حرارة السطح الخارجي للحائط.

الحل:−

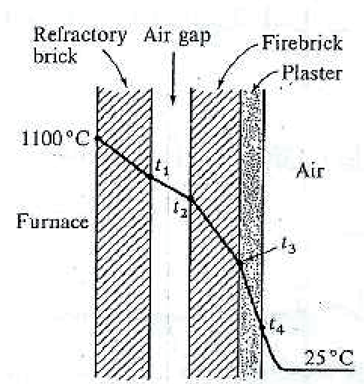
i/ يتم توضيح الحائط في الشكل (1.5) أدناه. إعتبر $1m^2$ من مساحة السطح.

من بعد باستخدام المعادلة (7)، $R = \frac{x}{kA}$، نحصل على:−

مقاومة الطوب الحراري $= \frac{125\times10^{-3}}{1.6} = 0.0781K/W$

مقاومة طوب الحريق العازل $= \frac{125\times10^{-3}}{0.3} = 0.417K/W$

مقاومة البياض (plaster) $= \frac{12\times10^{-3}}{0.14} = 0.0857K/W$



شكل (1.5) الحائط المركَّب للمثال (3)

أيضاً، باستخدام المعادلة (8) لشريحة مائع، $R = \frac{1}{hA}$ نحصل على،

مقاومة شريحة الهواء على السطح الخارجي $= \frac{1}{17}\ K/W$

بالتالي،

المقاومة الكلية ، $R_T = 0.0781 + 0.417 + 0.0857 + \frac{1}{17} + 0.16$

حيث مقاومة فجوة الهواء هي 0.16 K/W،

i.e. $R_T = 0.8 k/W$

من بعد بإستخدام المعادلة (10)،

$$Q = \frac{t_A - t_B}{R_T} = \frac{1100 - 25}{0.8} = \underline{1344} W$$

i.e. $\underline{\underline{1.344}} kW =$ معدَّل فقد الحرارة لكل m^2 من مساحة السطح

(ii) بالرجوع للشكل (1.5)، درجات الحرارة للأسطح البينية t_1، t_2 و t_3؛ يكون السطح الخارجي عند t_4. بتطبيق التناظر الكهربي لكل طبقة وبإستخدام قيّم المقاومة الحرارية التي تمَّ حسابها أعلاه، نحصل على،

$$Q = 1344 = \frac{1100 - t_1}{0.0781}$$

i.e. $t_1 = 1100 - (1344 \times 0.0781) = \underline{\underline{995}}°C$

أيضاً $Q = 1344 = \frac{t_1 - t_2}{0.16}$ ،

i.e. $t_2 = 995 - (1344 \times 0.16) = \underline{\underline{780}}°C$

$Q = 1344 = \frac{t_2 - t_3}{0.417}$ ،

i.e. $t_3 = 780 - (1344 \times 0.417) = \underline{\underline{220}}°C$

و $Q = 1344 = \frac{t_3 - t_4}{0.0857}$

i.e. $t_4 = 220 - (1344 \times 0.0857) = \underline{\underline{104}}°C$

(iii) درجة الحرارة t_4 يمكن أيضاً إيجادها بإعتبار شريحة الهواء،

$$\text{i.e.} \quad Q = 1344 = \frac{t_4 - 25}{1/17}$$

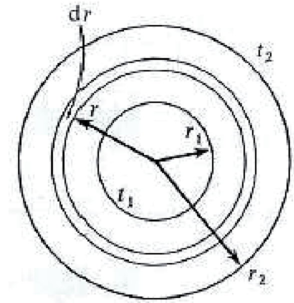
$$\text{i.e.} \quad t_4 = (1344 \times 1/17) + 25 = \underline{\underline{104.1°C}}$$

i.e. درجة الحرارة عند السطح الخارجي للحائط = $\underline{\underline{104.1°C}}$

1.7 سريان الحرارة خلال أسطوانة وكرة:- (Heat Flow through a Cylinder or Sphere)

1. إنتقال الحرارة خلال أسطوانة:

إعتبر أسطوانة بنصف قطر داخلي r_1، ونصف قطر خارجي r_2 كما موضَّح في الشكل (1.6) أدناه. إجعل درجات حرارة السطح الداخلي والخارجي هي t_1 وt_2، على الترتيب. إعتبر سريان الحرارة خلال عنصر صغير بسمك dr، عند أيّ نصف قطر r، حيث تكون درجة الحرارة t. إجعل الموصلية الحرارية للمادة k.



شكل (1.6) مقطع عرضي خلال أسطوانة

من بعد، بتطبيق المعادلة (1) لوحدة طول في الإتجاه المحوري، نحصل على،

$$Q = -kA\frac{dt}{dx} = -k(2\pi r \times 1)\frac{dt}{dx}$$

$$\text{i.e.} \quad Q\frac{dr}{r} = 2\pi\ k\ dt$$

بالتكامل بين الأسطح الداخلية والخارجية ،

$$Q\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r} = -2\pi k\int_{t_1}^{t_2} dt$$

حيث أنَّ كُلٍّ من Q و k مقادير ثابتة.

$$Q\ln\frac{r_2}{r_1} = -2\pi k\left(t_2 - t_1\right) = 2\pi k\left(t_1 - t_2\right)$$

$$\text{i.e.}\quad Q = \frac{2\pi k\left(t_1 - t_2\right)}{\ln\left(r_2 / r_1\right)} \qquad (12)$$

الآن من المعادلة (2)،

$$Q = \frac{kA}{x}\left(t_1 - t_2\right)$$

إذا تمَّ إحلال مساحة متوسطة A_m في هذه المعادلة وأيضاً إحلال السمك x بـ $(r_2 - r_1)$، نحصل على،

$$Q = \frac{kA_m\left(t_1 - t_2\right)}{\left(r_2 - r_1\right)}$$

بمقارنة هذه المعادلة مع المعادلة (12)، بالتالي،

$$Q = \frac{kA_m\left(t_1 - t_2\right)}{\left(r_2 - r_1\right)} = \frac{2\pi k\left(t_1 - t_2\right)}{\ln\left(r_2 / r_1\right)}$$

عليه،

$$\frac{A_m}{r_2 - r_1} = \frac{2\pi}{\ln\left(r_2 / r_1\right)}$$

$$A_m = \frac{2\pi\left(r_2 - r_1\right)}{\ln\left(r_2 / r_1\right)} = \frac{A_2 - A_1}{\ln\left(r_2 / r_1\right)}$$

A_m يسمي بمتوسط المساحة اللوغاريثمي (logarithmic mean area)، وبإستخدام هذه المساحة في المعادلة (2) سيتم الحصول على حل مضبوط. يمكن الملاحظة من عاليه أن هنالك أيضاً متوسط نصف قطر لوغريثمي (logarithmic mean radius) يُعطي بـ:−

$$\mathrm{r_m} = \frac{\mathrm{r_2 - r_1}}{\ln\left(\mathrm{r_2 / r_1}\right)}$$

في حالة أسطوانة مركبة (.e.g ماسورة معدنية بطبقات عديدة) يتم إستخدام التناظر الكهربي؛ باستخدام المعادلة (7)،

$$R = \frac{x}{kA_m}$$

حيث x هو سمك الطبقة، و A_m هو متوسط المساحة اللوغاريثمي لتلك الطبقة. من المعادلة (12)، بتطبيق التناظر الكهربي ($I = V/R$)، يمكن ملاحظة أنَّ ،

$$R = \frac{\ln(r_2 / r_1)}{2\pi k} \qquad (13)$$

شريحة المائع على الأسطح الداخلية والخارجية يمكن معالجتها كما في السابق بإستخدام المعادلة (8)،

$$\text{i.e.} \qquad R_{outside} = \frac{1}{h_o A_o}$$

حيث A_o هي مساحة السطح الخارجي، $2\pi r_2$، بالرجوع للشكل (1.6)، و h_o هي معامل إنتقال الحرارة للسطح الخارجي.

$$R_{inside} = \frac{1}{h_i A_i}$$

حيث A_i هي مساحة السطح الداخلي، $2\pi r_1$ و h_i هي معامل إنتقال الحرارة للسطح الداخلي.

يمكن الملاحظة من المعادلة (12)،

$$Q = \frac{2\pi k(t_1 - t_2)}{\ln(r_2 / r_1)}$$

أنَّ معدَّل إنتقال الحرارة يعتمد على نسبة الأقطار r_2/r_1، وليس على الفرق (r_2-r_1). كلما قلت نسبة الأخطار r_2/r_1 ، كلما زاد معدَّل سريان الحرارة لنفس فرق درجة الحرارة.

في معظم المسائل العملية تميل النسبة r_2/r_1، إلي قيمة ذات وحدة بما أنَّ سمك جدار الماسورة عادة ما يكون صغيراً مقارنة بمتوسط نصف القطر. في هذه الحالات يمكن إستخدام متوسط نصف القطر الحسابي (arithmetic mean radius) كتقريب كافٍ.

$$\text{i.e.} \qquad \text{متوسط نصف القطر الحسابي} = \frac{r_2 - r_1}{2}$$

يكون الخطأ في معدَّل إنتقال الحرارة نتيجة لإستخدام المتوسط الحسابي بدلاً عن المتوسط اللوغاريثمي أكبر بقليل عن 4% لنسبة أقطار $r_2/r_1 = 2$. معظم التجارب العملية لإنتقال الحرارة لا تعطي أفضل من 4 إلي 5%، بالتالي كتقريب جيِّد يتم إستخدام متوسط المساحة الحسابي عندما $r_2/r_1<2$.

مثال (4):-

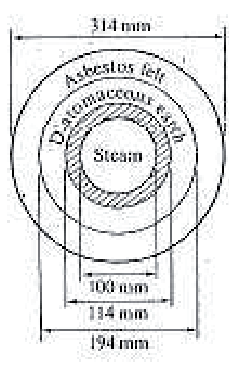
ماسورة من الفولاذ بقطر 100mm وبسمك جدار 7mm تحمل بخاراً عند 260°C، يتم عزلها بمادة (diatomaceous) بسمك 40mm، ويتم عزلها هذا الغطاء بشريحة أسبستوس (asbestos felt) بسمك 60mm. درجة حرارة الجو هي 15°C. معاملات إنتقال الحرارة للأسطح الداخلية والخارجية هما 550 و $15 W/m^2K$ على الترتيب، والموصليات الحرارية للفولاذ، طبقة(diatomaceous)، وشريحة الأسبستوس هي 50، 0.09، و 0.07W/mK على الترتيب. أحسب الآتي:-

(i) معدَّل فقد الحرارة بواسطة البخار لكل m من طول الماسورة.

(ii) درجة حرارة السطح الخارجي.

الحل:-

(i) يتم توضيح المقطع العرضي لماسورة في الشكل (1.7) أدناه.



شكل (1.7) مقطع عرضي خلال أسطوانة معزولة للمثال (4)

إعتبر 1m من طول الماسورة. من المعادلة (8)،

$$R = \frac{1}{hA}$$

i.e. مقاومة شريحة البخار $= \dfrac{1}{550 \times 2\pi \times 50 \times 10^{-3} \times 1} = \underline{0.0079} K/W$

من المعادلة (13)، لماسورة الفولاذ،

$$R = \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi k}$$

مقاومة الماسورة $= \dfrac{\ln(57/50)}{2\pi \times 50} = \underline{0.000417} K/W$

نفس الشئ،

مقاومة طبقة الـ (diatomaceous) $= \dfrac{\ln(97/57)}{2\pi \times 0.09} = \underline{0.94} K/W$

مقاومة شريحة الأسبستوس $= \dfrac{\ln(157/97)}{2\pi \times 0.07} = \underline{1.095} K/W$

من المعادلة (8)، لشريحة الهواء عند السطح الخارجي،

مقاومة شريحة الهواء $= \dfrac{1}{hA} = \dfrac{1}{15 \times 2\pi \times 157 \times 10^{-3} \times 1} = \underline{0.0675} K/W$

بالتالي،

المقاومة الكلية، $R_T = 0.00579 + 0.000417 + 0.94 + 1.095 + 0.0675$

$$\text{i.e.} \quad R_T = \underline{2.1087} K/W$$

لاحظ أنَّ المقاومة لسريان الحرارة للماسورة المعدنية قيمتها صغيرة جداً؛ أيضاً في هذه الحالة فإنَّ مقاومة الشريحة على السطح الداخلي تكون صغيرة جداً وذلك بسبب أنَّ معامل إنتقال الحرارة للبخار قيمته عالية.

$$Q = \frac{t_A - t_B}{R_T} = \frac{260 - 15}{2.1087} = \underline{116} W$$

i.e. معدَّل فقد الحرارة لكل m من طول الماسورة $= \underline{116} W$

(ii) بإستخدام التناظر الكهربي لشريحة الهواء نحصل على،

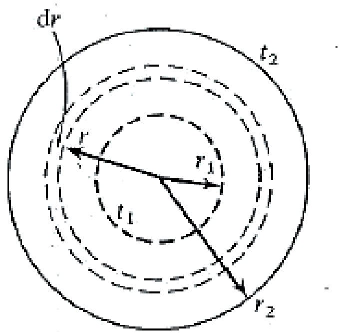
$$Q = 116 = \frac{t - 15}{0.0675}$$

حيث t هي درجة حرارة السطح الخارجي،

$$t = (116 \times 0.0675) + 15 = \underline{22.8}°C$$

2. إنتقال الحرارة خلال كرة:-

إعتبر كرة مجوفة بنصف قطر داخلي r_1 ونصف قطر خارجي r_2، كما موضَّح في الشكل (1.8) أدناه. إجعل درجات حرارة السطح الداخلي والخارجي t_1، t_2، وإجعل الموصلية الحرارية k. إعتبر عنصراً صغيراً بسمك dr عند أيّ نصف قطر r. يمكن ملاحظة أنَّ مساحة السطح لهذا العنصر الكروي تُعطي بـ $4\pi r^2$.



شكل (1.8) كرة جوفاء

بالتالي بإستخدام المعادلة (1)،

$$Q = -kA\frac{dt}{dr} = -k4\pi r^2\frac{dt}{dr}$$

بالتكامل،

$$Q = \int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r^2} = -4\pi k\int_{t_1}^{t_2}dt$$

عليه،

$$-Q\left(\frac{1}{r_2}-\frac{1}{r_1}\right)=-4\pi k\left(t_2-t_1\right)$$

$$\frac{Q\left(r_2-r_1\right)}{r_1 r_2}=4\pi k\left(t_2-t_1\right)$$

$$\text{i.e. } Q=\frac{4\pi k r_1 r_2\left(t_2-t_1\right)}{\left(r_2-r_1\right)} \qquad \text{(a)}$$

بالتالي بتطبيق التناظر الكهربي، $(I = V/R)$، نحصل على،

$$R=\frac{\left(r_2-r_1\right)}{4\pi k r_1 r_2} \qquad (14)$$

إذا تمَّ إدخال المساحة المتوسطة A_m، بالتالي من المعادلة (2)،

$$Q=\frac{kA_m}{x}\left(t_1-t_2\right)=\frac{kA_m\left(t_1-t_2\right)}{\left(r_2-r_1\right)} \qquad \text{(b)}$$

بمقارنة المعادلات (a) و (b) عاليه، نحصل على،

$$A_m = 4\pi r_1 r_2$$

نصف القطر المتوسط، r_m يمكن تقريبه كالآتي،

$$\text{i.e.} \quad A_m = 4\pi r_m^2 = 4\pi r_1 r_2$$

عليه،

$r_m = \sqrt{(r_1 r_2)}$، نصف القطر المتوسط

يمكن ملاحظة أنَّ r_m هو نصف القطر المتوسط الهندسي.

مثال (5):-

فرن نصف كروي يتم بناؤه بطبقة داخلية من طوب الحريق العازل بسمك 125mm، وبغطاء خارجي من الـ magnesia بسمك 40mm. يكون السطح الداخلي للفرن عند 800°C ومعامل إنتقال الحرارة للسطح الخارجي $10 W/m^2K$؛ درجة حرارة الغرفة هي 20°C. أحسب معدَّل فقد الحرارة خلال الفرن إذا كان نصف القطر

الداخلي 0.6m خذ الموصليات الحرارة لطوب الحريق و الـ magnesia كـ 0.31 و 0.05W/mK على الترتيب.

الحل:-

لطوب الحريق:- من المعادلة (14)، لنصف كرة

$$\text{مقاومة طوب الحريق} = \frac{0.125}{2\pi \times 0.31 \times 0.6 \times 0.725} = \underline{0.1478} K/W$$

للـ magnesia

$$\text{مقاومة الـ magnesia} = \frac{0.04}{2\pi \times 0.05 \times 0.725 \times 0.765} = \underline{0.2295} K/W$$

للسطح الخارجي:- من المعادلة (8)،

$$\text{مقاومة شريحة الهواء الخارجية} = \frac{1}{hA} = \frac{1}{10 \times 2\pi \times 0.765^2} = \underline{0.0272} K/W$$

بالتالي،

$$\text{المقاومة الكلية}\text{ ،}\ R_T = 0.1478 + 0.2295 + 0.0272$$

$$= \underline{0.4045} K/W$$

من بعد بإستخدام المعادلة (10)،

$$Q = \frac{t_A - t_B}{R_T} = \frac{800 - 20}{0.4045} = \underline{1930} W$$

i.e. $\text{معدَّل فقد الحرارة في الفرن} = \underline{\underline{1.93}} kW$

الفصل الثاني

المعادلة العامة للتوصيل للإحداثيات الكارتيزية والقطبية

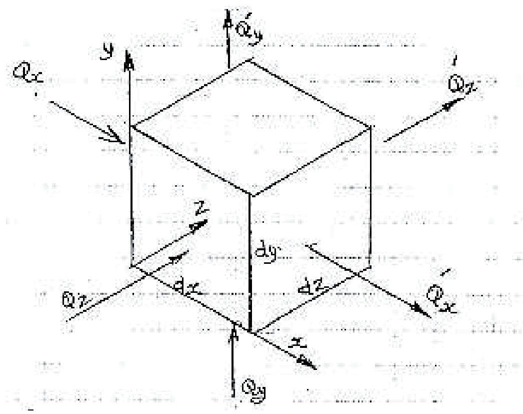
(General Conduction Equation for Cartesian and Polar Co – ordinates)

2.1 المعادلة العامة للتوصيل للإحداثيات الكارتيزية أو المستطيلة

(General Conduction Equation for Cartesian or Rectangular Co-ordinates)

هنالك معادلة يتم إشتقاقها لجسم مصمت ذو ثلاث أبعاد به توليد حراري داخلي منتظم نتيجة للتسحين الأومي (التسخين الذري لجزيئات المادة)، وتغيُّر في درجة الحرارة بالنسبة للزمن.

إعتبر عنصراً عند درجة حرارة t، عن أيّ لحظة من الزمن τ خلال الجسم المصمت المتجانس الموضَّح في الشكل (2.1) أدناه. إجعل معدَّل توليد الحرارة الداخلي لكل وحدة حجم هو $\dot{q}$. إجعل كثافة المادة ρ، سعة الحرارة النوعية C، والموصلية الحرارية k؛ إفترض أنَّ هذه الخواص تكون منتظمة وثابتة مع الزمن.



شكل (2.1) عنصر صغير لجسم مصمت متجانس

بإستخدام قانون فورير للتوصيل (Fourier's Law of Conduction) والذي يقول (معدَّل سريان الحرارة خلال معدن مصمت متجانس مفرد يتناسب طرداً مع مساحة المقطع المتعامد مع إتجاه السريان ومع التغير في درجة الحرارة بالنسبة لطول ممر السريان $\frac{dt}{dx}$ (هذا قانون تجريبي مؤسس على المشاهدة).

$$Q\alpha - A\frac{dt}{dx}$$

$Q = -kA\frac{dt}{dx}$، السريان في إتجاه x

$$Qdx = -kAdt$$

$$\int_0^x Qdx = -\int_{t_1}^{t_2} kAdt$$

$$Qx = -kA(t_2 - t_1)$$

$$\therefore Q = \frac{-kA}{x}(t_2 - t_1) \; or \; Q = \frac{kA}{x}(t_1 - t_2)$$

$$Q_x = -kA\frac{\partial t}{\partial x} = -k(dy\,dz)\frac{\partial t}{\partial x}$$

$$Q_y = -kA\frac{\partial t}{\partial y} = -k(dxdz)\frac{\partial t}{\partial y}$$

$$Q_z = -kA\frac{\partial t}{\partial z} = -k(dx\,dy)\frac{\partial t}{\partial z}$$

التغير في سريان الحرارة في إتجاه x،

$$Q'_x - Q_x = \frac{\partial Q}{\partial x}dx = -k\frac{\partial^2 t}{\partial x^2}dx\,dy\,dz$$

نفس الشئ بالنسبة لسريان الحرارة في إتجاه y، z،

$$Q'_y - Q_y = \frac{\partial Q}{\partial y}dy = -k\frac{\partial^2 t}{\partial y^2}dx\,dy\,dz$$

$$Q'_z - Q_z = \frac{\partial Q}{\partial z}dz = -k\frac{\partial^2 t}{\partial z^2}dx\,dy\,dz$$

$Q = \dot{q}(dx\,dy\,dz)$، (rate of heat generation) معدَّل توليد الحرارة.

معدَّل زيادة طاقة للعنصر = الكتلة × الحرارة النوعية × معدَّل تغير درجة الحرارة بالنسبة للزمن.

$$\rho(dx\ dy\ dz)C\frac{\partial t}{\partial \tau} = \text{معدَّل زيادة طاقة العنصر}$$

موازنة الطاقة للعنصر تُعطي بالمعادلة التالية:-

معدَّل زيادة طاقة العنصر = معدَّل توليد الحرارة - التغير في سريان الحرارة

$$\dot{q}(dxdydz) - \left[(Q'_x - Q_x) + (Q'_y - Q_y) + (Q'_z - Q_z)\right] = \rho C(dxdydz)\frac{\partial t}{\partial \tau}$$

ويمكن التعبير عنها كالآتي:-

$$\dot{q}(dx\,dy\,dz) - \left[-k\frac{\partial^2 t}{\partial x^2}dx\,dy\,dz - k\frac{\partial^2 t}{\partial y^2}dx\ dy\,dz - k\frac{\partial^2 t}{\partial z^2}dxdydz\right]$$
$$= \rho C(dx\,dy\,dz)\frac{\partial t}{\partial \tau}$$

وبقسمة طرفي المعادلة على $(\mathrm{dx\,dy\,dz})$، نحصل على

$$\dot{q} - \left[-k\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} - k\frac{\partial^2 t}{\partial y^2} - k\frac{\partial^2 t}{\partial z^2}\right] = \rho C\frac{\partial t}{\partial \tau}$$

بقسمة طرفي المعادلة % k

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} + \frac{\dot{q}}{k} = \frac{\rho C}{k}\frac{\partial t}{\partial \tau}$$

لكن $\alpha = \frac{k}{\rho C}$ (الإنتشارية الحرارية) (Thermal diffusivity)

الإنتشارية الحرارية هي النسبة بين الموصلية الحرارية k والسعة الحرارية ρC.

إذا كانت قيمة α كبيرة فهذا يعني إما قيمة k كبيرة أو قيمة ρC صغيرة. ففي الحالة الأولي يكون هنالك إنتقال حراري سريع، وفي الحالة الثانية يكون إمتصاص الحرارة بواسطة الجسم صغير.

وهكذا فإنَّ المعادلة عاليه يمكن كتابتها كالآتي:-

(معادلة ثلاثية البعد غير مستقرة) $$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} + \frac{\dot{q}}{k} = \frac{1}{\alpha}\frac{\partial t}{\partial \tau}$$

وإذا كانت المعادلة مستقرة في الثلاث أبعاد، فإن $\frac{\partial t}{\partial \tau}=0$ ، فيمكن بالتالي التعبير عنها كالآتي:

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 t}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 t}{\partial z^2}+\frac{\dot{q}}{k}=0$$

إذا كانت المنظومة مستقرة في بعدين،

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 t}{\partial y^2}+\frac{\dot{q}}{k}=0$$

وإذا كانت المنظومة مستقرة في بعد واحد،

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2}+\frac{\dot{q}}{k}=0$$

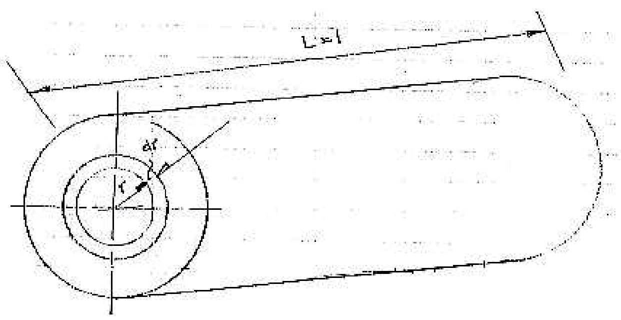
2.2 المعادلة العامة للتوصيل للإحداثيات القطبية الأسطوانية :-

(General Conduction Equation for Polar or Cylindrical Co-Ordinate)

أعتبر سريان الحرارة خلال عنصر حلقي صغير سمكه dr عند أيّ نصف قطر r، حيث درجة الحرارة هي t.

إجعل الموصلية الحرارية للمادة k.

لوحدة طول في الإتجاه المحوري كما في الشكل (2.2) أدناه يمكن كتابة معادلة موازنة الطاقة كالآتي:−



شكل (2.2) عنصر أسطواني صغير لجسم مصمت

معادلة موازنة الطاقة للعنصر،

$$\dot{q}2\pi r\,dr-\frac{\partial Q}{\partial r}dr=\rho C\,2\pi\,r\frac{\partial t}{\partial \tau}$$

$$\dot{q}2\pi r\,dr-\frac{\partial}{\partial r}\left[-k2\pi r\frac{\partial t}{\partial r}\right]dr=\rho C\,2\pi\,r\,dr\frac{\partial t}{\partial \tau}$$

بقسمة طرفي المعادلة % $2\pi dr$:-

$$\dot{q}r+\frac{\partial}{\partial r}\left(k\,r\frac{\partial t}{\partial r}\right)=\rho C\,r\frac{\partial t}{\partial \tau}$$

$$\therefore\ \dot{q}r+\left[k\,r\frac{\partial^2 t}{\partial r^2}+k\frac{\partial t}{\partial r}\right]=\rho C\,r\frac{\partial t}{\partial \tau}$$

بقسمة البسط والمقام % kr :

$$\therefore\ \frac{\partial^2 t}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial t}{\partial r}+\frac{\dot{q}}{k}=\frac{1}{\alpha}\frac{\partial t}{\partial \tau}$$

معرفة توزيع درجة الحرارة خلال جسم معيَّن تكون ذات أهمية كبيرة في الكثير من المسائل الهندسية. هذه المعلومة ستكون مفيدة في حساب الحرارة المكتسبة والحرارة المفقودة في الجسم. وهي مفيدة في تصميم الغلايات (Boilers)، التوربينات (Turbines)، الآلات النفاثة (Jet Engines)، وقوالب السباكة والصب (Casting and Molding Dies).

مثال (1):-

حل معادلة التوصيل لتوزيع درجة الحرارة وإنتقال الحرارة في حالة التوصيل المستقر أحادي البعد بدون توليد (without generation).

(a) في الإحداثيات المستطيلة (الكارتيزية).

(b) في الإحداثيات الأسطوانية (القطبية).

الحل:-

(a) الإحداثيات المستطيلة:- (rectangular co-ordinates)

وبما أنَّ سريان الحرارة في بعد واحد يمكن إستخدام، $\frac{\partial^2 t}{\partial x^2}=0$

بتحويل المعادلة التفاضلية الجزئية إلى معادلة تفاضلية عادية ،

$$\frac{d^2t}{dx^2}=0$$

بالتكامل، $\frac{dt}{dx}=C_1$

بالتكامل مرة أخرى، $t(x)=C_1x+C_2$ (توزيع درجة الحرارة)

ومعدَّل سريان الحرارة، $Q=-kA\frac{dt}{dx}-kAC_1$

(وهكذا، فإنَّ معدَّل سريان الحرارة يكون ثابتاً في جميع المواضع).

(b) الإحداثيات الأسطوانية:− (cylindrical co-ordinates)

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dt}{dr}\right)=0 \quad \text{أو} \quad \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial t}{\partial r}\right)=0$$

بالتكامل، $r\frac{dt}{dr}=C_1$

بالتكامل مرة أخرى،

$t(r)=C_1\ln r+C_2$ (توزيع درجة الحرارة)

معدل سريان الحرارة ، $Q=-kA\frac{dt}{dr}=-kA\frac{C_1}{r}=-k2\pi rl\frac{C_1}{r}$

$$=2\pi lkC_1$$

مرة أخرى، فإنَّ معدل سريان الحرارة يكون ثابتاً خلال الأسطوانة.

2.3 التوصيل أحادي البعد المستقر بتوليد حرارة:

(Steady One-Dimensional Conduction with Heat Generation)

1. شريحة مستطيلة:− (rectangular slab)

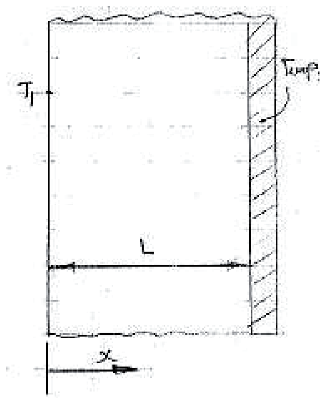
مثال (1):

إعتبر حائطاً عرضه L، أحد وجهيه معزول. إجعل درجة حرارة الوجه الحر تكون T_1، وإجعل قيمة كل من $\dot{q}$ و k ثابتة. حدِّد درجة الحرارة القصوى في الحائط.

حيث $\dot{q}$ = الحرارة المتولدة لكل وحدة حجم.

k = الموصلية الحرارية.

الحل:



$$\frac{d^2t}{dx^2}+\frac{\dot{q}}{k}=0$$

بإجراء التكامل،

$$\frac{dt}{dx}+\dot{q}\frac{x}{k}=C_1 \qquad (1)$$

بالتكامل مرة أخرى،

$$t(x)+\dot{q}\frac{x^2}{2k}=C_1x+C_2 \qquad (2)$$

بتطبيق الشروط الحدودية (B.C) للحصول على قيم C_1 و C_2.

عند $x = 0$، $t(x)=T_1$

بالتعويض في المعادلة (2)،

$$T_1+0=0+C_2$$

$$\therefore C_2=T_1$$

عند $x = L$، $\frac{dt}{dx} = 0$ ، وبالتعويض في المعادلة (1)،

$$\therefore C_1 = \frac{\dot{q}L}{k}$$

$$\therefore t(x) + \frac{\dot{q}x^2}{2k} = \frac{\dot{q}L}{k}x + T_1$$

$$t(x) - T_1 = \frac{\dot{q}Lx}{k}\left(1 - \frac{x}{2L}\right)$$

$$\therefore t(x) = T_1 + \frac{\dot{q}Lx}{k}\left(1 - \frac{x}{2L}\right)$$

أقصي درجة حرارة تحدث عند $x = L$،

$$\therefore t(\max) = T_1 + \frac{\dot{q}L^2}{2k} \qquad (3)$$

مثال (2):-

حائط سمكه 7.5cm يولّد شدة حرارة بمعدّل $0.35MW/m^3$. أحد جانبي الحائط (x=0) يتم عزله بعازل مناسب والجانب الآخر (x=L) يتم تعريضه لبيئة عند درجة حرارة 93°C.

معامل إنتقال الحرارة بين الحائط والبيئة هو $525W/m^2K$. إذا كانت الموصلية الحرارية للحائط تساوي 24W/mK. أحسب درجة الحرارة القصوى في الحائط.

الحل:-

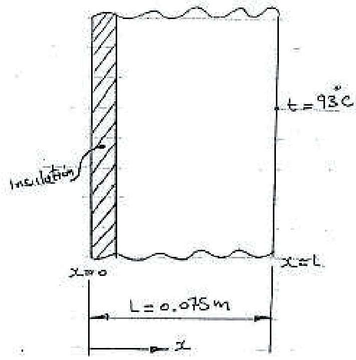
حائط مستوٍ، $L = 7.5cm = 0.075m$

الحرارة المتولدة لكل وحدة حجم = $0.35\times10^6\ W/m^3$

معامل إنتقال الحرارة بالحمل بين الحائط والبيئة، $h = 525W/m^2K$

الموصلية الحرارية للحائط $k = 24W/mK$

مطلوب حساب $t(\max)$ في الحائط = ؟



التوصيل أحادي البعد المستقر بتوليد حرارة:-

$$\frac{d^2t}{dx^2}+\frac{\dot{q}}{k}=0 \qquad (1)$$

بالتكامل،

$$\frac{dt}{dx}+\dot{q}\frac{x}{k}=C_1 \qquad (2)$$

بالتكامل مرة أخرى،

$$t(x)+\dot{q}\frac{x^2}{2k}=C_1x+C_2 \qquad (3)$$

الشروط الحدودية (B.C):-

عند x = 0، $dt/dx = 0$

من المعادلة (2)،

$$0+0=C_1$$

$$\therefore C_1=0$$

عند x = L، t(x) = t ،

من المعادلة (3)،

$$t+\frac{\dot{q}L^2}{2k}=C_2 \quad ، \quad \therefore C_2=t+\frac{\dot{q}L^2}{2k}$$

$$t(x)+\frac{\dot{q}x^2}{2k}=t+\frac{\dot{q}L^2}{2k}$$

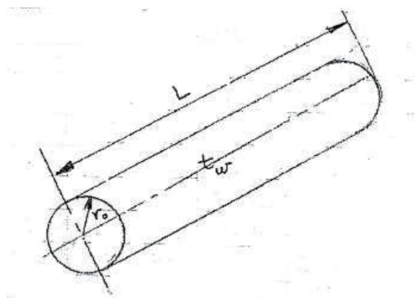
$$t(x)=t+\frac{\dot{q}L^2}{2k}-\frac{\dot{q}x^2}{2k}=t+\frac{\dot{q}L^2}{2k}\left(1-\frac{x^2}{L^2}\right)$$

أقصى درجة حرارة تحدث عند $x = 0$،

$$t(\max)=93+\frac{0.35\times10^6\times0.075^2}{2\times24}(1-0)=93+41=\underline{\underline{134}}°C$$

2. سلك مصمت:- (solid wire)

إعتبر سلك مصمت يحمل تيار شدته I أمبير كما يوضح الشكل أدناه.



معادلة التوصيل:-

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dt}{dr}\right)+\frac{\dot{q}}{k}=0$$

أضرب × r ، أجري التكامل،

$$\frac{d}{dr}\left(r\frac{dt}{dr}\right)+\frac{\dot{q}r}{k}=0$$

$$r\frac{dt}{dr}+\frac{\dot{q}r^2}{2k}=C_1$$

أقسم % r، وأجري التكامل،

$$\frac{dt}{dr}+\frac{\dot{q}r}{2k}=\frac{C_1}{r}$$

$$t(r)+\frac{\dot{q}r^2}{4k}=C_1\ln r+C_2$$

الشروط الحدودية (Boundary Conditions):-

عند $r = 0$، لا يكون هنالك إنتقال حراري (خط التماثل يعمل كعازل).

$$dt/dr=0 \quad ، \quad \therefore C_1=0$$

عند $r = r_0$، $t(r)=t_w$،

$$\therefore t_w+\frac{\dot{q}r_0^2}{4k}=C_2 \quad ، \quad \therefore C_2=t_w+\frac{\dot{q}r_0^2}{4k}$$

$$t(r)+\frac{\dot{q}r_0^2}{4k}=C_2 \quad ، \quad \therefore C_2=t_w+\frac{\dot{q}r_0^2}{4k}$$

$$t(r)+\frac{\dot{q}r^2}{4k}=t_w+\frac{\dot{q}r_0^2}{4k}$$

$$t(r)=t_w+\frac{\dot{q}r_0^2}{4k}-\frac{\dot{q}r^2}{4k}$$

$$t(r)=t_w+\frac{\dot{q}r_0^2}{4k}\left(1-\left(\frac{r}{r_0}\right)^2\right)$$

درجة الحرارة القصوى t (max) تحدث عند $r = 0$

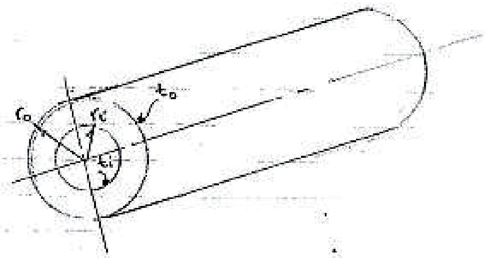
$$t(\max)=t_w+\frac{\dot{q}r_0^2}{4k}$$

معدَّل إنتقال الحرارة يمكن حسابه من قانون فورير:-

$$q=-kA\frac{dt}{dr}$$

3. سلك أجوف:- (hollow wire)

إعتبر سلكاً أجوفاً كما موضح في الشكل أدناه:-



الشروط الحدودية (B. cond.)

عند $r = r_i$ ، $t = t_i$ ،

وعند $r = r_0$ ، $t = t_0$ ،

بتطبيق الشروط الحدودية عاليه ،

$$t - t_0 = \frac{\dot{q}}{4k}\left(r_0^2 + r^2\right) + C_1 \ln\frac{r}{r_0}$$

حيث C_1 تساوي ،

$$C_1 = \frac{\left(t_i - t_0\right) + \dot{q}\,\dfrac{\left(r_i^2 - r_o^2\right)}{4k}}{\ln\dfrac{r_i}{r_0}}$$

مثال (3):-

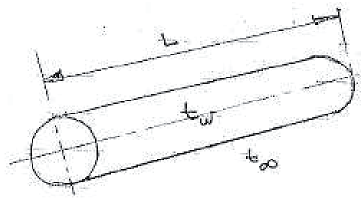
تيار مقداره 200 أمبير يتم إمراره خلال سلك فولاذ غير قابل للصدأ (stainless steel)، موصليته الحرارية k=19W/mK، وقطره 3mm. المقاومة النوعية للفولاذ يمكن أخذها كـ 70×10^{-6}ohm.cm وطول السلك 1m. يتم غمر السلك في سائل عند 110°C بمعامل إنتقال حرارة بالحمل مقداره $4kW/m^2K$.

الحل:-

I =200A ، k = 19W/mK (للفولاذ غير القابل للصدأ)، d = 3mm = 0.003m

$\rho = 70\times10^{-6}\times10^{-2}\,ohm.m$ (المقاومة النوعية)، L = 1m ، $t_\infty = 110°C$ ،

$h = 4kW/m^2K = 4\times10^3 W/m^2K$ ، المطلوب، درجة الحرارة في منتصف السلك، t(max) = ?.



يتم حمل جميع الحرارة المتولَّدة في السلك إلي المائع.

$$Q = I^2 R = hA_S(t_w - t_\infty)$$

المقاومة ، $R = \frac{\rho L}{A} = \frac{70\times10^{-6}\times10^{-2}\times1}{\frac{\pi}{4}\times0.003^2} = \underline{0.099}ohm$

$$Q = I^2 R = 200^2\times0.099 = 4\times10^3 2\pi\times\frac{0.003}{2}\times1(t_w - 110)$$

$$\therefore t_w - 110 = 105$$

$$\therefore t_w = 110 + 105 = \underline{215}°C$$

معادلة التوصيل أحادي البعد المستقر (steady one-dimensional conduction equation)

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dt}{dr}\right) + \frac{\dot{q}}{k} = 0$$

أضرب × r وكامل،

$$\frac{d}{dr}\left(r\frac{dt}{dr}\right) + \frac{\dot{q}r}{k} = 0$$

$$r\frac{dt}{dr} + \frac{\dot{q}r^2}{2k} = C_1$$

أقسم % r، وكامل،

$$\frac{dt}{dr} + \frac{\dot{q}r}{2k} = \frac{C_1}{r}$$

$$t(r)+\frac{\dot{q}r^2}{4k}=C_1\ln r+C_2$$

عند $r = 0$، لا يكون هنالك إنتقال حراري (خط التماثل الذي يعمل كعازل).

$$dt/dr=0 \quad ، \quad C_1=0$$

عند $r = r_0$، $t(r)=t_w$،

$$\therefore t_w+\frac{\dot{q}r_0^2}{4k}=C_2 \quad ، \quad \therefore C_2=t_w+\frac{\dot{q}r_0^2}{4k}$$

$$t(r)+\frac{\dot{q}r^2}{4k}=t_w+\frac{\dot{q}r_0^2}{4k}$$

$$t(r)=t_w+\frac{\dot{q}r_0^2}{4k}-\frac{\dot{q}r^2}{4k}$$

$$t(r)=t_w+\frac{\dot{q}r_0^2}{4k}\left(1-\left(\frac{r}{r_0}\right)^2\right)$$

∴ درجة الحرارة القصوى t (max) تحدث عند $r = 0$

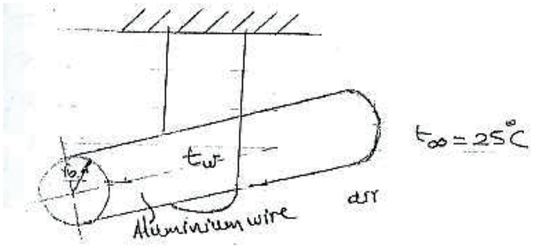
$$t(\max)=t_w+\frac{\dot{q}r_0^2}{4k}$$

$$\dot{q}=\frac{Q}{V}=\frac{I^2R}{V}=\frac{200^2\times 0.099}{\frac{\pi}{4}\times 0.003^2\times 1}=\underline{560.23}MW/m^3$$

$$\therefore t(\max)=215+\frac{500.23\times 0.0015^2}{4\times 19}=16.6+215=\underline{\underline{231.6}}°C$$

مثال (4):-

حدِّد التيار الأقصى الذي يمكن حمله بواسطة سلك ألمونيوم عاري قطره 1mm وموصليته الحرارية k = 204W/mK دون أن تزيد درجة حرارته القصوى عن 200°C. يتم تعليق السلك في الهواء عند درجة حرارة مقدارها 25°C ويكون معامل إنتقال الحرارة بالحمل بين السلك والهواء مساوياً ل $10W/m^2K$ والمقاومة الكهربائية للسلك لكل وحدة طول من الموصل مساويةً لـ 0.037ohm/m.



$$d = 1mm = 0.001m$$

(لسلك الألمونيوم) $k = 204 W/mK$

$t(max) = 200°C;\ t_\infty = 25°C$

$h = 10 W/m^2K$ ؛ $R/L = 0.037 ohm/m$

$I_{max} = ?$

الحل:-

توصيل أحادي البعد بتوليد حرارة،

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dt}{dr}\right)+\frac{\dot{q}}{k}=0$$

أضرب × r وكامل،

$$\frac{d}{dr}\left(r\frac{dt}{dr}\right)+\frac{\dot{q}r}{k}=0$$

$$r\frac{dt}{dr}+\frac{\dot{q}r^2}{2k}=C_1 \qquad (*)$$

أقسم % r، وكامل،

$$\frac{dt}{dr}+\frac{\dot{q}r}{2k}=\frac{C_1}{r}$$

$$t(r)+\frac{\dot{q}r^2}{2k}=C_1\ln r+C_2 \qquad (**)$$

عند $r = 0$، لا يكون هنالك إنتقال حراري (خط التماثل الذي يعمل كعازل).

$$dt/dr = 0 \quad ، \quad C_1 = 0$$

عند $r = r_0$، $t(r) = t_w$،

من المعادلة (**)

$$t_w + \frac{\dot{q}r_0^2}{4k} = 0 + C_2$$

$$\therefore C_2 = t_w + \frac{\dot{q}r_0^2}{4k}$$

$$t(r) + \frac{\dot{q}r^2}{4k} = t_w + \frac{\dot{q}r_0^2}{4k}$$

$$t(r) = t_w + \frac{\dot{q}r_0^2}{4k} - \frac{\dot{q}r^2}{4k} = t_w + \frac{\dot{q}r_0^2}{4k}\left(1 - \left(\frac{r}{r_0}\right)^2\right)$$

درجة الحرارة القصوى تحدث عند $r = 0$ ،

$$t(\max) = t_w + \frac{\dot{q}r_0^2}{4k} \qquad (***)$$

$$\dot{q} = \frac{I^2 R}{V} = \frac{I^2 R}{AL} = \frac{I^2}{A}.\frac{R}{L} \qquad (1)$$

من المعادلة (***)

$$200 = t_w + \frac{\dot{q} \times 0.0005^2}{4 \times 204}$$

$$t_w = 200 - \frac{0.0005^2}{4 \times 204}\dot{q} \qquad (2)$$

$$Q = hA_S(t_w - t_\infty)$$

$$Q = 10 \times 2\pi(0.001/2)(t_w - 25)$$

جميع الحرارة المتولدة خلال السلك يتم حملها إلي المائع

$$\dot{q} = \frac{Q}{V} = \frac{hA_S(t_w - t_\infty)}{V} = \frac{hA_S(t_w - t_\infty)}{V}$$

$$\dot{q} = \frac{hA_S(t_w - t_\infty)}{\frac{\pi}{4}d^2 L} = \frac{h2\pi rL(t_w - t_\infty)}{\frac{\pi}{4}d^2 L}$$

$$\frac{I^2}{A}\cdot\frac{R}{L}=\frac{h2\pi r\left(t_w-t_\infty\right)}{\frac{\pi}{4}d^2}$$

$$\dot{q}=\frac{2\pi rh\left(t_w-t_\infty\right)}{\frac{\pi}{4}d^2} \qquad (3)$$

من المعادلة (2)،

$$-\dot{q}=\frac{\left(t_w-200\right)4\times 204}{0.0005^2}$$

$$\dot{q}=\frac{\left(200-t_w\right)4\times 204}{0.0005^2}=\frac{2\pi rh\left(t_w-t_\infty\right)}{\frac{\pi}{4}\times d^2}$$

$$\frac{(200-t_w)\times 4\times 204}{0.0005^2}=\frac{2\pi\times 0.0005\times 10(t_w-25)}{\frac{\pi}{4}\times 0.001^2}$$

$$\frac{\left(200-t_w\right)}{\left(t_w-25\right)}=1.2255\times 10^{-5}$$

$$200-t_w=1.2255\times 10^{-5}t_w-3.06373\times 10^{-4}$$

$$\therefore -1.000012255t_w=-200.0003062$$

$$\therefore t_w=\underline{199.99}°C$$

من المعادلة (3)،

$$\dot{q}=\frac{2\pi\times 0.0005\times 10\left(199.99-25\right)}{\frac{\pi}{4}\times 0.001^2}=\underline{6.999914}MW/m^3$$

من المعادلة (1)،

$$6.999914\times 10^6=\frac{I^2}{\frac{\pi}{4}\times 0.001^2}\times 0.037$$

$$I=\sqrt{\frac{6.999914\times\frac{\pi}{4}\times 0.001^2\times 10^6}{0.037}}=12.19\approx\underline{12.2}A$$

مثال (5):-

موصِّل من النحاس أسطواني أجوف قطره الخارجي 30mm وقطره الداخلي 14mm لديه كثافة تيار $40A/mm^2$. يُغطِّي السطح الخارجي للموصِّل بطبقة من العازل سمكها 10mm، درجة حرارة الجو 10°C. بتجاهل التوصيل المحوري وبإفتراض أنَّ درجة حرارة العازل لا يجب أن تتعدى 135°C عند أيِّ نقطة، أحسب:-

i/ الحرارة المطلوب إزالتها بالتبريد القسري من السطح الداخلي للموصِّل.

ii/ درجة الحرارة عند السطح الداخلي للموصِّل.

بيانات:- الموصلية الحرارية للنحاس = 380W/mK

الموصلية الحرارية للمادة العازلة = 0.3W/mK

معامل إنتقال الحرارة عند السطح الخارجي = $40W/m^2\,K$

المقاومة النوعية للنحاس ρ (electrical resistivity of copper)

$= 2\times10^{-5}$ ohm.mm

الحل:-

$d_0 = 30mm = 0.03m$ ؛ $r_0 = 0.015m$

$d_i = 14mm = 0.014m$ ؛ $r_i = 0.007m$

$$I/A = 40A/mm^2 = 40\times10^6 A/m^2$$

$t = 10mm = 0.01m$ ، سمك طبقة العازل

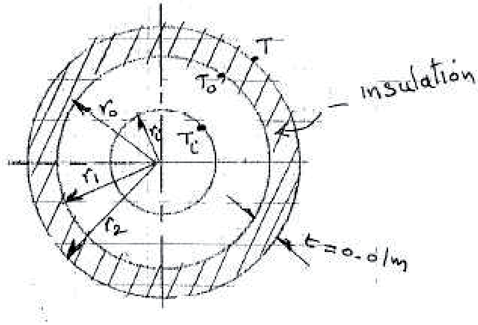
$T_\infty = 10°C$ درجة حرارة الجو (البيئة المحيطة).

بتجاهل التوصيل المحوري،

$T_o = 135°C$

i\ $Q = ?$ ii\ $T_i = ?$

توصيل أحادي البعد مستقر بتوليد حراري



$$r_2 = 0.015 + 0.01 = 0.025m$$

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dt}{dr}\right) + \frac{\dot{q}}{k} = 0$$

أضرب × r وكامل،

$$\frac{d}{dr}\left(r\frac{dt}{dr}\right) + \frac{\dot{q}r}{k} = 0$$

$$r\frac{dt}{dr} + \frac{\dot{q}r^2}{2k} = C_1 \qquad (*)$$

أقسم % r، وكامل،

$$\frac{dt}{dr} + \frac{\dot{q}r}{2k} = \frac{C_1}{r}$$

$$t(r) + \frac{\dot{q}r^2}{4k} = C_1 \ln r + C_2 \qquad (**)$$

الشروط الحدودية (Boundary Conditions):-

عند $r = ri = 0.007m$، $\frac{dT}{dr} = \frac{Q}{kA}$

حيث، Q = الحرارة المزالة بالتبريد القسرى

$$Q = -kA\frac{dT}{dr} \quad ، \quad \therefore \frac{dT}{dr} = \frac{Q}{kA}$$

$$-Q = kA\frac{dT}{dr}$$

عند $r = r_o = 0.015m$؛ $T(r) = T_o = 135°C$

لإيجاد قيمة Q:-

$$\dot{q} = \frac{I^2 R}{V} \text{ ، } R = \frac{\rho L}{A}, \quad V = AL$$

$$\dot{q} = \frac{I^2 . \rho L}{A^2 L} = \frac{I^2 . \rho}{A^2} = \left(\frac{I}{A}\right)^2 . \rho = \left(40 \times 10^6\right)^2 \times 2 \times 10^{-5} \times 10^{-3}$$

$$= 32 MW / m^3$$
$$= \underline{32 \times 10^6} W / m^3$$

$$\therefore Q = Q_{copper} - Q_{insulation}$$

$$Q_{copper} = \dot{q} V = 32 \times 10^6 \times \frac{\pi}{4}\left(0.03^2 - 0.014^2\right) \times L$$

بتجاهل التوصيل المحوري، $L = 1$

$$Q_{copper} = \underline{17693.45} W$$

$$Q_{isulation} = \left(\frac{T_o - T}{R}\right) = \frac{(135 - T) 2\pi k}{\log_e\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} = \frac{(135 - T) 2\pi 0.3}{\log_e\left(\frac{0.025}{0.015}\right)}$$

$$Q_{ins} = 3.69(135 - T)$$

$$135 - T = 0.271 Q_{ins.} \qquad (1)$$

أيضاً،

$$Q_{ins.} = \frac{T - T_\infty}{\text{مقاومة الشريحة الهوائية على السطح الخارجي}(R)}$$

مقاومة الشريحة على السطح الخارجي ، $R = \frac{1}{h_o A_o} = \frac{1}{40 \times 2\pi \times 0.025}$

$$Q_{ins.} = 40 \times 2\pi \times 0.025(T - 10)$$

$$T - 10 = 0.159 Q_{ins.} \qquad (2)$$

إجمع المعادلتين (1) و (2)،

$$\begin{array}{l} 135 - T = 0.271 Q_{ins.} \\ -10 + T = 0.159 Q_{ins.} \\ \hline 125 \qquad = 0.43 Q_{ins.} \end{array}$$

$$\therefore Q_{ins.} = \frac{125}{0.43} = \underline{290.7} W$$

$$\therefore Q = Q_{copper} - Q_{ins.} = 17693.45 - 270.7 = \underline{17402.75} W$$

$$\approx \underline{17.4} kW$$

عند $r = r_i = 0.007m$ ،

$$\frac{dT}{dr} = \frac{Q}{kA} = \frac{17.4 \times 10^3}{350 \times 2\pi \times 0.007} = \underline{1041.1} K/m$$

$$r\frac{dT}{dr} + \frac{\dot{q}r^2}{2k} = C_1$$

$$0.007 \times 1014.1 + \frac{32 \times 10^6 \times 0.007^2}{2 \times 380} = C_1$$

$$\therefore C_1 = \underline{9.351}$$

$$T(r) + \frac{\dot{q}r^2}{4k} = C_1 \ln r + C_2$$

$$135 + \frac{32 \times 10^6 \times 0.015^2}{4 \times 380} = 9.351 \ln 0.015 + C_2$$

$$\therefore C_2 = \underline{179}$$

عند $r = 0.007m$ ،

$$T(r) = -\frac{\dot{q}r^2}{4k} + C_1 \ln r + C_2$$

$$\therefore T(r) = T_i = -\frac{32 \times 10^6 \times 0.007^2}{4 \times 380} + 9.351 \ln 0.007 + 179$$

$$\therefore T_i = 131.57 \approx \underline{131.6} °C$$

مثال (6):-

موصِّل من النحاس مبَّرد داخلياً قطره الخارجي 4cm وقطره الداخلي 1.5cm يحمل كثافة تيار مقدارها $5000 A/cm^2$. يتم إعداد درجة حرارة السطح الداخلي عند 70°C ويتم إفتراض أنه لا يوجد إنتقال حراري خلال

العازل المحيط بالنحاس. حدِّد معادلة توزيع درجة الحرارة خلال النحاس وبالتالي أوجد درجة الحرارة القصوى في النحاس، نصف القطر الذي يحدث عندها ومعدَّل إنتقال الحرارة داخلياً. تأكد أنَّ هذه تساوي طاقة التوليد الكلية في الموصِّل.

للنحاس خذ k = 0.38 kW/mK، المقاومة النوعية، $\rho = 2\times10^{-11}\,ohm.m$.

الحل:-

موصِّل من النحاس مبرد داخلياً،

$$d_o = 4cm = 0.04m \ :r_o = 0.02m$$

$$d_i = 1.5\ cm = 0.015m \ :r_i = 0.0075m$$

$$I / A = 5000A / cm^2 = 5000\times10^4\,A / m^2$$

$$T_i = 70°C$$

يتم إفتراض أنَّه لا يوجد إنتقال حرارة خلال العازل المحيط بالنحاس؛

عند $r = r_o$ ، $dT/dr = 0$

المطلوب إيجاد:-

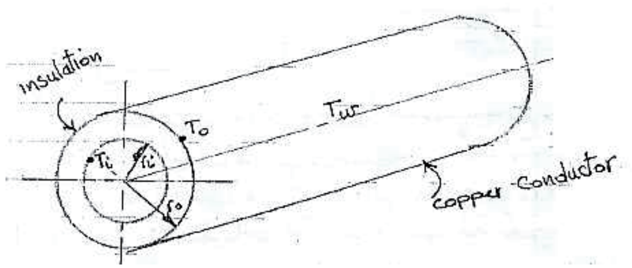
i/ معادلة توزيع درجة الحرارة خلال النحاس = ؟

ii/ $T_{max} =?$ ؛ $r =?$ ؛ $Q_{internal} = ?$

iii/ تأكد أنَّ معدَّل إنتقال الحرارة داخلياً يساوي طاقة التوليد الكلية في الموصَّل.

للنحاس، $k = 0.38kW / mK = 0.38\times10^3\,W / mK$

المقاومة النوعية $\rho = 2\times10^{-11}\,ohm.m$.



توصيل أحادي البعد مستقِر بتوليد حراري،

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right)+\frac{\dot{q}}{k}=0$$

أضرب × r وكامل،

$$\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right)+\frac{\dot{q}r}{k}=0$$

$$r\frac{dT}{dr}+\frac{\dot{q}r^2}{2k}=C_1 \qquad (*)$$

أقسم % r، وكامل،

$$\frac{dT}{dr}+\frac{\dot{q}r}{2k}=\frac{C_1}{r}$$

i\ $$T(r)+\frac{\dot{q}r^2}{4k}=C_1\ln r+C_2 \qquad (**)$$

الشروط الحدودية (B. C.): −

عند $r = r_i = 0.0075m$، $T(r) = T_i = 70°C$

وعند $r = r_o = 0.02m$، $dT / dr = 0$

من المعادلة (*)

$$0+\frac{\dot{q}r_o^2}{2k}=C_1$$

$$\therefore C_1 = \frac{\dot{q} r_o^2}{2k}$$

$\dot{q}$ = الحرارة المتولدة لكل وحدة حجم = I^2R / V

المقاومة $R = \rho\, L / A$ ؛ $V = AL$

$$\dot{q} = \frac{I^2 \times \rho L}{A^2 L} = \left(\frac{I}{A}\right)^2 .\rho = \left(5000 \times 10^4\right)^2 \times 2 \times 10^{-11} = \underline{50{,}000} W / m^3$$

$$C_1 = \frac{50{,}000 \times 0.2^2}{2 \times 0.38 \times 10^3} = \underline{0.2631}$$

$T(r) = T_i = 70°C$ عند $r = r_i = 0.0075m$؛

من المعادلة (**)،

$$T_i + \frac{\dot{q} r^2}{4k} = C_1 \ln r_i + C_2$$

$$70 + \frac{50{,}000 \times 0.0075^2}{4 \times 0.38 \times 10^3} = 0.0263 \ln 0.0075 + C_2$$

$$C_2 = \underline{70.131}$$

T_{max} تحدث عند $r = r_o = 0.02$ (العازل)

$$T_{max} = -\frac{\dot{q} r_o^2}{4k} = C_1 \ln r_o + C_2$$

$$T_{max} = \frac{-50{,}000 \times 0.02^2}{4 \times 0.38 \times 10^3} + 0.0263 \ln 0.02 + 70.131$$

$$T_{max} = \underline{70.015} °C$$

$Q_{internal} = Q_{copper} - Q_{insulation}$

$$Q_{copper} = \dot{q} V = 50{,}000 \times \frac{\pi}{4}\left(0.04^2 - 0.015^2\right) L = \underline{54} W / m$$

$$Q = -kA \left.\frac{dT}{dr}\right|_{r=r_o}$$

$$\frac{dT}{dr} = \frac{-Q}{kA} = \frac{-Q}{k 2\pi r L}$$

$$\dot{q} = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{AL} = \frac{Q}{\pi r^2 L}$$

$$\dot{q} = \frac{Q}{\pi r^2 L} \quad ، \quad \therefore Q = \dot{q}\pi r^2 L$$

$$\frac{dT}{dr} = \frac{-\dot{q}\pi r^2 L}{k2\pi r\ L} = \frac{-\dot{q}r}{2k}$$

$$Q = -kA \times -\frac{\dot{q}r}{2k} = \frac{kA\dot{q}r}{2k} = \frac{A\dot{q}r}{2}$$

$$= \frac{2\pi \times 0.02 \times 50{,}000 \times 0.02}{2} = \underline{62.832} W/m$$

2.4 تمرين:-

موصِّل مصمت من النحاس قطره 13mm يحمل كثافة تيار $5A/mm^2$. يتم عزل الموصِّل كهربائياً بسمك من عازل مطاطِّي بحيث يتم الحفاظ على درجة حرارة السلك عند أدني درجة حرارة ممكنة. إفترض درجة حرارة الهواء المحيط مكافئة لـ 30°C؛ أحسب الآتي:-

i/ سمك العازل.

ii/ درجة حرارة السلك عند المحور.

iii/ درجة حرارة السطح الخارجي للعازل.

iv/ درجة حرارة السلك عند المحور عند إزالة العازل والوصول إلي حالة مستقرة.

إعطِ تفسيراً فيزيائياً في لماذا لا تتأثر درجة حرارة السلك بسمك طبقة العازل كبيراً كان أم صغيراً.

بيانات:-

معامل إنتقال الحرارة من السطح الخارجي للمطاط أو النحاس (بافتراضه ثابتاً) = $20W/m^2K$.

الموصليات الحرارية للنحاس والمطاط = 380W/mK و 0.2W/mK على الترتيب.

المقاومة النوعية للنحاس = 2×10^{-5} ohm.mm

Ans. (3.5mm ؛105.6°C ؛82.8°C ؛111.3°C)

2.5 مسألة محلولة:-

a/ تحصَّل على تعبير للتيار الأقصى الذي يمكن أن يحمله سلك كهربي عاري بدلالات التوليد الحراري لكل وحدة حجم، الموصلية الحرارية للسلك، ومعامل إنتقال الحرارة بين السلك والبيئة المحيطة.

b/ سلك كهربي عاري قطره 2mm يحمل تياراً مقدراه 56A. يتم تعليق السلك في الهواء عند درجة حرارة جو مقدارها 29°C. معامل إنتقال الحرارة بالحمل بين السلك والهواء هو $12 W/m^2K$ والموصلية الحرارية للسلك هي 194W/mK. إذا كانت المقاومة النوعية للسلك هي 7.76×10^{-6} ohm.cm. أوجد درجة حرارة منتصف السلك؟

الحل:-

a/ $T_{max} = ?$ بدلالات

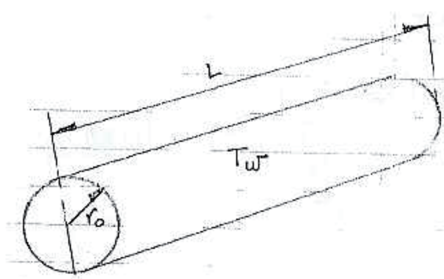
$\dot{q}$ = الحرارة المتولدة لكل وحدة حجم.

k = الموصلية الحرارية للسك.

h = معامل إنتقال الحرارة بالحمل بين السلك والبيئة المحيطة.

توصيل أحادي البعد مستقر بتوليد حراري:-

إحداثيات أسطوانية أو قطبية



$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right)+\frac{\dot{q}}{k}=0$$

أضرب × r وكامل،

$$\frac{d}{dr}\left(r\frac{dT}{dr}\right)+\frac{\dot{q}r}{k}=0$$

$$r\frac{dT}{dr}+\frac{\dot{q}r^2}{2k}=C_1 \qquad (*)$$

أقسم % r، وكامل،

$$\frac{dT}{dr}+\frac{\dot{q}r}{2k}=\frac{C_1}{r}$$

$$T(r)+\frac{\dot{q}r^2}{4k}=C_1\ln r+C_2 \qquad (**)$$

الشروط الحدودية (B. C): –

عند $r = 0$ ، $\frac{dT}{dr}=0$ (لا يوجد إنتقال حرارة، خط التماثل الذي يعمل كعازل)

عند $r = r_o$ ،$T(r) = T_w$

من المعادلة (*) $0 + 0 = C_1$; $C_1=0$

من المعادلة (**) $T_w+\frac{\dot{q}r_o^2}{4k}=0+C_2;\ \therefore C_2=T_w+\frac{\dot{q}r_o^2}{4k}$

$$T(r)+\frac{\dot{q}r^2}{4k}=T_w+\frac{\dot{q}r_o^2}{4k}$$

$$T(r)=T_w+\frac{\dot{q}r_o^2}{4k}-\frac{\dot{q}r^2}{4k}=T_w+\frac{\dot{q}r_o^2}{4k}\left[1-\left(\frac{r}{r_o}\right)^2\right]$$

درجة الحرارة القصوى T_{max} تحدث عند $r = 0$

$$T_{max}=T_w+\frac{\dot{q}r_o^2}{4k} \qquad (1)$$

$$\dot{q}=\frac{I^2R}{V},\quad R=\frac{\rho L}{A},\quad V=AL$$

$$\therefore \dot{q}=\frac{I^2\rho L}{A^2L}=\frac{I^2\rho}{A^2} \qquad (2)$$

$$Q = hA_S = (T_w - T_\infty)$$

$$\dot{q} = \frac{Q}{V} = \frac{hA_S(T_w - T_\infty)}{V} = \frac{h \times 2\pi r_0 L(T_w - T_\infty)}{\pi r_0^2 L} = \frac{2h(T_w - T_\infty)}{r_0}$$

$$\therefore \dot{q} = \frac{2h(T_w - T_\infty)}{r_0} \qquad (3)$$

من المعادلة (2)،

$$I^2 = \frac{\dot{q}A^2}{\rho} \qquad \text{(i)}$$

عوِّض عن المعادلة (3) في المعادلة (i)،

$$I^2 = \frac{2h(T_w - T_\infty)A^2}{r_0\rho} = \frac{2h(\pi r_0^2)^2(T_w - T_\infty)}{r_0\rho} = \frac{2h\pi^2 r_0^4(T_w - T_\infty)}{r_0\rho}$$

$$I^2 = \frac{2h\pi^2 r_0^3(T_w - T_\infty)}{\rho} \qquad (4)$$

من المعادلة (1) ،

$$T_w = T_{max} - \frac{\dot{q}r_o^2}{4k} \qquad \text{(ii)}$$

عوِّض عن المعادلة (ii) في المعادلة (4)،

$$I^2 = \frac{2h\pi^2 r_0^3\left(T_{max} - \frac{\dot{q}r_0^2}{4k} - T_\infty\right)}{\rho}$$

$$\therefore I = \sqrt{\frac{2h\pi^2 r_0^3\left(T_{max} - \frac{\dot{q}r_0^2}{4k} - T_\infty\right)}{\rho}}$$

I = 56 A , d_{wire} = 2mm = 0.002m /b

r_0 = 0.001m ؛ T_∞=29°C ؛ h = 12W/m²K ؛$k_{of\ wire}$ = 194W/mK

$\rho = 7.76 \times 10^{-6}\ ohm.cm = 7.76 \times 10^{-8}\ ohm.m$ المقاومة النوعية.

المطلوب:- إيجاد درجة حرارة منتصف السلك ? = T_{max}

$$T_{\max} = \frac{I^2 \rho}{2h\pi^2 r_0^3} + \frac{\dot{q} r_0^2}{4k} + T_\infty$$

$$\dot{q} = \frac{I^2 R}{V} = \frac{I^2 \rho L}{A^2 L} = \frac{I^2 \rho}{A^2} = \frac{56^2 \times 7.76 \times 10^{-8}}{\left(\frac{\pi}{4} \times 0.002^2\right)^2} = \underline{24.657} MW/m^3$$

$$= \underline{24.657 \times 10^6} W/m^3$$

$$T_{\max} = \frac{56^2 \times 7.76 \times 10^{-8}}{2 \times 12 \times \pi^2 \times 0.001^3} + \frac{24.657 \times 10^6 \times 0.001^2}{4 \times 194} + 29$$

$$= \underline{\underline{1056.4}} ^\circ C$$

الفصل الثالث

إنتقال الحرارة بالحمل

(Convection Heat Transfer)

3.1 الحمل القسري:− (Forced Convection)

تكون دراسة الحمل القسري مرتبطة بإنتقال الحرارة بين مائع متحرك وسطح مصمت. لكي يتم تطبيق قانون نيوتن للتبريد المُعطي بالمعادلة $(Q = hA(t_w - t))$، من الضروري إيجاد قيمة لمعامل إنتقال الحرارة، h. لقد تمَّ ذكر أنَّ h يتم إعطاؤها بـ k/δ؛ حيث k هي الموصلية الحرارية للمائع و δ هو سمك شريحة (رقيقة) (film) المائع على السطح. بالتالي فإن المشكلة هي إيجاد قيمة لـ δ بدلالات خواص المائع وسرعة المائع. سمك شريحة المائع δ تعتمد على نوع سريان المائع على السطح وهذه تُحكم برقم رينولدز (Reynold's Number)، Re.

رقم رينولدز هو مجموعة لا بعدية تُعطي بـ:−

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho CL}{\mu} \ or \ \frac{CL}{\nu}$$

(حيث، ρ = كثافة المائع؛ C السرعة المتوسطة للمائع؛ L = البعد الخطي المميَّز characteristic) linear dimension)؛ μ = اللزوجة الديناميكية للمائع؛ ν = اللزوجة الكاينماتيكية للمائع، μ/ρ).

الأنواع المتباينة للحمل القسرى، مثل سريان في ماسورة، سريان عبر ماسورة، سريان عبر لوح مستوٍ (flat plate)، etc يمكن حلها رياضياً عندما يتم عمل إفتراضات معيَّنة بالنسبة للشروط الحدودية. من الصعوبة بمكان الحصول على حل رياضي مضبوط لمثل هذه المسائل، خصوصاً في حالة السريان المضطرب، لكن يمكن الحصول على حلول تقريبية بعمل إفتراضات مناسبة.

على أيَّ حال، فإنَّ العديد من النتائج المستخدمة في إنتقال الحرارة يتم اشتقاقها من الاختبارات، وحقيقة لا يكون هنالك حل رياضي متاح لمسائل عديدة وتكون القيَّم التجريبية هي الهامة. يمكن تعميم هذه القيم التجريبية باستخدام تحليل بعدي مناسب.

3.2 التحليل البعدي:- (Dimensional Analysis)

لكي يتم تطبيق التحليل البعدي من الضروري معرفة جميع المتغيرات التي تعتمد عليها الدالة المطلوبة أو المرغوبة من التجربة أو الخبرة. يجب تطبيق النتائج إلي أجسام متشابهة هندسياً، لذلك فإنَّ أحد المتغيرات يجب أن يكون دائماً بعد خطي مميَّز.

إعتبر التحليل البعدي للحمل القسري، بإفتراض أنَّ تأثيرات الحمل الحر (free convection) نتيجة لفروقات في الكثافة يتم تجاهلها. وُجد أنَّ معامل إنتقال الحرارة h يعتمد لزوجة المائع μ، كثافة المائع ρ، الموصلية الحرارية k، الحرارة النوعية للمائع c، فرق درجة الحرارة بين السطح والمائع θ، وسرعة المائع C. بالتالي نحصل على:-

$$h = f(\mu, P, k, c, \theta, C, L) \qquad (1)$$

(حيث L هو بعد خطي مميَّز، و f هي دالة)

يمكن كتابة المعادلة (1) كما يلي،

$$h = A\mu^{a_1}\rho^{b_1}k^{c_1}c^{d_1}\theta^{e_1}C^{f_1}L^{g_1} + B\mu^{a_2}\rho^{b_2}k^{c_2}c^{d_2}\theta^{e_2}C^{f_2}L^{g_2} + etc \qquad (2)$$

(حيث A وB هما ثوابت، و a_1، b_1، c_1، d_1، etc هي أسس إعتباطية أو حكمية (arbitrary indices).

كل عنصر على الجانب الأيمن للمعادلة يجب أن يملك نفس الأبعاد كأبعاد h. بإعتبار العنصر الأوَّل فقط، يمكن كتابة الآتي:-

$$\text{أبعاد } h = \text{أبعاد } \left(\mu^{a_1}\rho^{b_1}k^{c_1}c^{d_1}\theta^{e_1}C^{f_1}L^{g_1}\right)$$

كُلٍ من الخواص في المعادلة عاليه يمكن التعبير عنها بدلالات الأبعاد الأساسية الخمس التي هي الكتلة M، الطول L، الزمن T، درجة الحرارة t، والحرارة Q.

لـ h الوحدات هي $\frac{W}{m^2K}$ i.e. والأبعاد هي $\frac{Q}{L^2Tt}$

لـ μ الوحدات هي $\frac{kg}{ms}$ i.e. والأبعاد هي $\frac{M}{LT}$

لـ k الوحدات هي $\frac{W}{mK}$ i.e. والأبعاد هي $\frac{Q}{LTt}$

لـ ρ الوحدات هي $\frac{kg}{m^3}$ i.e. والأبعاد هي $\frac{M}{L^3}$

لـ c الوحدات هي $\frac{kj}{kgK}$ i.e. والأبعاد هي $\frac{Q}{Mt}$

لـ θ الوحدات هي K i.e. والأبعاد هي t

لـ C الوحدات هي m/s i.e. والأبعاد هي $\frac{L}{T}$

لـ L الوحدات هي m i.e. والأبعاد هي L

بالتالي، بالتعويض

$$\frac{Q}{L^2Tt} = \left(\frac{M}{LT}\right)^a \left(\frac{M}{L^3}\right)^b \left(\frac{Q}{LTt}\right)^c \left(\frac{Q}{MT}\right)^d (t)^e \left(\frac{L}{T}\right)^f (L)^g$$

بتجميع الحدود المتشابهة،

$$\frac{Q}{L^2Tt} = (\mu)^{a+b-d} (L)^{f+g-a-3b-c} (T)^{-a-c-f} (t)^{e-c-d} (Q)^{c+d}$$

لكي تكون أبعاد كُلٍ من جانبي المعادلة هي نفسها، فإنَّ الأس لكل بعد أساسي يجب أن يكون نفسه على جانبي المعادلة.

عليه، بمساواة الأسس على جانبي المعادلة نحصل على:−

لـ Q: $1 = c + d$ (i)

لـ L: $-2 = f + g - a - 3b - c$ (ii)

$$\text{T ل} : -1 = -a - c - f \qquad \text{(iii)}$$

$$\text{t ل} : -1 = e - c - d \qquad \text{(iv)}$$

$$\text{M ل} : 0 = a + b - d \qquad \text{(v)}$$

لدينا الآن خمس معادلات وسبعة أسس غير معلومة؛ عليه يمكن الحصول على حل فقط بدلالات إثنان من الأسس. من الأفضل التعبير عن a، b، c، e و g بدلالات d و f. بالتالي، يمكن توضيح أنَّ

a = (d – f) ؛b = f ؛ c= (1 – d) ؛e = 0 ؛ g = (f – 1)

بتعويض هذه القيَّم في المعادلة (2)، نحصل على

$$h = A\,\mu^{(d_1-f_1)}\,\rho^{b_1}\,k^{(1-d_1)}\,c^{d_1}\,\theta^{0}\,C^{f_1}\,L^{(f_1-1)} + B\,\mu^{a_2\,(d_2-f_2)}\,\rho^{(1-d_2)}\,k^{d_2}\,c^{e_2}\,\theta^{f_2}\,C^{(f_2-1)}\,L + etc$$

$$\text{i.e.}\ \ h = A\frac{k}{L}\left(\frac{c\mu}{k}\right)^{d_1}\left(\frac{\rho CL}{\mu}\right)^{f_1} + B\frac{k}{L}\left(\frac{c\mu}{k}\right)^{d_2}\left(\frac{\rho CL}{\mu}\right)^{f_2} + etc$$

بالتالي يمكن ملاحظة أنَّ،

$$\frac{hL}{k} = KF\left\{\left(\frac{c\mu}{k}\right)؛\left(\frac{\rho CL}{\mu}\right)\right\}$$

(حيث K مقدار ثابت و F دالة معينة).

المجموعة اللابعدية، hL/k، تسمي رقم نسيلت (Nu (Nusselt Number؛ والمجموعة اللابعدية، cμ/k، تُسمي رقم براندتل (Prandtl number)، Pr؛ والمجموعة اللابعدية ρCL/μ، هي رقم رينولدز Re.

$$\text{i.e.}\quad \text{Nu} = \text{KF}\{(\text{Pr})\ ،\ (\text{Re})\} \qquad (3)$$

يتم إجراء تجارب لكي يتم حساب K، وتحديد طبيعة الدالة F.

عند تقييم Nu، Pr، و Re من الضروري أخذ خواص المائع عند درجة حرارة متوسطة مناسبة، بما أنَّ الخواص تتغير بتغير درجة الحرارة للحالات التي تكون فيها درجة حرارة معظم المائع غير مختلفة كثيراً عن درجة حرارة السطح المصمت، بالتالي يتم تقييم خواص المائع عند متوسط درجة حرارة معظم المائع (mean bulk .(temp.

عندما يكون فرق درجة الحرارة كبيراً تنشأ هنالك أخطاء بسبب إستخدام متوسط درجة حرارة معظم المائع. لحل هذه المشكلة يتم في بعض الأحيان إستخدام متوسط درجة حرارة الشريحة (mean film temp.) التي يتم تعريفها بـ

$$t_f = \frac{t_b + t_w}{2} \qquad (4)$$

(حيث t_b هي درجة حرارة معظم المائع، و t_w هي درجة حرارة السطح)

عند استخدام معادلة تجريبية من الأهمية بمكان معرفة عند أيَّ درجة حرارة مرجعية يتم تقييم الخواص بواسطة الشخص الذي يجرى الإختبار. يجب ملاحظة أن رقم براندتل، $Pr=c\mu/k$؛ يتكون جميعه من خواص مائع وهو في حد ذاته خاصية.

مثال (1):-

أحسب معامل أنتقال الحرارة لماء منساب خلال انبوب قطره 25mm بمعدَّل 1.5kg/s، عندما تكون متوسط درجة حرارة معظم المائع هي 40°C. لانسياب مضطرب لسائل خذ $\mathrm{Nu} = 0.0243\mathrm{Re}^{0.8} \times \mathrm{Pr}^{0.4}$.

(حيث يكون البعد المميَّز للطول هو قطر الأنبوب ويتم تقييم جميع الخواص عند درجة حرارة معظم المائع)

الحل:-

بداية من الضروري تأكيد ما إذا كان السريان مضطرباً أم رقائقياً. لسريان خلال أنبوب يمكن إفتراض أنَّ السريان يكون مضطرباً عندما $\mathrm{Re} > 2100$ تقريباً.

بالتالي،

معدل السريان الحجمي $Q = \dot{m} \times v_f = 1.5 \times 0.001 = \underline{0.0015} m^3/s$

السرعة في الأنبوب، $C = \dfrac{0.0015}{\pi/4 \times 0.025^2} = \underline{3.06}\ m/s$

من جداول {Further Properties of Water and Steam} عند درجة حرارة 40°C.

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho C d}{\mu} = \frac{Cd}{v_f \nu} = \frac{10^3 \times 3.06 \times 0.025}{651 \times 10^{-6}} = \underline{117500}$$

عليه فإنَّ السريان يكون في المنطقة المضطربة ويمكن تطبيق الصيغة المعطاة للسريان المضطرب.

من الجداول، $Pr = 4.3$، بالتالي، بالتعويض

$$Nu = 0.0243 \times (117500)^{0.8} \times (4.3)^{0.4}$$
$$= 0.0243 \times 11380 \times 1.792 = \underline{496}$$

$$\text{i.e.} \quad Nu = \frac{hd}{k} = 496 \qquad \therefore h = \frac{Nu \times k}{d}$$

من الجداول ، $k = 632 \times 10^{-6}$ kw/mK

$$\therefore h = \frac{496 \times 632 \times 10^{-6}}{0.025} = \underline{12.55} kW/m^2 K$$

i.e. معامل إنتقال الحرارة = $12.55 kW/m^2K$

لسريان رقائقي في أنبوب يتم إيجاد حل رياضي مضبوط، هذا يعطي $Nu = 3.65$. يمكن ملاحظة أنَّه، بما أنَّ $Nu = hd/k = 3.65$؛ فإنَّ معامل إنتقال الحرارة، h لأيِّ أنبوب يعتمد فقط على الموصلية الحرارية للمائع.

في التحليل البعدي السابق هنالك خمس أبعاد أساسية قد تم إختيارها، الحرارة Q، الطول L، الزمن T، درجة الحرارة t، والكتلة M.

وحدات الشغل أو الطاقة عموماً، يتم إعطاؤها بـ

(التسارع × الكتلة × المسافة) = (القوة × المسافة) = الطاقة

$$FS = maS$$
$$= M \frac{L}{T^2} L = \frac{ML^2}{T^2}$$

بما أنَّ الحرارة هي شكل من أشكال الطاقة وهي بعد إشتقاقي من الأبعاد الأساسية، يمكن ملاحظة أنَّه ليس هنالك حاجة لإختيار الحرارة كأحد الأبعاد الأساسية. إذا تمَّ حذف Q، وتمَّ إحلال أبعاد الحرارة بـ ML^2/T^2، متى ما حدث ذلك فإنَّه يتم الحصول على أربعة مجموعات لا بعدية،

$$Nu = KF\left\{(\Pr)\text{،}\ (\mathrm{Re})\text{،}\ \left(\frac{C^2}{c\theta}\right)\right\}$$

الآن، إذا تمت قسمة المجموعة $C^2/c\theta$ على $(\gamma - 1)$، والتي تكون ثابتة لأيَّ غاز، وإذا تمَّ إحلال θ بدرجة حرارة معظم الغاز المطلقة، T بالتالي سنحصل على،

$$\frac{C^2}{cT(\gamma-1)} = \frac{C^2}{\gamma RT} = \frac{C^2}{a^2} = (Ma)^2$$

(حيث a هي سرعة الصوت في الغاز و Ma هو رقم ماخ (Mach Number)

بالتالي،

$$Nu = KF\{(\mathrm{Pr})،\ (\mathrm{Re})،\ (Ma)^2\} \qquad (5)$$

يمكن تجاهل تأثير قيمة رقم ماخ (Mach number)، Ma، على إنتقال الحرارة في معظم المسائل. على أيَّ حال، لسريان ذو سرعة عالية، فإنَّ مقاديراً ضخمة لطاقة الحركة (السرعة) يتم فقدها بالإحتكاك في الطبقة الجدارية قرب السطح وبالتالي يُصبح رقم ماخ أحد المقادير المتغيرة الهامة.

3.3 تناظر رينولدز:- (Reynold's Analogy)

يفترض رينولدز أنَّ إنتقال الحرارة من سطح مصمت يكون مشابهاً لإنتقال كمية حركة مائع من السطح، وبالتالي من الممكن التعبير عن إنتقال الحرارة بدلالات المقاومة الإحتكاكية للسريان.

إعتبر سرياناً مضطرباً:-

يمكن إفتراض أنَّ جزيئات الكتلة، m، تنتقل الحرارة وكمية الحركة إلي ومن السطح بالحركة المتعامدة مع السطح. بالتالي، كمتوسط، $q = \dot{m}c\theta$، الحرارة المنتقلة لكل وحدة مساحة (حيث c = الحرارة النوعية للمائع، θ = فرق درجة الحرارة بين السطح ومعظم المائع).

أيضاً، مُعدَّل التغيُّر في كمية الحركة عبر السريان يتم إعطاؤه بـ

$$\dot{m}(C - C_w) = \dot{m}C$$

(حيث C = سرعة معظم المائع؛ C_w = سرعة المائع عند السطح = 0)

بالتالي، $\tau_w = \dot{m}C$ =القوة لكل وحدة مساحة

(حيث τ_w = إجهاد القص في المائع عند الجدار (الحائط))

بتوحيد المعادلات لسريان حرارة وإنتقال كمية حركة، بالتالي،

$$\dot{m} = \frac{q}{c\theta} = \frac{\tau_w}{C}$$

$$q = \frac{\tau_w c\theta}{C} \quad \text{أو} \qquad (6)$$

عملياً لسريان مضطرب تكون هنالك دائماً طبقة رفيعة من المائع على السطح تسود فيها التأثيرات اللزجة (viscous effects). هذه الشريحة تُعرف بالطبقة التحتية الرقائقية (Laminar sub – layer). في هذه الطبقة يتم إنتقال الحرارة بالتوصيل فقط.

عليه، من قانون فورير لوحدة مساحة،

$$q = -k\left(\frac{d\theta}{dy}\right)_{y=0}$$

(حيث k = الموصلية الحرارية للمائع؛ y = البعد من السطح المتعامد مع السطح).

أيضاً، لسريان لزج، (viscous flow)

(velocity gradient) معدل إنحدار أو ميل السرعة × $\tau = \mu$، إجهاد القص (shear stress)

بالتالي، فإنَّ إجهاد القص عند الحائط يتم إعطاؤه بـ

$$\tau_w = \mu\left(\frac{dC}{dy}\right)_{y=0}$$

(حيث، μ = لزوجة المائع؛ C = سرعة المائع).

الآن بما أنَّ الطبقة التحتية الرقائقية تكون رفيعة جداً يمكن إفتراض أنَّ درجة الحرارة والسرعة يتغيرا خطياً مع البعد من الحائط، y،

$$\text{i.e.} \quad q = -\frac{k\theta}{\delta_b}, \quad \tau_w = \frac{\mu C}{\delta_b}$$

(حيث δ_b هو سمك الطبقة التحتية الرقائقية)

بتفادي δ_b، وبتجاهل الإشارة السالبة، سنحصل على،

$$\frac{q}{k\theta} = \frac{\tau_w}{\mu C}$$

$$\text{i.e.}\quad q = \frac{\tau_w k\theta}{\mu C}$$

يمكن ملاحظة أنَّ هذه المعادلة تكون متطابقة مع المعادلة (6) عندما،

i.e. عندما $\frac{C\mu}{k} = 1$ أو $\Pr = 1$

عليه لموائع يكون فيها رقم براندتل (Pr) تقريباً وحدة يمكن تطبيق تناظر رينولدز البسيط (Simple Reynold's Analogy)، بما أنَّ الحرارة المنتقلة عبر الطبقة التحتية الرقائقية يمكن اعتبارها ذات سلوك مشابه للحرارة المنتقلة من الطبقة التحتية (sub – layer) إلي معظم المائع. لمعظم الغازات، البخار الجاف، والبخار المحمص يقع رقم براندتل Pr بين 0.65 و 1.2.

لوحدة مساحة سطح، q = h θ، عليه بالتعويض في المعادلة (6) نحصل على،

$$\frac{h}{c} = \frac{\tau_w}{C}$$

بقسمة طرفي المعادلة % ρC (حيث ρ هي متوسط الكثافة للماء) نحصل على،

$$\frac{h}{\rho c C} = \frac{\tau_w}{\rho C^2}$$

طرفي هذه المعادلة يكونا لا بعديين. العنصر على الطرف الأيسر يعرف برقم إستانتون (Stanton Number)، St،

$$\text{i.e.}\quad St = \frac{h}{\rho C c} \qquad (7)$$

عامل الإحتكاك اللابعدي، f (Dimensionless friction factor) يتم تعريفه بـ

$$f = \frac{\tau_w}{\left(\frac{\rho C^2}{2}\right)} \qquad (8)$$

عليه سنملك لتناظر رينولدز،

$$St = \frac{f}{2} \qquad (9)$$

رقم استانون، St، يمكن كتابته كـ

$$St = \frac{h}{\rho Cc} = \frac{hL}{k} \times \frac{\mu}{\rho CL} \times \frac{k}{c\mu} = \frac{Nu}{\operatorname{Re} \Pr}$$

$$\text{i.e.} \qquad St = \frac{Nu}{\operatorname{Re} \Pr} \qquad (10)$$

عامل الإحتكاك، f، يمكن إشتقاقه رياضياً لبعض الحالات، لكن في حالات أخرى يكون التحديد المعملي ضرورياً.

لسريان مضطرب في ماسورة، قياس بسيط لهبوط الضغط يعطي f، وبالتالي يمكن إيجاد سريان الحرارة التقريبي باستخدام المعادلة (6) أو المعادلة (9)؛

لسريان في ماسورة بقطر d، فإنَّ المقاومة للسريان على وحدة طول يُعطي بـ

$$\text{(resistance) المقاومة} = \tau_w \pi d = \Delta P \frac{\pi}{4} d^2$$

(حيث ΔP = هبوط الضغط في وحدة طول).

$$\therefore \tau_w = \frac{\Delta P d}{4} \qquad (11)$$

هنالك عامل هام في تصميم المبادل الحراري ألاَّ وهو قدرة الضخ المطلوبة (pumping power required).

قدرة الضخ هي المعدَّل الذي يُؤدي عنده الشغل لتخطي المقاومة الإحتكاكية،

.i.e لسريان في ماسورة؛

قدرة الضخ لكل وحدة طول،

$$W = \text{المقاومة الإحتكاكية} \times \text{السرعة}$$

$$w = \tau_w \pi d C$$

$q = \frac{\tau_w c\theta}{C}$، سريان الحرارة لكل وحدة مساحة

i.e. $Q = \frac{\tau_w c\theta\pi d}{C}$، سريان الحرارة لكل وحدة طول

بالتالي فإنَّ نسبة قدرة الضخ، W إلي سريان الحرارة Q يمكن التعبير عنها كـ :

$$\frac{W}{Q} = \frac{\tau_w \pi d C^2}{\tau_w c\theta\pi d} = \frac{C^2}{c\theta} \qquad (12)$$

(لمبادل حراري، فإنَّ θ هي متوسط فرق درجة الحرارة اللوغاريثمي).

يمكن الملاحظة من المعادلة (12) أنَّ القدرة المطلوبة لمعدَّل إنتقال حرارة معطي يمكن خفضها بخفض سرعة السريان، C. على أيَّ حال، فإنَّ خفض سرعة المائع تعني أنَّ مساحة السطح المطلوبة يجب زيادتها، وبالتالي يجب عمل توافق فيما بين سرعة المائع وسرعة السطح (compromise).

مثال (2):-

يتم تسخين هواء بإمراره خلال أنبوبة نحاسية بقطر داخلي (bore) مقداره 25mm، يتم إعدادها عند درجة حرارة مقدارها 280°C. يدخل هواء عند 15°C ويغادر عند 270°C بسرعة متوسطة مقدارها 30m/s. مستخدماً تناظر رينولدز، أحسب طول الأنبوب وقدرة الضخ المطلوبة. لسريان مضطرب في أنبوبة خذ $f = 0.0791\ (Re)^{-1/4}$ وجميع الخواص عند متوسط درجة حرارة الشريحة (mean film temp.).

الحل:-

درجة الحرارة المتوسطة للشريحة يمكن إيجادها من المعادلة (4)،

$$\text{i.e.} \qquad t_f = \frac{t_b - t_w}{2} = \frac{1}{2}\left[\frac{t_1 - t_2}{2} + t_w\right]$$

$$= \frac{1}{2}\left[\frac{(15+270)}{2} + 280\right] = \frac{142.5 + 280}{2} = \underline{211.25}°C$$

من الجداول عند $t_f = 211.25°C = 484.4\ K$، يمكن إيجاد خواص الهواء. (جداول الهواء الجاف عند ضغط منخفض).

بالتالي،

من الجداول، $\nu = 3.951\times10^{-5}\ \mathrm{m^2/s}$

$$Re = \frac{Cd}{\nu} = \frac{30\times0.025}{3.591\times10^{-5}} = \underline{20{,}900}$$

$$\therefore f = \frac{0.0791}{(20{,}900)^{1/4}} = \frac{0.0791}{12.01} = \underline{0.00658}$$

من المعادلة (9)، $St = f/2$

i.e. $$St = \frac{Nu}{Re.Pr} = \frac{f}{2} = \frac{0.00658}{2} = \underline{0.00329}$$

$$Nu = 0.00329\times20{,}000\times0.681 = \underline{46.8}$$

$$\therefore Nu = \frac{hd}{k} = \underline{46.8} \quad ، \quad h = \frac{Nu.k}{d}$$

من الجداول ، $k = 3.938\times10^{-5} kw/mK$ ،

i.e. $$h = \frac{46.8\times3.938\times10^{-5}}{0.025} = \underline{0.0737} kW/m^2K$$

$\dot{m} = \rho AC$ ، سريان كتلة الهواء

من الجداول ، $\rho = 0.73 kg/m^3$

$$= \frac{\pi}{4}\times0.025^2\times30\times0.73 = \underline{0.01075}\ kg/s$$

بالتالي،

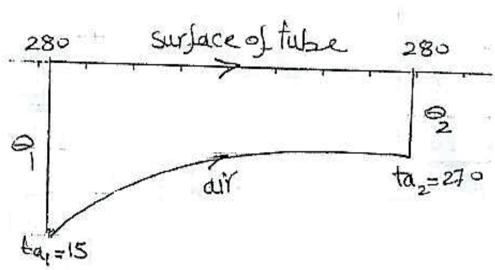
$Q = \dot{m}c(t_{a_1} - t_{a_1})$ ، الحرارة المكتسبة بالهواء أو الحرارة التي يستقبلها الهواء.

من الجداول $c=1.027 kj/kg\ K$

$$\therefore Q = 0.01075\times1.027\times(270-15)$$
$$= \underline{2.815} kW$$

أيضاً، من المعادلة

$$Q = hA\theta_m = 2.815 kW$$



باستخدام المعادلة، θ_m والتي هي متوسط فرق درجة الحرارة اللوغاريثمي (LMTD).

$$\theta_m=\frac{\theta_1-\theta_2}{\log_e\dfrac{\theta_1}{\theta_2}}=\frac{(280-15)(280-270)}{\log_e\left(\dfrac{280-15}{280-270}\right)}=\underline{77.9}K$$

بالتالي،

$$Q=2.815=0.0737\times 77.9\times A$$
$$\therefore A=\frac{2.815}{0.0737\times 77.9}=\underline{0.49}m^2$$

عليه طول الأنبوبة،

$$\text{طول الأنبوبة}=\frac{0.49}{\pi\times 0.025}=\underline{\underline{6.24}}m$$

من المعادلة (12)،

$$\frac{W}{Q}=\frac{C^2}{c\theta}$$

$$\therefore W=\frac{2.815\times 30^2}{1.027\times 77.9}=\underline{31.7}W$$

$$\therefore \qquad \text{قوة الضخ}=\underline{\underline{31.7}}W$$

مثال (3):-

في أنبوبة قطرها 25mm يكون هبوط الضغط لكل متر طول مساوٍ لـ 0.0002bar عند مقطع تكون فيه السرعة المتوسطة 24m/s، الحرارة النوعية المتوسطة للغاز هي 1.13kj/kgK. أحسب معامل إنتقال الحرارة.

الحل:-

لطول 1m، $\Delta P = 0.0002 bar$

من المعادلة (11)،

$$\tau_w = \frac{\Delta Pd}{4} = \frac{10^5 \times 0.0002 \times 25}{4 \times 10^3} = \underline{0.125}\ N/m^2$$

من المعادلة (8)،

$$f = \frac{\tau_w}{\left(\frac{\rho C^2}{2}\right)} = \frac{2 \times 0.125}{\rho C^2}$$

أيضاً من المعادلة (9)،

$$St = \frac{f}{2}, \quad i.e. \frac{h}{\rho Cc} = \frac{2 \times 0.125}{2\rho C^2}$$

$$\therefore h = \frac{0.125c}{C} = \frac{0.125 \times 1.13}{24} = \underline{0.00588} kW/m^2K$$

i.e. معامل إنتقال الحرارة، $h = 0.00588 kW/m^2K$

$$= \underline{\underline{5.88}}\ W/m^2K$$

تمَّ عمل تعديلات متباينة على لتناظر رينولدز البسيط في محاولة للحصول على معادلة ستعطي حلاً لإنتقال الحرارة المضطرب على مدى واسع من أرقام براندتل (Pr. Number). (لزيت لزج جداً فإن رقم براندتل $\Pr = c\mu/k$ يكون في رتبة الآلاف، بينما للمعادن السائلة يكون منخفضاً جداً كـ 0.01). المعادلات المؤسسة على النظريات الحديثة لسريان مضطرب تُعطي رقم استانتون كدالة لرقم رينولدز، رقم براندتل وعامل الإحتكاك. عموماً، يمكن خفض هذه المعادلات إلي St = f/2، عندما يتم وضع رقم براندتل مساوياً لوحدة.

هنالك نقطتان إضافيتان يجب ذكرهما هنا:-

i/ عندما يكون فرق درجة الحرارة بين السطح ومعظم المائع كبيراً جداً، فإنَّ تغيرات الخاصية تُصبح ضخمة بكفاية لأخذها في الإعتبار. بالتالي، ليس كافياً طويلاً استخدام متوسط درجة حرارة الشريحة لتقييم الخواص، كما

معطي بالمعادلة (4). تغير كل خاصية مع درجة الحرارة عبر السريان يجب معرفته، في بعض الأحيان ولدقة كافية يتم إستخدام معادلة بالصورة،

$$Nu = K\phi\left\{(\Pr)، (\mathrm{Re})، \left(\frac{T_S}{T_w}\right)\right\}$$

(حيث T_w ،T_S هما درجتي الحرارة المطلقة عند محور الماسورة وعند جدار الماسورة على الترتيب، ويتم أخذ خواص المائع عند متوسط درجة حرارة الشريحة)

$$R = \frac{1}{hA} \quad ؛ \quad h = \frac{1}{RA}$$

ii/ المعادلات لسريان في ماسورة عادة لا تأخذ في الإعتبار سماحية لتأثيرات طول المدخل (Entry length). عند المدخل إلي أنبوبة ساخنة (Heated tube) فإنَّ الطبقات الجدارية الهايدروديناميكية والحرارية (Hydro-dynamic and thermal boundary layers) تبدأ في التكوُّن على الحائط (الجدار)، ويزيد سمكها تدريجياً حتى يُصبح السريان نامي تماماً (fully developed). في هذه المنطقة الأوليَّة للأنبوب يكون معامل إنتقال الحرارة أكبر بكثير بما أنَّ المقاومة لسريان الحرارة في الطبقة الجدارية تكون أقلَّ، وبالتالي فإنَّ المعادلة التي تتجاهل هذا التأثير ستعطي قيمة منخفضة لإنتقال الحرارة الذي يتم حسابه. هذا التأثير يكون ملحوظاً أكثر لسريان رقائقي من سريان مضطرب، ويكون أكثر أهمية لموائع بأرقام براندتل Pr عالية. في معظم إجراءات التبادل الحراري يكون السريان مضطرباً ويكون طول الأنبوب طويلاً بكفاية ليجعل تأثير طول المدخل صغيراً بحيث يمكن تجاهله. في حالة مبردات الزيت يكون السريان رقائقياً، ويكون رقم براندتل عالياً، وبالتالي فإنَّ تأثيرات المدخل يمكن أن تكون ملحوظة (واضحة) عندما يتم إعتبار سريان عبر لوحة مستوية (flat plate)، فإنَّ البعد المميَّز للطول يتم أخذه كالمسافة من الحافة القائدة (المتقدمة)، ومعامل إنتقال الحرارة المتحصل عليه يكون بالتالي القيمة الموضعية عند ذلك المقطع للوحة. القيمة المتوسطة لمعامل إنتقال الحرارة على اللوحة بالكامل هي القيمة المستخدمة في حساب إنتقال الحرارة إلي أو من اللوحة. يمكن ملاحظة أنَّ معدل إنتقال

الحرارة المتوسط للوحة ساخنة بطول L، يكون ضعف معامل إنتقال الحرارة الموضعي عند مسافة L من الحافة المتقدمة (Leading edge).

مثال (4):-

هواء عند درجة حرارة مقدارها 20°C، ينساب بسرعة 25m/s، يمر على لوحة مستوية يتم إعداد سطحها عند 270°C. أحسب المعدَّل الذي تنتقل عنده الحرارة لكل متر عرض من كلا الجانبين للوحة على بعد 0.25m من الحافة القائدة (المتقدمة). لسريان حرارة من لوحة مستوية، $Nu = 0.332\,(\text{Pr})^{1/3} \times (\text{Re})^{1/2}$.

(حيث البعد الخطي المميَّز هو البعد من الحافة القائدة، وجميع الخواص يتم تقييمها عند متوسط درجة حرارة الشريحة).

الحل:-

$$t_f = \frac{20+270}{2} = 145°C = \underline{418}K$$ ، متوسط درجة حرارة الشريحة (mean film temp.)

بأخذ القيَّم من جدول خواص الهواء، نحصل على،

$$\text{Pr} = 0.687 \quad ، \quad \text{Re} = \frac{CL}{\nu} = \frac{25 \times 0.25 \times 10^5}{2.8} = \underline{223{,}000}$$

بالتالي،

$$\begin{aligned} Nu &= 0.332 \times (0.687)^{1/3} \times (223000)^{1/2} \\ &= 0.332 \times 0.883 \times 472 = \underline{136.5} \end{aligned}$$

$$\text{i.e.} \quad Nu = \frac{hL}{k} \quad ؛ \quad \therefore h = \frac{138.5 \times 3.49}{0.25 \times 10^5} = \underline{0.0193}kW/m^2K$$

بالتالي، فإنَّ متوسط معامل إنتقال الحرارة يكون،

$$0.0193 \times 10^3 \times 2 = \underline{38.6}\ W/m^2K$$

بالتالي فإنّ الحرارة المنتقلة من كلا جانبي اللوحة بطول0.25m وبعرض 1m يتم إعطاؤها بـ

$$Q = hA\theta = 38.6 \times 0.25 \times 1 \times 2(270-20) = \underline{4825}W$$

i.e. الحرارة المنتقلة $= \underline{4.825}\text{kW}$

الفقد الإحتكاكي لطول إبتدائي للوحة مستوية تكون فيها الطبقة الجدارية ما تزال رقائقية يُعطي بـ

$$f = 0.0664(\text{Re})^{-1/2}$$

بالتالي، يمكن ملاحظة أن تناظر رينولدز البسيط، المعطي بالمعادلة (9)، $St = f/2$، يُعطي للطول الإبتدائي (initial length) للوحة مستوية.

$$St = 0.332(\text{Re})^{-1/2}$$

أو $$\frac{Nu}{\text{Pr}.\text{Re}} = 0.332(\text{Re})^{-1/2}$$

$$Nu = 0.332(\text{Pr}).(\text{Re})^{1/2}$$

هذه هي نفسها كالمعادلة المعطاة في المثال (3)، إذا كان رقم براندتل وحدة.

3.4 فاعلية المبادل الحراري:- (Heat Exchanger Effectiveness)

في حالات معينة لتصميم مبادل حراري فإنَّ كفاءة إجراء إنتقال الحرارة تُصبح هامة جداً؛ كمثال لمبادلات حرارية صغيرة الحجم (مكتنزة) (Compact)، خصيصاً في صناعة الطائرات حيث عامل الوزن يكون هاماً، هنالك أسلوباً لـ Nusselt تمَّ تطويره فيما بعد بواسطة (Kays and London) سيتم مناقشته في هذا المقطع.

الفاعلية $\in$، لمبادل حراري يتم تعريفها كنسبة الحرارة المنتقلة الفعلية إلي الحرارة المنتقلة القصوى الممكنة.

لأيَّ مبادل حراري بمعدلات سريان كتلة لموائع ساخنة وباردة $\dot{m}_H$ و $\dot{m}_C$ وحرارة نوعية c_H و c_C، إجعل تغييرات درجة الحرارة الإجمالية لكل مائع تكون Δt_H و Δt_C.

بتجاهل الفقودات للبيئة المحيطة،

$$Q = \dot{m}_H c_H \Delta t_H = \dot{m}_C c_C \Delta t_C$$

أو $$Q = C_H \Delta t_H = C_C \Delta t_C \qquad (1)$$

(حيث $C_H = \dot{m}_H c_H$ و $C_C = \dot{m}_C c_C$ هما السعات الحرارية (thermal capacities) للموائع الساخنة والباردة).

من المعادلة (1) يمكن ملاحظة أنَّ المائع بالسعة الأصغر، C، له تغير درجة حرارة أكبر، Δt. تغير درجة الحرارة الأقصى الممكن لأحد الموائع يكون $\left(t_{H_{\max}} - t_{c_{\min}}\right)$، وهذا التغير المثالي في درجة الحرارة يمكن فقط الوصول إليه بمائع ذو سعة حرارية منخفضة.

$$i.e.\ \text{الفاعلية}\ (effectiveness), \epsilon = \frac{Q}{C_{min}\left(t_{H_{max}} - t_{C_{min}}\right)} = \frac{\text{الحرارة المنتقلة الفعلية}}{\text{الحرارة المنتقلة القصوى الممكنة}} \quad (2)$$

الهدف من تصميم جيِّد لمبادل حراري هو الحصول على تغير أقصي ممكن لدرجة حرارة مائع لقوة إدارة معطاة، ذلك يكون لفرق درجة حرارة متوسط لوغاريثمي، LMTD. بالتالي هنالك مقياس مفيد لكفاءة المبادل الحراري هو عدد وحدات إنتقال الحرارة، NTU، الذي يتم تعريفه كـ:−

$$NTU = \frac{\text{تغير درجة الحرارة الأقصى لاحد الموائع}\ (\Delta t)_{max}}{LMTD}$$

الآن،

$$Q = UA\ \ LMTD = C_{\min}(\Delta t)_{\max}$$

$$\therefore NTU = \frac{(\Delta t)_{\max}}{LMTD} = \frac{UA}{C_{\min}} \qquad (3)$$

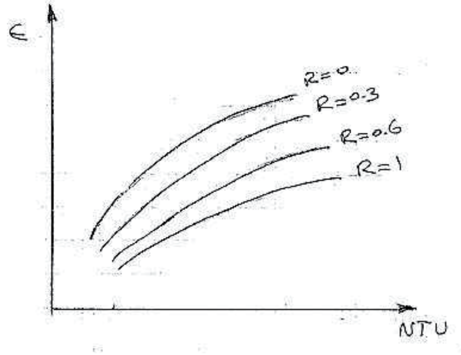
كلما زاد عدد وحدات إنتقال الحرارة كلما زادت فاعلية المبادل الحراري.

نسبة السعة الحرارية الدنيا إلي القصوى عادة ما تُعطي بالرمز R،

$$\text{i.e.} \quad R = C_{\min}/C_{\max} \qquad (4)$$

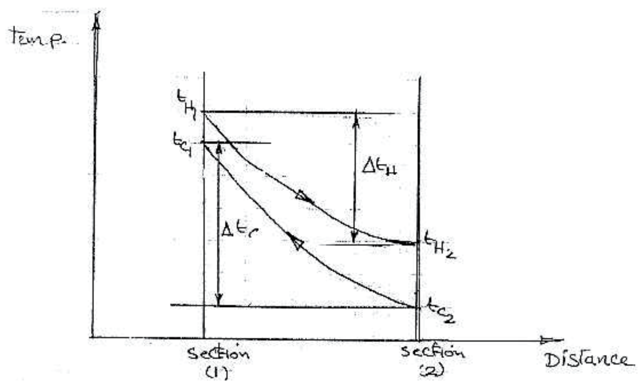
لاحظ أنَّ R يمكن أن تتغير بين 1 (عندما يملك كلا المائعان نفس السعة الحرارية) و 0 (عندما يملك أحد الموائع سعة حرارية غير محدودة (infinite thermal capacity) e.g. بخار متكثِّف أو سائل مغلي).

الشكل رقم (3.1) أدناه يُوضِّح مثالاً نموذجياً لمخطط فاعلية، $\in$، ضد NTU لقيَّم متباينة لنسبة سعة حرارية، R.



شكل (3.1) مخطط الفاعلية ضد عدد وحدات إنتقال الحرارة

إعتبر مبادل حراري مضاد للسريان (counter flow H. exchanger) كما موضَّح في الشكل (3.2) أدناه.



شكل (3.2) مبادل حراري مضاد للسريان

من الشكل يمكن ملاحظة أنَّ، $C_c = C_{min}$ بما أنَّ $\Delta t_C > \Delta t_H$

$$\text{i.e.}\quad R = C_{\min}/C_{\max}$$

$$= C_C/C_H$$

أو مستخدماً المعادلة (1)،

$$\frac{C_C}{C_H} = \frac{\Delta t_H}{\Delta t_C}$$

$$R = \frac{t_{H_1} - t_{H_2}}{t_{C_1} - t_{C_2}} \qquad (5)$$

من المعادلة (2)،

$$\in = \frac{Q}{C_{\min}\left(t_{H_{\max}} - t_{C_{\min}}\right)} = \frac{C_{\min}\left(t_{C_1} - t_{C_2}\right)}{C_{\min}\left(t_{H_1} - t_{C_2}\right)} = \frac{t_{C_1} - t_{C_2}}{t_{H_1} - t_{C_2}} \qquad (6)$$

من المعادلة (3)،

$$NTU = \frac{UA}{C_{\min}} = \frac{t_{C_1} - t_{C_2}}{LMTD}$$

من المعادلة،

$$LMTD = \frac{\left(t_{H_1} - t_{C_1}\right) - \left(t_{H_2} - t_{C_2}\right)}{\log_e \frac{\left(t_{H_1} - t_{C_1}\right)}{\left(t_{H_2} - t_{C_2}\right)}}$$

$$\therefore NTU = \frac{\left(t_{C_1} - t_{C_2}\right)}{\left(t_{H_1} - t_{C_1}\right) - \left(t_{H_2} - t_{C_2}\right)} \log_e \frac{\left(t_{H_1} - t_{C_1}\right)}{\left(t_{H_2} - t_{C_2}\right)}$$

أو $$NTU = \frac{\left(t_{H_1} - t_{H_2}\right)\left(t_{C_1} - t_{C_2}\right)}{\left(t_{C_1} - t_{C_2}\right)} = \log_e \left\{ \frac{\left(t_{H_1} - t_{C_2}\right) - \left(t_{C_1} - t_{C_2}\right)}{\left(t_{H_1} - t_{C_2}\right) - \left(t_{H_1} - t_{H_2}\right)} \right\}$$

$$\therefore NTU\left(R-1\right) = \log_e \left\{ \frac{\left[\left(t_{C_1} - t_{C_2}\right)/\in\right] - \left(t_{C_1} - t_{C_2}\right)}{\left[\left(t_{C_1} - t_{C_2}\right)/\in\right] - R\left(t_{C_1} - t_{C_2}\right)} \right\}$$

مستخدماً المعادلات (5) و (6)،

$$NTU\left(R-1\right) = \log_e \frac{\left(1-\in\right)}{\left(1-R\in\right)}$$

أو $$\in = \frac{1-e^{-NTU(1-R)}}{1-\mathrm{Re}^{-NTU(1-R)}} \qquad (7)$$

ملحوظة:- لمبادل حراري مضاد السريان عندما $C_H = C_C$، i.e. R = 1 (قل مبادل حراري لتوربينة غازية)، بالتالي فإنَّ التعبير للفاعلية لا يمكن الحصول عليه بتعويض R=1 في المعادلة (7). لهذه الحالة فإنَّ تغيَّر درجة الحرارة لكل مائع هي نفسها، بما أنَّ $C_H = C_C$، بالتالي فإنَّ الـ LMTD يكون مساوياً لفرق درجة الحرارة

بين الموائع الساخنة والباردة الذي يبقي ثابتاً في جميع أنحاء المبادل الحراري. عليه فإنَّ المعادلة يتم كتابتها كـ $NTU = \left(t_{C_1} - t_{C_2}\right)/\left(t_{H_1} - t_{H_2}\right)$ وبالتالي يتواكب الإشتقاق كما عاليه معطياً:-

$$\in = \frac{NTU}{1 + NTU} \qquad (8)$$

لمبادل حراري متوازي السريان (parallel – flow H. exchanger) يمكن توضيح أنَّ:-

$$\in = \frac{1 - e^{-NTU(1+R)}}{1 + R} \qquad (9)$$

عندما $R = 0$، .i.e في حالة مكثِّف، يمكن الملاحظة من المعادلة (7) أو المعادلة (9) أنَّ الفعالية تكون،

$$\in = 1 - e^{-NTU} \qquad (10)$$

مثال (5):-

مبادل حراري مضاد للسريان بممر غلاف مفرد وأنابيب يستخدم غاز النفايات على جانب الغلاف لتسخين سائل في الأنابيب. يدخل غاز النفايات عند درجة حرارة 400°C بمعدَّل سريان كتله مقداره 10kg/s. يدخل السائل عند درجة حرارة 100°C بمعدَّل سريان كتلـه مقداره 3kg/s. مفترضـاً أنَّ سرعة السـائل لا تتجـاوز 1m/s. مستخدماً البيانات المذكورة أدناه، أحسب الآتي:-

i/ عدد الأنابيب المطلوبة.

ii/ فاعلية المبادل الحراري.

iii/ درجة حرارة مخرج السائل.

تجاهل عوامل الإتساخ والمقاومة الحرارية لجدار الأنبوب.

البيانات:- القطر الداخلي للأنبوب = 10mm؛ القطر الخارجي للأنبوب = 27mm؛ طول الأنبوب = 4m؛ الحرارة النوعية لغاز النفايات = 1.04kj/kgK؛ الحرارة النوعية للسائل = 1.5kj/kgK؛ كثافة السائل = $500kg/m^3$؛ معامل إنتقال الحرارة على جانب الغلاف = $260W/m^2K$؛ معامل إنتقال الحرارة على جانب الأنبوب = $580W/m^2K$.

الحل:-

i/ معدَّل السريان الحجمي للسائل، Q

$$Q = \frac{\dot{m}}{\rho} = \frac{3}{500} = \underline{0.006}\ m^3/s$$

مساحة المقطع العرضي الكلية لسرعة 1 m/s،

$$A = \frac{Q}{v} = 0.006\ m^2$$

$$\text{عدد الأنابيب} = \frac{\text{مساحة المقطع العرضي الكلية}}{\text{مساحة المقطع لأنبوب واحد}}$$

$$n = \frac{0.006\times 4}{\pi\times 0.01^2} = \underline{76.39} \approx \underline{\underline{77}}$$

(ملحوظة تكون السرعة في الأنابيب أقلَّ من 1m/s كما هو مطلوب).

ii/ من المعادلة التالية، بأخذ فرق المساحة في الإعتبار،

$$\frac{1}{UA_o} = \frac{1}{h_oA_o} + \frac{1}{h_iA_i}$$

(حيث الرموز التحتية (subscript) 0 و i ترجع إلي خارج وداخل الأنبوب).

معامل إنتقال الحرارة الإجمالي، U، يُرجع إلي المساحة الخارجية الذي هو الأسلوب العملي المعتاد في تصميم المبادلات الحرارية،

$$\text{i.e.}\quad \frac{1}{U} = \frac{1}{h_0} + \frac{A_0}{h_iA_i} = \frac{1}{260} + \frac{12.7}{580\times 10} = \underline{0.00604}$$

(بما أنَّ $A_0/A_i = D_0/D_i$)

$$\text{i.e.}\quad U = \underline{165.68} W/m^2K$$

بالتالي من المعادلة (3)،

$$NTU = \frac{165.68\times\pi\times 0.0127\times 4\times 77}{3\times 1.5\times 1000} = \underline{0.452}$$

أيضاً،

$$R = \frac{3\times1.5}{40\times1.04} = \underline{0.1082}$$

بالتالي، من المعادلة (7)،

$$\in = \frac{1-e^{-NTU(1-R)}}{1-\mathrm{Re}^{-NTU(1-R)}} = \frac{1-e^{-0.452\times0.8918}}{1-0.1082e^{-0.452\times0.8918}}$$

$$\text{i.e.} \qquad \in = \underline{\underline{0.358}}$$

iii/ من المعادلة (6)،

$$\in = 0.358 = \frac{t_{L_2} - 100}{400-100}$$

(حيث t_{L_2} هي درجة حرارة مخرج السائل).

$$\therefore t_{L_2} = 300\times0.358+100 = \underline{\underline{207.4}}\ ^\circ C$$

3.5 الحمل الطبيعي: - (Natural Convection)

كما ذكراً سابقاً، فإنَّ إنتقال الحرارة بالحمل الحر أو الطبيعي (free or natural convection) يكون نتيجة لفروقات في الكثافة بالنسبة للمائع مسببة دورة طبيعية، وبالتالي إنتقال الحرارة. لغالبية المسائل التي يكون فيها سريان لمائع عبر سطح، فإنَّ التأثير التراكبي (superimposed effect) للحمل الطبيعي يكون صغيراً بكفاية بحيث يتم تجاهله. عندما لا تكون هنالك سرعة قسرية للمائع فإنَّ الحرارة يتم إنتقالها كلياً بالحمل الطبيعي (عندما يتم تجاهل الإشعاع). إنتقال في هذه الحالة يعتمد على معامل التمدد التكعيبي (coefficient of cubical expansion)، β والذي يُعطي بـ

$$\rho_1 = \rho_2(1+\beta\theta) \quad \text{أو} \quad (\rho_1 - \rho_2) = \rho_2\beta\theta$$

(حيث θ هي فرق درجة الحرارة بين جزئي المائع بالكثافة ρ_1 و ρ_2). قوة الإنضغاط لأعلى لكل وحدة حجم من المائع (up thrust per unit volume) هي $(\rho_1 - \rho_2)g$، وتكون سرعة تيار الحمل معتمدة على الإنضغاط لأعلى. يعتمد الحمل الطبيعي على معامل إنتقال الحرارة الذي يعتمد بدوره على لزوجة المائع، الموصلية الحرارية للمادة، علي بعد مميَّز للطول.

بما أنَّ معامل التمدد التكعيبي β، والتسارع الموضعي نتيجة للتثاقل g، لا تملك تأثير منفصل على إنتقال الحرارة، بالتالي يجب فقط إعتبار حاصل ضربهما βg.

لتحليل بعدي نحصل على،

$$h = A\mu^{a_1}\rho^{b_1}k^{c_1}c^{d_1}\theta^{e_1}(\beta g)^{f_1}L^{g_1} + B\mu^{a_2}\rho^{b_2}k^{c_2}c^{d_2}\theta^{e_2}(\beta g)^{f_2}L^{g_2} + etc$$

بالتالي، بنفس الخطوات كما في الحمل القسري يمكن توضيح أنَّ

$$Nu = KF\left[\frac{c\mu}{k}، \frac{\beta g\rho^2 L^3\theta}{\mu^2}\right]$$

أو،

$$Nu = KF\{(\Pr)، (Gr)\}$$

حيث،

$$Gr = \frac{\beta g\rho^2 L^3\theta}{\mu^2} = \frac{\beta g L^3\theta}{\nu^2}$$

يُسمي برقم قراشوف (Grashof Number)

في حالات كثيرة لحمل طبيعي من الممكن إستخدام معادلة تقريبية لتقييم معامل إنتقال الحرارة h.

كمثال، لحمل طبيعي من ماسورة أفقية،

عندما $10^4 < \mathrm{Gr} < 10^9$ ، $h = 1.32\left(\frac{\theta}{d}\right)^{1/4}$

عندما $10^9 < \mathrm{Gr} < 10^{12}$، $h = 1.25\theta^{1/3}$ و

(حيث h بالـ W/m^2K، θ بالـ K، d بالـ m).

مثال (6):-

أحسب فقد الحرارة بالحمل الطبيعي لكل متر طول من ماسورة أفقية بقطر 150mm، يكون سطحها عند درجة حرارة 277°C. تكون درجة حرارة الغرفة 17°C. يتم توضيح أنَّه لأسطوانة أفقية،

$$Nu = 0.527(\Pr)^{1/2}(\Pr + 0.952)^{-1/4}(Gr)^{1/4}$$

(حيث يتم تقييم الخواص عند درجة حرارة السطح)

خذ معامل التمدد التكعيبي β، كـ 1/T، حيث T K هي درجة الحرارة المطلقة للهواء.

الحل:-

من الجداول، نحصل عند درجة حرارة سطح مقدارها 277+273=550K ، سنحصل على، Pr = 0.68

و $Gr = \dfrac{\beta g \theta d^3}{\nu^2} = \dfrac{9.81 \times (277-17) \times 0.15^3}{290 \times (4.439 \times 10^{-5})^2}$

(ملحوظة: g = 9.81m/s، و $\beta = \dfrac{1}{T} = \dfrac{1}{17+277} = \dfrac{1}{290}$)

$$\text{i.e.} \quad Gr = \underline{15.1 \times 10^6}$$

بالتعويض،

$$Nu = 0.527(0.68)^{1/2}(0.68 + 0.932)^{-1/4}(15.1 \times 10^6)^{1/4}$$
$$= 0.527 \times 0.825 \times 0.885 \times 62.34 = 24$$

$$\text{i.e.} \quad Nu = \frac{hd}{k} = 24 \quad \text{،} \quad h = \frac{Nu\ k}{d}$$

من الجداول ، $k = 4.357 \times 10^{-5}\ kw/mK$

$$\therefore h = \frac{24 \times 4.357 \times 10^5}{0.15} = \underline{0.00697}\ kW/m^2K$$

بالتالي من المعادلة التالية،

$$Q = hA(t_w - t) = 0.00697 \times \pi \times 0.15 \times 1 \times (277-17)$$
$$= \underline{0.855} kW$$

i.e. فقد الحرارة لكل متر طول = $\underline{\underline{855}} W$

مثال (7):-

أعِد حساب معامل إنتقال الحرارة للمثال (6) مستخدماً المعادلة التقريبية،

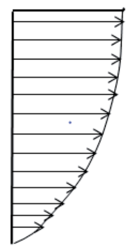
$h = 1.32\left(\dfrac{\theta}{d}\right)^{1/4}$ عندما $10^4 < \mathrm{Gr} < 10^9$

(حيث h تكون بالـ W/m^2K، θ بالـ K، و d بالـ m).

$$\text{i.e.} \quad h = 1.32 \times \left(\frac{277-17}{0.15} \right)^{1/4} = 1.32 \times (1733)^{1/4} = 1.32 \times 6.45$$

$$\text{i.e.} \quad \text{معامل إنتقال الحرارة} = \underline{\underline{8.52}}\ W/m^2K$$

لحمل طبيعي من حائط رأسي فإنَّ الهواء بصعوده نتيجة لتيارات الحمل يكوِّن طبقة جدارية، تبدأ من الأسفل وتسمك تدريجياً أعلي الحائط. الشكل أدناه يوضِّح سلوك تكوُّن الطبقة الجدارية على حائط رأسي.



يتغير معمل إنتقال الحرارة أعلى الحائط، حيث تُعطي صيَّغ إنتقال الحرارة من حائط رأسي معامل إنتقال حرارة موضعي عند مسافة L، من أسفل الحائط، حيث البعد الخطي المميَّز المستخدم في رقم قراشوف هو الطول، L.

يمكن توضيح أنَّ القيمة المتوسطة لمعامل إنتقال الحرارة من الأسفل صعوداً للمسافة L، يُعطي بـ

$$h_{av} = \frac{3}{4} h$$

(حيث h_{av} هو متوسط معامل إنتقال الحرارة، و h هو معامل إنتقال الحرارة عند المقطع الذي يبعد L، من أسفل الحائط).

مثال (8):-

سطح رأسي بإرتفاع 1m يكون عند درجة حرارة مقدارها 327°C، وتكون درجة الحرارة الجوية هي 30°C. أحسب المعدَّل الذي تفقد عنده الحرارة بالحمل من السطح لكل متر عرض. لحمل طبيعي من سطح رأسي خذ

لسريان رقائقي للطبقة الجدارية،

$$10^4 < \mathrm{Gr} < 10^9 \quad \text{عندما} \quad h = 1.42\left(\frac{\theta}{L}\right)^{1/4}$$

ولسريان مضطرب للطبقة الجدارية،

$$10^9 < \mathrm{Gr} < 10^{12} \quad \text{عندما} \quad h = 1.31\theta^{1/3}$$

(حيث يتم أخذ جميع الخواص عند درجة حرارة السطح؛ و $\beta = \frac{1}{T}$، حيث T هي درجة الحرارة المطلقة للهواء؛ h تكون بالـ W/m^2K، θ تكون بالـ K، و L تكون بالـ m).

رقم قراشوف في مثل هذه المسائل لديه نفس الدالة المحدودة مثل رقم رينولدز في سريان الموائع. للمدى الأدنى لأرقام قراشوف (Grashof Number) فإنَّ سريان الهواء يبقي رقائقياً (Laminar) على سطح الحائط، بينما لأرقام قراشوف الأكبر فإنَّ الطبقة الجدارية على الحائط تكون مضطربة. يمكن الملاحظة من المعادلة $h = 1.31\theta^{1/3}$، أنَّه عندما تكون الطبقة الجدارية مضطربة فإنَّ معدل إنتقال الحرارة يُفترض أن يكون هو نفسه عند جميع أجزاء الحائط، بما أنَّ h لا تعتمد على المسافة أو البعد، L.

$$\text{درجة حرارة السطح} = (327+273) = \underline{600}\ K$$

بأخذ الخواص من الجداول، نتحصَّل على

$$Gr = \frac{\beta g L^3 \theta}{\nu^2} = \frac{9.81 \times L^3 \times (327-30)}{303 \times (5.128 \times 10^{-5})^2} = \underline{3.65 \times 10^9}$$

(حيث، $\beta = \frac{1}{30+273} = \frac{1}{303}$)

بالتالي،

$$\begin{aligned} h &= 1.31\,\theta^{1/3} = 1.31 \times (327-30)^{1/3} \\ &= 1.31 \times 6.67 = \underline{8.75} W/m^2K \end{aligned}$$

وبالتالي،

$$Q = hA\theta = 8.75 \times 1 \times 1 \times (327-30) = \underline{2600} W$$

i.e. فقد درجة الحرارة لكل متر عرض $= \underline{2.6}\ kW$

(ملحوظة:– التعبيرات لـ h كما عاليه تُعطي قيَّم متوسطة).

3.6 مسائل:–

1/ في مبرَّد زيت يدخل الزيت أنابيب قطرها 10mm عند 160°C ويتم تبريده إلي 40°C. أحسب معامل إنتقال الحرارة. لسريان مضطرب لسائل يتم تبريده خذ،

$$\mathrm{Nu} = 0.0265(\mathrm{Re})^{0.8} \times (\mathrm{Pr})^{0.3}$$

ولسريان رقائقي خذ،

$$\mathrm{Nu} = 3.65$$

(خذ جميع الخواص عند متوسط درجة حرارة معظم المائع).

الجدول التالي يُعطي بعض خواص زيت محرك:–

t °C	ρ kg/m³	ν Cst	K W/mK	c kj/kgK
40	878	251.0	0.144	1.96
100	839	20.4	0.137	2.22
160	806	5.7	0.131	2.48

(1 centistoke (Cst) = 10^{-6} m^2/s)

تكون متوسط سرعة الزيت في الأنابيب هي 1.5m/s.

(Ans. 50 W/m^2K)

2/ في المسألة (1) يكون الطول لكل أنبوب هو 1.2m. لكي يتم عمل سماحية لتأثير طول المدخل فإنَّ تعبيراً مضبوطاً أكثر لرقم نسيلت لسريان رقائقي يُعطي بـ

$$Nu = 3.65 + \frac{0.668(d/L)(\mathrm{Re})(\mathrm{Pr})}{1 + 0.04\{(d/L)(\mathrm{Re})(\mathrm{Pr})\}^{2/3}}$$

(حيث يتم أخذ الخواص عند متوسط درجة حرارة معظم المائع).

أحسب معامل إنتقال الحرارة بأستخدام هذه الصيغة.

(Ans. 282 W/m^2K)

3/ ماسورة تحوي بخار جاف مشبَّع عند درجة حرارة 177°C، قطرها الداخلي (bore) يساوي 150mm ولها سمك مقداره 50mm من غطاء الـ Magnesia 80%. تكون سرعة البخار 6m/s، ويمكن إيجاد معامل إنتقال الحرارة من $Nu = 0.023(\mathrm{Re})^{0.8} \times (\mathrm{Pr})^{0.4}$.

(حيث يتم أخذ جميع الخواص عند متوسط درجة حرارة معظم المائع). درجة الحرارة الجوية تُعادل 17°C ومعامل إنتقال الحرارة لحمل طبيعي من أسطوانة أفقية يتم إعطاؤه تقريباً بـ $h = 1.42\left(\frac{\theta}{d}\right)^{1/4}$

(حيث h تكون بالـ W/m^2K، θ بالـ K، و d بالـ m).

يكون سمك الماسورة مكافئاً لـ 7mm والموصلية الحرارية لمعدن الماسورة 50W/mK. خذ الموصلية الحرارية لغطاء الـ Magnesia 85% كـ 0.06W/mK.

أحسب درجة حرارة السطح الخارجي للغطاء، والحرارة المفقودة لكل متر طول.

إستخدم متوسط المساحات الحسابي (arithmetic mean areas) لجدار الماسورة والغطاء، وإستخدم أسلوب المحاولة والخطأ لحساب فرق درجة الحرارة بين سطح الغطاء والهواء. تجاهل الإشعاع.

(Ans 44.9°C ؛105.1W)

4/ مسرِّب (قطب) أسطواني (Electrode) بنصف قطر r، طول L، يتم غمره في سائل يبقي عند درجة حرارة ثابتة عندما تكون كثافة التيار في القطب هي J. معامل إنتقال الحرارة، h، من السطح الخارجي للقطب يمكن إفتراض قيمته ثابتة على جميع السطح.

مفترضاً شروط حالة مستقرة إشتقَّ المعادلة التفاضلية،

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} - \frac{2h}{rk}\theta + \frac{J^2 S}{k} = 0$$

(حيث θ = فرق درجة الحرارة بين القطب والمائع عند أيَّ مسافة x من طرف القطب؛ k= الموصلية الحرارية لمادة القطب؛ S = المقاومة النوعية لمادة القطب) بالتالي، وضَّح أنه في حالة عندما يكون فقد الحرارة خلال المقدمة (Lead) والإسناد (support) عند كل طرف هو كسر y للدخل الكهربائي الكلي، فإنَّ:-

$$\theta = \frac{J^2 S}{m^2 k}\left[1 - \frac{mly \cosh m(x - L/2)}{\sinh mL/2}\right]$$

(حيث $m = (2h/rk)^{1/2}$).

5/ معدَّل سريان حجمي مقداره $34.2m^3/h$ من هواء عند 15°C و 1 bar يتم تسخينه إلي 285°C بينما ينساب خلال أنبوبة قطرها 25mm يتم إعدادها عند 455°C. أحسب طول الأنبوب المطلوب. إفترض أنَّ تناظر رينولدز يكون صحيحاً (valid) وخذ $f = 0.0791(Re)^{-1/4}$ لسريان مضطرب.

خذ جميع الخواص عند متوسط درجة حرارة معظم المائع.

(Ans. 1.84m)

6/ ينساب هواء خلال أنبوب قطره 20mm بطول 2m وبسرعة متوسطة مقدراها 40m/s. تكون درجة حرارة جدار الأنبوب 150°C وتزداد درجة حرارة الهواء من 15°C إلي 100°C. مستخدماً تناظر رينولدز البسيط بجميع الخواص عند متوسط درجة حرارة معظم المائع، أحسب فقد الضغط بالـ mms ماء في الأنبوب نتيجة للإحتكاك، وقدرة الضخ المطلوبة. خذ متوسط ضغط الهواء كـ 1 ضغط جوى.

(Ans. 174mm H_2O ؛ 21.45W)

7/ في مبرَّد هواء يتم نفخ الهواء عبر مجموعة أنابيب بمعدَّل 240kg/h وبسرعة 24m/s، يدخل الهواء عند 97°C ويغادر عند 27°C. يدخل ماء التبريد الأنابيب عند 10°C ويغادر عند 20°C، بسرعة متوسطة مقدارها 0.6m/s. يكون قطر الأنابيب 6mm ويتم تجاهل سمك الجدار. معامل إنتقال الحرارة من الهواء إلي الأنابيب يمكن حسابه من $Nu = 0.33(Re)^{0.6} \times (Pr)^{0.33}$

بأخذ الخواص عند متوسط درجة حرارة معظم المائع.

معامل إنتقال الحرارة من الماء إلي الأنابيب يُعطي بـ،

$$St = \frac{f/2}{1+(\text{Pr})^{-1/6}(\text{Re})^{-1/8}(\text{Pr}-1)}$$

حيث $f = 0.0791(\text{Re})^{-1/4}$ ويتم أخذ الخواص عند متوسط درجة حرارة معظم المائع. مفترضاً أنَّ الأنابيب يتم ترتيبها في 6 ممرات، وأنَّ متوسط فرق درجة الحرارة اللوغاريثمي لسريان مضاد يمكن إستخدامه، أحسب عدد الأنابيب المطلوبة في كلِ ممر وطول الأنبوب الضروري.

(Ans. 7 ؛ 0.528m)

8/ هواء عند درجة حرارة مقدراها 15°C يتم نفخه عبر لوحة مستوية بسرعة متوسطة مقدراها 6 m/s. أحسب الحرارة المنتقلة لكل m عرض من كلا جانبي اللوحة لـ 150mm الأولي من طول اللوحة، عندما تكون درجة حرارة السطح 550°C. لإنتقال حرارة من لوحة مستوية بفرق درجة كبير بين اللوحة والمائع، خذ

$$Nu = 0.332(\text{Pr})^{1/3} \times (\text{Re})^{1/2}\left(\frac{T_w}{T_S}\right)^{0.117}$$

(حيث جميع الخواص تكون عند متوسط درجة حرارة الشريحة، و T_w و T_S هما درجتي الحرارة المطلقة للوحة وللسريان الحر للهواء على الترتيب). تجاهل الإشعاع.

(Ans. 4.39kW)

9/ مبادل حراري بغلاف ذو ممرين وأنابيب يتم استخدامه لتكثيف مركب كيميائي على جانبي الغلاف بسرعة 50kg/s عند درجة حرارة تشبع مقدارها 80°C. يدخل المركَّب الكيميائي كبخار جاف مشبَّع و لا يتم تبريده ناقصاً أثناء الإجراء. يكون هنالك ماء عند درجة حرارة 10°C ومعدَّل سريان كتلي مقداره 100kg/s يكون متاحاً كمبرِّد؛ تكون سرعة الماء تقريباً 1.5m/s.

مستخدماً البيانات أدناه وبأخذ قطر أنبوب إسمي مقداره 25mm، متجاهلاً سمك جدار الأنبوب، حدِّد:-

i/ عدد الأنابيب المطلوبة.

ii/ طول الأنابيب.

iii/ عدد وحدات إنتقال الحرارة.

iv/ فاعلية المبادل الحراري.

البيانات:- الحرارة الكامنة للتبخر للمركب الكيميائي = 417.8kj/kg؛ معامل إنتقال الحرارة لجانب الغلاف = $10kW/m^2K$؛ عامل الإتساخ لجانب الغلاف = $0.1m^2K/kw$؛ وعامل الإتساخ لجانب الأنبوب = $0.2m^2K/kw$.

لسريان مضطرب في ماسورة،

$$Nu = 0.023 Re^{0.8}\ Pr^{0.4}$$

(بالخواص عند متوسط درجة حرارة معظم المائع).

(Ans. 472; 10.61 m; 0.981;   62.5%)

10/ 500kg/h من زيت عند درجة حرارة 120°C يتم تبريدها في حلقة لمبادل حراري مضاد السريان مزدوج الماسورة بماء يدخل الماسورة الداخلية عند10°C. الماسورة الداخلية لها قطر داخلي مقداره 25mm وسمك جدار مقداره 2mm، والقطر الداخلي للماسورة الخارجية هو 50mm؛ يكون الطول الفعَّال مقداره 12m.

مستخدماً البيانات أدناه أحسب درجة حرارة مخرج الزيت.

بيانات:- الزيت: خذ Nu = 30، مؤسساً على القطر المكافئ، d_e، المعطي بـ

$$d_e = \frac{4 \times (\text{مساحة السريان})}{\text{مساحة انتقال الحرارة لكل وحدة طول}}؛$$

الحرارة النوعية = 2.31kj/kgK؛ الموصلية الحرارية = 0.135W/mK ؛عامل الإتساخ = $0.001m^2K/W$.

الماء: إفترض أنَّ تناظر رينولدز البسيط يكون صحيحاً (أي يمكن إستخدامه)، بأخذ السرعة كـ 1m/s وعامل الإحتكاك f، كـ 0.002؛ الحرارة النوعية = 4.18kj/kgK؛ الكثافة = $1000kg/m^3$؛ عامل الإتساخ = $0.0002m^2K/W$. تجاهل المقاومة الحرارية لجدار الماسورة.

(Ans. 93.8°C)

11/ مكثِّف يحوي أربع ممرات أنابيب طولها 3m، قطرها الداخلي 25mm، وكل ممر يحوي 100 أنبوبة. يدخل ماء التبريد الأنابيب عند درجة حرارة 20°C بمعدَّل 80kg/s عندما يكون بخار جانب الغلاف عند درجة حرارة 50°C. قبل التنظيف يكون عامل الإتساخ على جانب الماء $0.0005m^2K/W$؛ يمكن أخذ السطح الخارجي للأنابيب نظيفاً. متجاهلاً المقاومة الحرارية لشريحة المائع على السطح الخارجي للأنابيب والمقاومة الحرارية لجدار الأنبوب، أحسب مستخدماً البيانات أدناه:-

i/ فاعلية المبادل الحراري.

ii/ معدَّل التكثُّف.

iii/ عامل الإتساخ المطلوب على جانب الماء إذا تمت زيادة الفاعلية إلي 0.7 لنفس معدَّل سريان الكتلة للماء.

لإنتقال حرارة في الأنابيب:- $Nu = 0.023\ Re^{0.8}\ Pr^{1/3}$

بيانات:- الحرارة الكامنة للتبخُر لمائع جانب الغلاف = 300kj/kg؛ الخواص المتوسطة للماء لمدى درجة الحرارة الذي يتم إعتباره:-

الكثافة = $1000kg/m^3$؛ الحرارة النوعية = 4.19kj/kgK؛ الموصلية الحرارية = 0.6W/mK؛ اللزوجة = 0.9×10^{-3} kg/ms.

(Ans. 0.337 ؛11.3kg/s ؛$0.000049m^2K/W$)

12/ في دورة محطة توربينة غاز مغلقة يدخل هواء من الضاغط أحد جانبي مبادل حراري صغير الحجم (مكتنز) (compact) عند 150°C بمعدَّل سريان كتلة مقداره 10kg/s. يدخل الهواء المغادر للتوربينة المبادل الحراري عند درجة حرارة 504°C وينساب بسريان مضاد للهواء. للمبادل الحراري مساحة سريان مقدارها $0.144m^2$ ومساحة إنتقال حرارة فعّالة مقدارها $115.2m^2$ لكل وحدة طول في إتجاه السريان على كلا جانبي المبادل الحراري الساخن والبارد. أحسب الطول المطلوب للمبادل الحراري للحصول على فاعلية مقدارها 0.7. إفترض سطوح مبادل حراري نظيفة وتجاهل المقاومة الحرارية لألواح التقسيم (separating plates). لسريان هواء في ممرات المبادل الحراري، إفترض،

$Nu = 0.023\ Re^{0.8}\ Pr^{0.3}$ مؤسسة على قطر مكافئ معطي بـ

$$\frac{4\times(\text{مساحة السريان})}{\text{مساحة السطح الساخن لكل وحدة طول}}$$

خذ الخواص عند متوسط درجة الحرارة بين مدخل الهواء البارد ومدخل الهواء الساخن.

(Ans. 1.257m)

13/ مبرَّد زيت يتكون من مبادل حراري بغلاف وأنابيب متعاكس السريان بممر مفرد و بـ 300 أنبوب بقطر داخلي 7.3mm وطول 8m. الزيت المنساب في جانب الأنابيب يدخل بمعدَّل سريان كتلة 12kg/s عند 15°C. مستخدماً البيانات أدناه، أحسب:-

i/ عدد وحدات إنتقال الحرارة؛

ii/ فاعلية المبادل الحراري؛

iii/ درجة حرارة مخرج الزيت.

بيانات:- معامل درجة الحرارة لجانب الغلاف = $1000 W/m^2K$

معامل درجة الحرارة لجانب الأنابيب يتم إعطاؤه بالمعادلة التالية:-

$Nu=0.023Re^{0.8}Pr^{0.4}$؛ بالخواص كالآتي: - الحرارة النوعية للزيت تساوي 3.42kj/kgK؛ كثافة الزيت تساوي $900 kg/m^3$؛ اللزوجة الديناميكية للزيت μ تعادل 1.5×10^{-3} kg/ms، الموصلية الحرارية للزيت k تكافئ 0.15W/mK.

(Ans. 1.1 ; 58.3% , 37.7°C)

14/ يتم إستخدام مبادل حراري متعاكس السريان لتبريد 0.55kg/s (c_p = 2.45kj/kg°C) من الزيت من 115°C إلي 40°C بإستخدام الماء. درجات حرارة مدخل ومخرج ماء التبريد هما15°C و 75°C على الترتيب. يتوقع أن يكون معامل إنتقال الحرارة الإجمالي مكافئاً لـ $1450 W/m^{2}{}^\circ C$. مستخدماً أسلوب عدد وحدات إنتقال الحرارة (NTU)، أحسب الآتي:-

i/ معدَّل سريان كتلة الماء.

ii/ فاعلية المبادل الحراري.

iii/ مساحة السطح المطلوبة.

(0.4kg/s ; 0.75 ; 2.197m^2)

15/ زيت (c_p=3.6kj/kg°C) عند 100°C يسري بمعدَّل 30,000kg/h ويدخل إلي مبادل حراري متوازي السريان. ماء التبريد(c_p=4.2kj/kg°C) يدخل المبادل الحراري عند 10°C بمعدَّل 50,000kg/h. مساحة إنتقال الحرارة هي 10m^2، ومعامل إنتقال الحرارة U يساوى 1000W/m^2°C

أحسب الآتي:-

i/ درجات حرارة مخرج الزيت والماء.

ii/ درجة الحرارة القصوى الممكنة لمخرج الماء.

(Ans. $t_{h_2} = 76.6°C$; $t_{C_2} = 22°C$ ، $t_{C_{2\max}} = 40.5°C$)

16/ بخار عند ضغط جوى يدخل غلاف مكثِّف سطحي يسرى فيه ماء خلال مجموعة من أنابيب بقطر 25mm وبمعدَّل 0.05kg/s. درجات الحرارة لمدخل ومخرج الماء هما 15°C و 70°C، على الترتيب. يحدث التكثُّف على السطح الخارجي للأنابيب. إذا كان معامل إنتقال الحرارة الإجمالي هو 230W/m^2°C، أحسب الآتي مستخدماً أسلوب عدد وحدات إنتقال الحرارة:-

i/ فاعلية المبادل الحراري.

ii/ طول الأنبوب.

iii/ معدَّل تكثُّف البخار.

خذ الحرارة الكامنة للتبخُّر عند 100°C تكافئ 2257kj/kg.

(Ans. 0.674; 12m; 0.00509 kg/s or 18.32kg/h)

17/ في مبادل حراري ذو غلاف وأنابيب متعاكس السريان ينساب ماء خلال أنبوب نحاسي بقطر داخلي 20mm وقطر خارجي 23mm، بينما ينساب زيت خلال الغلاف. يدخل الماء عند 20°C ويغادر عند

30°C، بينما يدخل الزيت عند 75°C ويغادر عند 60°C. معاملات إنتقال الحرارة للماء والزيت هما $4500W/m^2°C$ و $1250W/m^2°C$ على الترتيب. الموصلية الحرارية لجدار الأنبوب هي 355W/m°C. عوامل الإتساخ على جانبي الماء والزيت يمكن أخذهما كـ 0.0004 و 0.001 على الترتيب. إذا كان طول الأنبوب هو 2.4m، أحسب الآتي:-

i/ معامل إنتقال الحرارة الإجمالي.

ii/ معدَّل إنتقال الحرارة.

Ans. ($396.8W/m^2°C$; 2920.78W)

18/ مبادل حراري متعاكس السريان، يمر من خلاله هواء بمعدَّل 12.5kg/s ليتم تبريده من 540°C إلي 146°C. يحتوي المبادل الحراري على 4200 أنبوبة، قطر كل منها 30mm. درجات حرارة مدخل ومخرج ماء التبريد هما 25°C و 75°C على الترتيب. إذا تمَّ تجاهل مقاومة السريان على جانب الماء، أحسب طول الأنبوب المطلوب لهذه الخدمة.

لسريان مضطرب داخل أنابيب:- $Nu = 0.023Re^{0.8}Pr^{0.4}$

خواص الهواء عند متوسط درجة الحرارة تكون كما يلي:-

$\mu = 2.075\times10^{-5}$ kg / ms ؛ c_p=1.0082kj/kg°C ؛ ($\rho = 1.009$ kg / m^3
($k = 3.003\times10^{-2}$ W / m°C

Ans. (L = 2.31m)

19/ مبادل حراري متعاكس السريان مزدوج الأنبوب يستخدم بخار محمَّص يتم إستخدامه لتسخين ماء بمعدل 10,500kg/h. يدخل البخار إلي المبادل الحراري عند 180°C ويغادر عند 130°C. درجات حرارة مدخل ومخرج الماء هي 30°C و 80°C على الترتيب. إذا كان معامل إنتقال الحرارة الإجمالي من البخار إلى الماء هو $814W/m^2°C$، أحسب مساحة إنتقال الحرارة. كم ستكون الزيادة المئوية في المساحة إذا كان السريان متوازياً؟

Ans. ($7.5m^2$; 9.87%)

20/ وضَّح أنَّه لمبادل حراري مزدوج الأنبوب متعاكس السريان إذا كان $\dot{m}_h c_h = \dot{m}_c c_c$ ، فإنَّ خطوط درجة الحرارة للمائعين على إمتداد طول المبادل الحراري هما خطوط مستقيمة متوازية.

21/ مبرِّد زيت لنظام تزليق يقوم بتبريد 1000kg/h من الزيت (C = 2.09kj/kg°C) من 80°C إلي 40°C بإستخدام ماء تبريد بسريان مقداره 1000kg/h عند 30°C. فاضل فيما بين إستخدام مبادل حراري متوازي السريان أو متعاكس السريان مع ذكر الأسباب. أحسب مساحة سطح المبادل الحراري، إذا كان معامل إنتقال الحرارة الإجمالي هو $24W/m^2°C$. خذ c للماء = 4.18kj/kg°C.

Ans. (سريان متعاكس ; $53.16m^2$)

22/ مائع ساخن عند 200°C يدخل مبادل حراري بمعدَّل سريان كتلة مقداره $10^4kg/h$، حرارته النوعية 2000J/kgK، يتم تبريده بواسطة مائع آخر يدخل عند درجة حرارة 25°C بمعدَّل سريان كتلة 2500kg/h وحرارة نوعية 400J/kgK. معامل إنتقال الحرارة الإجمالي المؤسس على مساحة خارجية بمقدار $20m^2$ هو $250W/m^2K$. أوجد درجة حرارة محرج المائع الساخن عندما يكون المائعان في سريان متوازي.

23/ البيانات التالية تتعلق بمبادل حراري متوازي السريان يتم فيه تسخين هواء بغازات عادم:-

الحرارة المنتقلة في الساعة 155450kj

معامل إنتقال الحرارة الداخلي $120W/m^2°C$

معامل إنتقال الحرارة الخارجي $195W/m^2°C$

درجات حرارة مدخل ومخرج المائع الساخن 450°C و 250°C على الترتيب.

درجات حرارة مدخل ومخرج المائع البارد 60°C و 120°C على الترتيب.

الأقطار الداخلية والخارجية للأنبوب هما 50mm و 60mm على الترتيب.

أحسب طول الأنبوب المطلوب لحدوث إنتقال الحرارة الضروري. تجاهل مقاومة الأنبوب.

Ans. (14.65m)

24/في مبادل حراري متوازي السريان مزدوج الأنبوب ينساب ماء خلال أنبوب داخلي ويتم تسخينه من 20°C إلي 70°C.

الزيت المنساب خلال تجويف خارجي يتم تبريده من 200°C إلي 100°C. من المرغوب فيه تبريد الزيت إلي درجة حرارة مخرج دنيا بزيادة طول المبادل الحراري. حدَّد درجة الحرارة الدنيا التي يمكن بها تبريد الزيت.

Ans. ($t = 80°C$)

الفصل الرابع

التوصيل العابر (غير المستقر)

(Transient or Unsteady Conduction)

4.1 مدخل:

التوصيل غير المستقر له أهمية كبيرة في مجالات هندسية عديدة ، كمثال عندما يتم تدوير المحرك فإنه يستغرق بعض الوقت قبل وصوله إلى الحالة المستقرة . ما يحدث خلال هذا الوقت يمكن أن يكون مُضراً بالمحرك ؛ مرة ثانية عندما يتم غمر قطعة ساخنة من معدن في سائل (Quenching) فإن التأريخ الزمني لتفاوتات درجة الحرارة يجب أن يكون معلوماً .

إحدى الحالات التي يجب اعتبارها هي عندما تكون المقاومة الداخلية (مقاومة التوصيل) للجسم صغيرة بحيث يمكن تجاهلها مقارنة بالمقاومة الخارجية (مقاومة الحمل). هذه المنظومة تسمى بمنظومة السعة الإجمالية (Lumped capacitance system) أو بنظرية المقاومة الداخلية المهملة (Negligible internal resistance theory) ، بما أن المقاومة الداخلية صغيرة ، الموصلية الحرارية عالية والتباين في درجة الحرارة خلال الجسم يمكن تجاهله .

4.2 نظرية المقاومة الداخلية المهملة أو منظومة السعة الإجمالية :

هي المنظومة التي تكون عندها مقاومة التوصيل (المقاومة الداخلية) صغيرة أو يمكن تجاهلها مقارنة مع مقاومة الحمل (المقاومة الخارجية) .

يتم تحديد المقاومة الداخلية المهملة برقم (Biot) (بيوت) ، الذي هو النسبة بين مقاومة التوصيل ومقاومة الحمل.

$$Bi = \frac{hl}{k} \text{ ، رقم بيوت}$$

والذي يتم اثباته فيما يلي :

$$Bi = \frac{\text{مقاومة التوصيل}}{\text{مقاومة الحمل}} = \frac{\frac{x}{kA}}{\frac{1}{hA}} = \frac{x}{kA} \times \frac{hA}{1} = \frac{hx}{k}$$

حيث $x = l$ ، والذي يمثل البعد الخطي المميز أو الطول المميز للعنصر الذي تسري خلاله الحرارة .

$$\therefore Bi = \frac{hl}{k} \qquad (1)$$

عندما يكون $Bi \ll 0.1$ فإنه يتم افتراض أن المنظومة تعمل بنظرية المقاومة الداخلية المهملة أو بمنظومة السعة الإجمالية .

عند $Bi = 0.1$ فإن الخطأ يكون أقل من 5% ، وكلما قل رقم بيوت فإن الدقة تزداد .

من المعادلة (1) عاليه :

h ≡ معامل انتقال الحرارة بالحمل (Convective heat transfer coefficient)

k ≡ الموصلية الحرارة (Thermal Conductivity)

L ≡ الطول المميز (البعد الخطي المميز) (Characteristic length)

$$(2) \qquad \frac{V}{A_s} = \frac{\text{حجم الجسم}}{\text{مساحة سطح جسم}} = \text{الطول المميز (البعد الخطي المميز)}$$

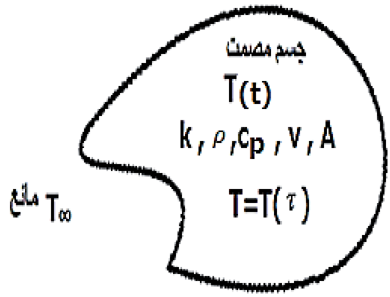
الطول المميز لسطح مستوٍ ، $L = \frac{t}{2}$

الطول المميز لأسطوانة ، $L = \frac{r}{2}$

الطول المميز لكرة ، $L = \frac{r}{3}$

الطول المميز لمكعب ، $L = \frac{d}{6}$

اعتبر جسماً ساخناً بشكل اعتباطي أو حكمي أو عشوائي كما هو واضح في الشكل (4.1) أدناه :



شكل رقم (4.1)

موازنة الطاقة عند أيَّ لحظة تتطلب أنَّ يكون مُعدَّل فقد الطاقة الداخلية للجسم مُساوياً لمُعدَّل الحمل من الجسم إلى المائع المحيط . والذي يمكن كتابته كما يلي :

معدل فقد الطاقة الداخلية للجسم = معدل الحمل من الجسم إلى المائع المحيط

$$q = -mc_p \cdot \frac{dT(t)}{d\tau} = -\rho V c_p \frac{dT(t)}{d\tau} = hA_s\,(T(t)-T_\infty) \qquad (3)$$

ضع $\theta = (T(t) - T_\infty)$ ،

$$\therefore \theta = T(t) - T_\infty \qquad (4)$$

حيث $\theta \equiv$ فرق درجة الحرارة عند أي لحظة زمنية

و $T(t) \equiv$ درجة حرارة الجسم المصمت

و $T_\infty \equiv$ درجة حرارة المائع المحيط

وبالتالي:

$$\frac{dT(t)}{d\tau} = \frac{d\theta}{d\tau} \qquad (5)$$

بتعويض المعادلتين (4) و (5) في المعادلة (3) نحصل على :

$$\therefore -\rho V c_p \frac{d\theta}{d\tau} = hA_s\theta \qquad (6)$$

وبإعادة ترتيب المعادلة (6) عاليه،

$$-\rho V c_p \frac{d\theta}{\theta} = hA_s d\tau \qquad (7)$$

إذا كانت درجة حرارة الجسم عند زمن صفري ، $\tau = 0$ هي T_O ، فإن فرق درجة الحرارة الابتدائي للجسم أو فرق درجة الحرارة عند زمن صفري : $\theta_O = T_O - T_\infty$

بتكامل المعادلة (7) عاليه :

$$-\rho V c_P \int_{\theta_o}^{\theta} \frac{d\theta}{\theta} = \int_{\tau=0}^{\tau=\tau} hA_s d\tau$$

$$-\rho V c_P \ln\frac{\theta}{\theta_o} = hA_s\tau \qquad (8)$$

بما أنَّ : $\log_e \frac{\theta}{\theta_o} = \frac{-hA_s\tau}{\rho V c_P}$

بالتالي فإن : $\frac{\theta}{\theta_o} = e^{\frac{-hA_s\tau}{\rho V c_P}} \qquad (9)$

لكن $\frac{hAs\tau}{\rho V c_P} = \frac{hV}{kA_s} \cdot \frac{{A_s}^2 k}{V^2 \rho c_P} \cdot \tau \quad (10)$

حيث : $V = A_s l$

و (Fourier number) رقم فورير $\frac{k}{\rho c_P l^2}\tau = Fo$

حيث FO هو رقم فورير ، وهو رقم لا بعدي و $\frac{hl}{k} = Bi$ ، وهو أيضاً رقم لا بعدي .

$$\therefore \frac{hA_s\tau}{\rho V c_P} = Bi \times FO \qquad (11)$$

بالتالي باستخدام المعادلات (9) ، (10) و (11) نحصل على المعادلة التالية:

$$\frac{\theta}{\theta_o} = \frac{T(t) - T_\infty}{T_O - T_\infty} = e^{-Bi\times FO} \qquad (12)$$

حيث θ هو فرق درجة الحرارة عند أي لحظة زمنية و θ_o هوفرق درجة الحرارة عند زمن صفري $(\tau = 0)$.

$$\therefore \theta = \theta_O e^{-Bi\times FO} \qquad (13)$$

معدل انتقال الحرارة اللحظي يتم الحصول عليه من مُعدَّل الحمل عند تلك اللحظة كما موضح في المٌعادلة (14) أدناه :

$$\acute{q}(\tau) = hA_s\theta = hA_s\theta_o e^{-Bi\times FO} \qquad (14)$$ ، مُعدَّل انتقال الحرارة اللحظي

كما يمكن الحصول على مٌعدل انتقال الحرارة الكلي بتكامل المعادلة (14) أعلاه كما يلي :

$$Q(t) = \int_{\tau=0}^{\tau=\tau} \acute{q}(\tau) = \int hA_s\theta_0 e^{-Bi\times FO} \qquad (15)$$ ، مُعدَّل انتقال الحرارة الكلي

لكن ، $Bi \times FO = \frac{hA_s\tau}{\rho V C_P}$

بالتالي يمكن التعبير عن المعادلة (15) كالآتي :

$$Q(t) = \int_{\tau=0}^{\tau=\tau} \acute{q}(\tau) = \int hA_s\theta_0 e^{\frac{-hA_s\tau}{\rho V c_P}} \qquad (16)$$

وبإجراء التكامل نحصل على:

$$= hA_s\theta_o\left[\frac{e^{-\frac{hA_s\tau}{\rho V c_P}}}{\frac{hA_s}{\rho V c_P}}\right]$$

$$= hA_s\theta_o\left[\frac{-\rho V c_P}{hAs} e^{\frac{-hA_s\tau}{\rho V c_P}}\right]_0^\tau$$

$$= hA_s\theta_o\left[\frac{-\rho V c_P}{hA_s} e^{\frac{-hA_s\tau}{\rho V c_P}} + \frac{\rho V c_P}{hA_s}\right]$$

$$= \mathrm{hA_s}\theta_o \cdot \frac{\rho V c_P}{hA_s}\left[1 - e^{\frac{-hA_s\tau}{\rho V c_P}}\right]$$

$$\because \frac{hA_s\tau}{\rho V c_P} = Bi \times FO$$

$$\therefore \frac{hA_s}{\rho V c_P} = \frac{Bi\times FO}{\tau}$$

بالتالي يمكن التعبير عن مُعدل انتقال الحرارة الكلي كالآتي :

$$\therefore Q(t) = hA_s\theta_O \cdot \frac{\tau}{Bi \times FO}\left(1 - e^{-Bi\times FO}\right) \qquad (17)$$

إذا تم إحلال الجسم المصمت بمائع يتم تقليبه باستمرار فإن فرق درجة الحرارة سوف لا يتغير مع الزمن(يظل ثابتاً مع الزمن) ، يمكن بالتالي اعتبار المائع بمقاومة داخلية يمكن تجاهلها ($i.e.$ مقاومة داخلية مهملة) .

4.3 أمثلة محلولة في التوصيل العابر :

مثال (1):

محامل كروية من فولاذ الكروم $\left\{\propto = 1.3 \times 10^{-5}\, {m^2}/{s} \text{ ، } k = 50\, {W}/{mK}\right\}$ ، يتم معالجتها حرارياً بتسخينها إلى درجة حرارة $650℃$ وبعد ذلك غمرها في زيت عند درجة حرارة $55℃$. للمحامل الكروية قطر مقداره $4cm$ ومعامل انتقال الحرارة بالحمل بين المحامل والزيت هو $300\, {W}/{m^2K}$ حدِّد الآتي:

[i] الزمن الذي تبقى فيه المحامل في الزيت قبل أن تنخفض درجة حرارتها إلى $200℃$.

[ii] الحرارة الكلية المزالة من كل محمل خلال هذه الفترة الزمنية.

[iii] معدل انتقال الحرارة اللحظي من المحامل عندما يتم وضعها أولاً في الزيت وعندما تصل درجة حرارتها $200℃$.

الحل :

محامل كروية من فولاذ الكروم ،

$k = 50\, {W}/{mk}$ ، الموصلية الحرارية

$\propto = 1.3 \times 10^{-5}\, {m^2}/{s}$ ، الانتشارية الحرارية

$T_o = 650℃$ (درجة حرارة الجسم عند زمن صفري $\tau = 0$)

$T_\infty = 55℃$ ، درجة حرارة الزيت

$d = 4cm = 0.04m$ ، $\therefore r = 0.02m$ ، قطر المحامل الكروية

$h = 300\, {W}/{m^2K}$ ، معامل انتقال الحرارة بالحمل

معطى درجة حرارة المحامل بعد التبريد ، $T(t) = 200°C$ والتي يتم تعريفها أيضاً كدرجة الحرارة عند لحظة زمنية مُعينة .

i] $\tau = ?$ ، الزمن الذي تبقى فيه المحامل في الزيت قبل أن تنخفض درجة حرارتها إلى $200°C$.

$Bi = \frac{hl}{k}$ ، رقم بيوت

$L = \frac{\text{حجم الجسم}}{\text{مساحة سطح الجسم}} = \frac{V}{A_s}$ الطول المميز (البعد الخطي المميز)

$v = \frac{4}{3}\pi r^3$ ، حجم الكرة

$A_s = 4\pi r^2$ ، مساحة سطح الكرة

$$\therefore L = \frac{V}{A_s} = \frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{4\pi r^2} = \frac{r}{3}$$

$$Bi = \frac{hr}{3k} = \frac{300 \times 0.02}{3 \times 50} = 0.04$$

بما أن $Bi \ll 0.1$ ، فسيكون هنالك منظومة سعة إجمالية أو يمكن اعتبار نظرية المقاومة الداخلية المهملة .

$$\frac{\theta}{\theta_o} = \frac{T(t) - T_\infty}{T_O - T_\infty} = e^{-Bi \times FO}$$ ، $\frac{\text{فرق درجة الحرارة اللحظي}}{\text{فرق درجة الحرارة عند زمن صفري}}$

$$Fo = \frac{k}{\rho c_P L^2} \cdot \tau = \frac{\propto \tau}{L^2} = \frac{1.3 \times 10^{-5} \times \tau}{\left(\frac{0.02}{3}\right)^2} = 0.2925\tau$$

$$\frac{\theta}{\theta_o} = \frac{200 - 55}{650 - 55} = e^{-0.04 \times 0.2925\tau} = \frac{T(t) - T_\infty}{T_O - T_\infty}$$ ، $\frac{\text{فرق درجة الحرارة عند أي لحظة}}{\text{فرق درجة الحرارة عند زمن صفري}}$

$$0.2437 = e^{-0.0117\tau}$$

$$-0.0117\, \tau\, loge = \log 0.2437$$

$$\therefore \tau = \frac{\log 0.2437}{loge\ \times -0.0117} = \frac{\log 0.2437}{-0.0117\, loge} = 120.7\ seconds$$

ii] الحرارة الكلية المزالة من كل محمل خلال هذه الفترة الزمنية $Q(t) = ?$

$Q(t) = hA_s\theta_O\left(1 - e^{-Bi \times FO}\right)\frac{\tau}{Bi \times FO}$ ، الحرارة الكلية المزالة من كل محمل

$$\therefore Q(t) = 300 \times 4\pi \times 0.02^2(650-55)\left(1-e^{(-0.4\times0.2925\times120.7)}\right) \times \frac{120.7}{0.4\times0.2925\times120.7}$$

بالتالي فإن الحرارة الكلية المُزالة من كل محمل يتم إعطاؤها بالآتي :

$$Q(t) = 58005.4\ w.s\ or\ J$$
$$\simeq 5.8\times10^4\ w.s\ or\ J$$

iii] معدل انتقال الحرارة اللحظي $\acute{q}$ من المحامل.

1] عندما يتم وضعها أولاً في زيت: (أي عند $\tau = 0$)

$$\acute{q}\ (o) = hA_s\theta_0 = 300\times4\pi\times0.02^2(650-55) = 897.24\ w$$

2] عندما تصل إلى درجة حرارة $200°C$:

$$\acute{q}\ (\tau) = hA_s\theta_0 e^{-Bi\times FO} = 897.24\times e^{(-0.4\times0.2925\times120.7)} = 218.6w$$

مثال (2) :

منتج من عملية كيميائية يكون في شكل حبيبات تكون تقريباً كروية بقطر متوسط $d = 4mm$. هذه الحبيبات تكون بداية عند $403K$ ويجب تبريدها إلى درجة حرار قصوى مقدارها $343K$ قبل إدخالها إلى مستودع للتخزين . هذا يقترح تبريد هذ الحبيبات إلى درجة الحرارة المطلوبة بتمريرها أسفل قناة مائلة ميلاً خفيفاً حيث تكون مُعرَّضة لسريان من الهواء عند $323K$. إذا كان طول القناة مُحدَّد بـ $3m$ ، احسب السرعة القصوى للحبيبات على طول القناة والحرارة الكلية المنتقلة من حبيبة واحدة .

انتقال الحرارة من سطح الحبيبة إلى سريان الهواء يمكن اعتباره كأجراء حدي بـ $\frac{hd}{k_a} = 2$

حيث:

$h \equiv$ معامل انتقال الحرارة عند سطح الحبيبة.

$k_a \equiv$ الموصلية الحرارية للهواء $= 0.13\ w/mK$

بيانات أخرى : كثافة مادة الحبيبة ، $\rho = 480kg/m^3$

سعة الحرارة النوعية ، $c_P = 2kj/kg\ K$

يمكن افتراض أنه يمكن استخدام نظرية المقاومة الداخلية المهملة أو منظومة السعة الإجمالية .

الحل:

حبيبات كروية $d = 4mm = 0.004$ ، $\therefore r = 0.002m$

(درجة الحرارة الأولية للحبيبات) $T_o = 403K$ ، درجة الحرارة عند زمن صفري

(درجة حرارة التبريد المطلوبة للحبيبات) $T(t) = 343K$ ، درجة الحرارة عند أي لحظة زمنية

(درجة حرارة الهواء) $T_\infty = 323K$ ، درجة حرارة المائع المحيط

$L = 3m$ ، الطول المميز للقناة

السرعة القصوى للحبيبات على طول القناة =؟ (v_{max})

الحرارة الكلية المنتقلة من حبيبة واحدة = ؟ $\big(Q(t)\big)$

انتقال الحرارة من سطح الحبيبة إلى سريان الهواء يتم تحديده بـ $2 = \frac{hd}{k_a}$

$$\mathrm{k}_a = 0.13 \, {}^{w}/_{mK}$$

$$\rho_{pellet} = 480 \, {}^{kg}/_{m^2}$$

$$c_P = 2 \, {}^{kj}/_{kg\,K} = 2 \times 10^3 \, {}^{j}/_{kgK}$$

يتم افتراض أنه يمكن استخدام نظرية المقاومة الداخلية المهملة أو نظرية المواسعة الإجمالية .

$v_{max} = \frac{L}{\tau}$ ، السرعة القصوى

$Bi = \frac{hL}{k}$ ، رقم بيوت

$L = \frac{r}{3} = \frac{0.002}{3}$ ، الطول المميز (البعد الخطي المميز)

$$Bi = \frac{hr}{3k} = \frac{0.002h}{3k}$$

$$\frac{hd}{k_a} = 2 \ , \frac{h \times 0.004}{0.13} = 2$$

$$\therefore h = \frac{2 \times 0.13}{0.004} = 65 w/m^2K$$

$$Bi = \frac{0.002\times 65}{3k} = \frac{0.13}{3k}$$

$$\frac{\theta}{\theta_O} = \frac{T(t)-T_\infty}{T_O-T_\infty} = e^{-Bi\times FO}$$

$$\frac{\theta}{\theta_o} = \frac{343-323}{403-323} = e^{\frac{-0.13}{3k}\times FO}$$

$$FO = \frac{k}{\rho c_P L^2}\cdot\tau = \frac{k}{480\times 2\times 10^3\times\left(\frac{0.002}{3}\right)^2}\cdot\tau$$

$$FO = 2.34375k\tau$$

$$\frac{\theta}{\theta_o} = 0.25 = e^{\frac{-0.13}{3k}\times 2.34375\ k\tau}$$

$$= e^{-0.1015625\tau}$$

$$log 0.25 = -0.1015625\tau\ log\ e$$

$$\therefore \tau = \frac{\log 0.25}{loge\times -0.1015625} = \frac{\log 0.25}{-0.1015625\log e} = 13.65\ seconds$$

السرعة القصوى للحبيبات على طول القناة ، $v_{max} = \frac{L}{\tau} = \frac{3}{13.65} = 0.22m/s$

الحرارة الكلية المنتقلة من حبيبة واحدة ، $Q(t) = hA_s\ \theta_o\left[1-e^{-Bi\times FO}\right]\frac{\tau}{Bi\times FO}$

$$\therefore Q(t) = 65\times 4\pi\times 0.002^2(403-323)\left(1-e^{\left(\frac{-0.13}{3k}\times 2.34375k\times 13.65\right)}\right)$$

$$\times\frac{13.65}{\frac{0.13}{3}\times 2.34375\times 13.6}$$

$$= 1.93j/pellet$$

مثال (3) :

قطعة من فولاذ الكروم طولها $7.4cm$ (الكثافة $8780\ kg/m^3$ ، $k = 50w/mK$ ، $c_P = 440j/kgK$) كتلتها 1.27kg يتم درفلتها إلى اسطوانة مصمتة ويتم تسخينها إلى درجة حرارة 600℃ وتغمر في الزيت عند 36℃ . وضِّح أنَّه يمكن استخدام نظرية المقاومة الداخلية المهملة أو نظرية المواسعة الإجمالية (Lumped capacitance system) . أوجد درجة حرارة الأسطوانة بعد $4min$ ، وأوجد أيضاً انتقال الحرارة اللحظي عند

بداية فترة الغمر وبعد $4min$ ، ما هو انتقال الحرارة خلال هذه الفترة ؟ يمكن أخذ معامل انتقال الحرارة بالحمل بين الزيت والاسطوانة عند $280 \mathrm{w}/m^2K$.

الحل :

قطعة من فولاذ الكروم ،

$$\rho = 8780 kg/m^3 \text{ ، } \mathrm{k} = 50 \, {}^{W}/_{mK} \text{ ، } c_p = 440 \, {}^{j}/_{kgK}$$

يتم درفلتها إلى اسطوانة مصمتة ،

$$m = 1.27kg$$

$$T_O = 600℃ \text{ ، } T_\infty = 36℃$$

$$h = 280w/m^2K$$

$$T(t) = ? \quad \acute{q}(0) = ? \, \acute{q}(\tau) = ? \, Q(t) = ?$$

$$Bi = \frac{hL}{k}$$

$$L = \frac{\text{حجم الاسطوانة}}{\text{مساحة سطح الاسطوانة}} = \frac{V}{A_S}$$ ، الطول المميز (البعد الخطي المميز)

$$L = \frac{\pi r^2 L}{2\pi r L} = \frac{r}{2}$$

$$Bi = \frac{hr}{2k}$$ ، رقم بيوت

$$\mathrm{V} = \frac{m}{\rho} = \frac{1.27}{8780} \quad m^3$$ ، حجم قطعة فولاذ الكروم

$$L = 7.4cm = 0.074 \, m$$ ، طول قطعة فولاذ الكروم

$$\because V = \pi r^2 L = \frac{1.27}{8780}$$

$$\therefore r = \sqrt{\frac{1.27}{8780} \times \frac{1}{\pi \times 0.074}} = 0.02886 \, m$$

$$Bi = \frac{hr}{2k} \text{ ، } \therefore \; Bi = \frac{280 \times 0.02886}{2 \times 50} = 0.081$$

بما أن $Bi \ll 0.1$ فإنه يمكن استخدام نظرية المقاومة الداخلية المهملة أو منظومة المواسعة الإجمالية .

$T(t) =?$ ، درجة حرارة الأسطوانة بعد $4min$

$$\tau = 4 \times 60 = 240\, S$$

$$\frac{\theta}{\theta_O} = \frac{T(t) - T_\infty}{T_O - T_\infty} = e^{-Bi \times FO}$$ ، $\frac{\text{فرق درجة الحرارة اللحظي}}{\text{فرق درجة الحرارة عند زمن صفري}}$

$$Fo = \frac{k}{\rho c_P L^2} \cdot \tau$$

$$Fo = \frac{50 \times 240}{8780 \times 440 \times \left(\frac{0.02886}{2}\right)^2} = 14.92$$

$$\therefore \frac{\theta}{\theta_o} = \frac{T(t) - 36}{600 - 36} = e^{-0.081 \times 14.92}$$

$$\frac{T(t) - 36}{564} = e^{-1.20852}$$

$$\therefore \mathrm{T}(t) = 564e^{-1.20852} + 36 = 204.43℃$$

انتقال الحرارة اللحظي عند بداية فترة الغمر (عند زمن ، $\tau = 0$) ،

$$\acute{q}(o) = hA_s\theta_o = 280 \times 2\pi \times 0.02886 \times 0.074(600 - 36)$$
$$= 2119.07w \simeq 2.12kw$$

انتقال الحرارة اللحظي بعد $4min$ (عند زمن $\tau = 4$) ،

$$\acute{q}(\tau) = hA_s\theta_o e^{-Bi \times FO} = 2119.07e^{-1.20852} = 632.84w \simeq 0.633kw$$

انتقال الحرارة الكلي خلال هذه الفترة ($\tau = 4min$) ،

$$Q(t) = hA_S\theta_o\left(1 - e^{-Bi \times Fo}\right)\frac{\tau}{Bi \times Fo}$$
$$= 2119.07(1 - e^{-1.20852}) \times \frac{240}{1.20852}$$
$$= -295191\, J$$
$$\simeq 295.2\, k\, j$$

مثال (4) :

قطعة من الالمنيوم ($\rho = 2705\, kg/m^3$ ، $k = 216\, w/mK$ ، $c_P = 896\, j/kg\, K$) كتلتها $4.78kg$ ،و تكون بدايةً عند درجة حرارة 290℃ ويتم غمرها في مائع عند 15℃ .

معامل انتقال الحرارة بالحمل هو $54\, w/m^2K$. بأخذ الالمنيوم ككرة لديه نفس الكتلة المعطاة ، قدِّر الزمن المطلوب لتبريد الألمونيوم إلى $90°C$. أوجد أيضاً الحرارة الكلية المنتقلة خلال هذه الفترة . (برِّر استخدامك لنظرية المقاومة الداخلية المُهملة).

الحل :

قطعة من الالمونيوم

$$\rho = 2705\, kg/m^3 \quad , \qquad k = 216\ w/mK\ , \quad c_P = 896\ J/kg\ K$$

$$m = 4.78kg \ ، T_O = 290°C ، T_\infty = 15°C ، h = 54\, w/m^2K ، \ T(t) = 90°C$$

$$\tau = ?$$

$$Q(t) = ?$$

$$\frac{\text{فرق درجة الحرارة اللحظي}}{\text{فرق درجة الحرارة عند زمن صفري}} ، \frac{\theta}{\theta_o} = \frac{T(t) - T_\infty}{T_O - T_\infty} = e^{-Bi \times FO} \qquad (1)$$

$$Bi = \frac{hL}{k}$$

$$\text{(البعد الخطي المميز)}\ \text{الطول المُميَّز} ، L = \frac{\text{حجم الكرة}}{\text{مساحة سطح الكرة}} = \frac{V}{A_S} = \frac{r}{3}$$

$$\therefore Bi = \frac{hr}{3k} \qquad (2)$$

$$\rho = \frac{m}{V} \quad , V = \frac{m}{\rho} = \frac{4.78}{2705} = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$\therefore \mathrm{r} = \sqrt[3]{\frac{4.68}{2705} \times \frac{3}{4\pi}} = 0.075m$$

$$Bi = \frac{54 \times 0.075}{3 \times 216} = 0.00625$$

بما أن $Bi \ll 0.1$ فيمكن استخدام نظرية المقاومة الداخلية المهملة .

$$Fo = \frac{k}{\rho c_P L^2} \cdot \tau = \frac{216 \cdot \tau}{2705 \times 896 \times \left(\frac{0.075}{3}\right)^2}$$

$$Fo = 0.1426\tau$$

$$\frac{\theta}{\theta_o} = \frac{90-15}{290-15} = e^{-0.00625\times0.1426\tau}$$

$$\frac{75}{275} = e^{-8.9125\times10^{-4}\tau}$$

$$\log\frac{75}{275} = -8.9125\times10^{-4}\tau\ \log e$$

$$\tau = \frac{\log\frac{75}{275}}{-8.9125\times10^{-4}\log e} = 1457.8\ seconds$$

معدل انتقال الحرارة الكلي ،

$$Q(t) = hA_S\theta_o\left(1-e^{-Bi\times Fo}\right)\frac{\tau}{Bi\times Fo}$$

$$\therefore Q(t) = 54\times4\pi\times0.075^2(290-15)\left(1-e^{-8.9125\times10^{-4}\times1457.8}\right)$$

$$\times\frac{1457.8}{8.9125\times10^{-4}\times1457.8}$$

$$\therefore Q(t) = 856552\ J$$

أو $\simeq 856.6kj$

4.4 مسائل إضافية محلولة في التوصيل العابر :

[1] لوحة رفيعة من النحاس بالأبعاد $50cm\times50cm$ وبسمك $6.25mm$ لها درجة حرارة منتظمة مقدارها 300°C . تم خفض درجة حرارة اللوحة فجأة إلى 36°C . أحسب الزمن الذي تتطلبه اللوحة للوصول إلى درجة حرارة مقدارها 108°C.

خذ : $h = 90\,w/m^2°\mathrm{C}\ ,k = 370\ w/m°\mathrm{C}\ \ ,C_p = 0.38\,kj/kg\ °\mathrm{C}\ ,\rho = 9000\ \ kg/m^3$

الحل :

الطول المميز للوحة مستوية (البعد الخطي المميز للوحة مستوية) ، $L = \frac{\text{حجم اللوحة}}{\text{مساحة سطح اللوحة}} = \frac{V}{A_S} = \frac{t}{2} = \frac{0.00625}{2} = 0.003125$

رقم بيوت ، $Bi = \frac{hL}{k} = \frac{90\times0.003125}{370} = 7.6\times10^{-4}$

بما أن $Bi \ll 0.1$ ، بالتالي يمكن تطبيق نظرية المواسعة الإجمالية (التسخين أو التبريد النيوتوني) لحل هذه المسألة .

$$\frac{\text{فرق درجة الحرارة عند أي لحظة}}{\text{فرق درجة الحرارة عند زمن صفرى}} \text{ ، } \frac{\theta}{\theta_O} = \frac{T(t) - T_\infty}{T_O - T_\infty} = e^{-Bi\times FO} \rightarrow \ (*)$$

حيث :

$T_O \equiv$ درجة الحرارة الابتدائية للوحة $= 300°\mathrm{C}$

$T(t) \equiv$ درجة الحرارة عند أي لحظة زمنية $= 108°\mathrm{C}$

$T_\infty \equiv$ درجة حرارة المائع المحيط $= 36°\mathrm{C}$

$$Fo = \frac{k}{\rho c_P L^2}\cdot\tau = \frac{370}{9000\times0.38\times10^3\times(0.003125)^2}\tau = 11.0784\tau$$ ، رقم فورير

من المعادلة $(*)$:

$$\frac{108-36}{300-36} = e^{-7.6\times10^{-4}\times11.0784\tau}$$
$$\frac{72}{264} = e^{-8.42\times10^{-3}\tau}$$
$$0.2727 = e^{-8.42\times10^{-3}\ \tau}$$
$$\ln 0.2727 = -8.42\times10^{-3}\tau \ln e$$
$$\therefore \tau = \frac{\ln 0.2727}{-0.00842} = \frac{-1.2994}{-0.00842} = 154.32\ s$$

[2] لوح من سبيكة الألمنيوم بالأبعاد $400mm \times 400mm \times 4mm$ عند درجة حرارة $200°\mathrm{C}$ يتم غمره فجأة في اكسجين سائل عند درجة حرارة $-183°\mathrm{C}$. مبتدئا من الأسس الأولية أو مشتقاً التعبيرات الضرورية حدِّد الزمن المطلوب لكي يصل اللوح إلى درجة حرارة $-70°\mathrm{C}$. افترض الخواص التالية:

$$\rho = 3000\,kg/m^3\ \ , c_P = 0.8\,kj/kg°\mathrm{C}\ \ , h = 20{,}000\,kj/m^2h°\mathrm{C}$$

الحل:

$L = \frac{t}{2} = \frac{4}{2} = 2mm = 0.002\ m$ ، الطول المّميَّز للوح الالمونيوم

$Bi = \frac{hL}{K}$ ، رقم بيوت

k للألمنيوم عند درجات حرارة منخفضة يمكن اخذها مساوية لـ $214\,w/m℃$ أو $770.4\,kj/mh℃$.

$$Bi = \frac{20000 \times 0.002}{770.4} = 0.0519$$

بما أن $Bi \ll 0.1$ ، بالتالي يمكن استخدام أسلوب المواسعة الإجمالي (Lumped capacitance method) لحل المسألة .

يُعطى توزيع درجة الحرارة بـ ،

$$\frac{\text{فرق درجة الحرارة اللحظي}}{\text{فرق درجة الحرارة عند زمن صفري}} \text{ ، } \frac{\theta}{\theta_o} = \frac{T(t) - T_\infty}{T_O - T_\infty} = e^{Bi \times FO} \rightarrow (*)$$

لاشتقاق هذه العلاقة ارجع إلى التحليل النظري .

$Fo = \frac{k}{\rho c_P L^2} \cdot \tau = \frac{214}{3000 \times 0.8 \times 10^3 \times (0.002)^2} \cdot \tau = 22.3\tau$ ، رقم فورير

من المعادلة $(*)$:

$$\frac{-70 - (-183)}{200 - (-183)} = e^{-0.0519 \times 22.3\tau}$$

$$\frac{113}{383} = e^{-1.15737\tau}$$

$$0.29504 = e^{-1.15737\tau}$$

$$\ln 0.29504 = -1.15737\tau \ln e$$

$$\tau = \frac{\ln 0.29504}{-1.15737} = \frac{-1.22064}{-1.15737} = 1.0547s \simeq 1.055s$$

[3] كرة مصمتة من النحاس بقطر $10cm$، [$\boldsymbol{k = 386\,w/mK}$ ، $\boldsymbol{c_P = 383\,J/kg\,K}$ ، $\boldsymbol{\rho = 8954\,kg/m^3}$] ، تكون ابتدائيا عند درجة حرارة منتظمة $T_O = 250℃$ ، يتم غمرها فجأة في مائع يتم رجَّه جيداً ، ويتم إعداده عند درجة حرارة منتظمة $T_\infty = 50℃$. معامل انتقال الحرارة بين الكرة والمائع هو $h = 200\,w/m^2K$. حدِّد درجة حرارة الكرة النحاسية عند $\tau = 5min$ بعد الغمر .

الحل:

معطى :

$$k = 386\,w/mK \;,\quad c_P = 383\,J/kg\,K \;,\quad \rho = 8954\,kg/m^3 \;,\quad d = 10cm$$

$$\tau = 5\min = 5 \times 60 = 300\,s \;,h = 200\,w/m^2K \;,T_\infty = 50℃ ,\quad T_O = 250℃$$

الطول المميز للكرة ، $L = \frac{r}{3} = \frac{0.05}{3} = 0.01667m$

رقم بيوت ، $Bi = \frac{hL}{k} = \frac{200\times0.01667}{386} = 8.64 \times 10^{-3}$

بما أن$0.1 \gg Bi$ بالتالي يمكن استخدام أسلوب المواسعة الإجمالي (نظرية المقاومة الداخلية المهملة) لحل المسألة .

يُعطى توزيع درجة الحرارة بـ :

$$\frac{\text{فرق درجة الحرارة اللحظي}}{\text{فرق درجة الحرارة عند زمن صفري}} \text{ ، } \frac{\theta}{\theta_o} = \frac{T(t) - T_\infty}{T_O - T_\infty} = e^{-Bi\times FO} \quad \rightarrow (*)$$

رقم فورير ، $Fo = \frac{k}{\rho c_P L^2} \cdot \tau = \frac{386}{8954\times383\times(0.01667)^2} = 0.405\tau$

من المعادلة $(*)$:

$$\frac{T(t)-50}{250-50} = e^{-0.00864\times0.405\tau}$$

$$\frac{T(t) - 50}{200} = e^{-3.5\times10^{-3}\times\tau}$$

$$\therefore \frac{T(t) - 50}{200} = e^{-3.5\times10^{-3}\times300} = e^{-1.05}$$

درجة الحرارة بعد 5 دقائق من الغمر ، $T(t) = 200e^{-1.05} + 50 = 120$ ℃

[4] يتم قياس متوسط معامل انتقال الحرارة الحملي لسريان هواء عند درجة حرارة 90℃ فوق لوح مستوٍ بملاحظة تأريخ درجة الحرارة بالنسبة للزمن للوح من النحاس بسمك$40mm$ = c_p ، $(k = 370\,w/m$ ℃ $0.38\,kj/kg$℃ ، $\rho = 9000\,kg/m^3)$ يتم تعريضه لهواء عند 90℃ . في إحدى الاختبارات التي أُجريت ، درجة الحرارة الابتدائية للوح هي 200℃ ، وخلال $4.5min.$ انخفضت درجة الحرارة بمقدار 35℃ . أوجد معامل انتقال الحرارة لهذه الحالة . تجاهل المقاومة الحرارية الداخلية.

الحل:

معطى : $c_P = 0.38\,kj/kg℃$ ، $\rho = 9000\,kg/m^3$ ، $t = 40mm = 0.04m$ ، $T_\infty = 90℃$

$\tau = 4.5min = 270\ s$ ، $T(t) = 200 - 35 = 165℃$ ، $T_O = 200℃$ ،

الطول المميز أو البُعد الخطي المميز للوح مستوٍ ، $L = \frac{t}{2} = \frac{0.04}{2} = 0.02m$

$$Bi = \frac{hL}{k} = \frac{0.02h}{370} = 5.4054 \times 10^{-5}h$$

$$\frac{\text{فرق درجة الحرارة اللحظي}}{\text{فرق درجة الحرارة عند زمن صفري}} \text{ ، } \frac{\theta}{\theta_o} = \frac{T(t)-T_\infty}{T_O-T_\infty} = e^{-Bi\times Fo} \rightarrow (*)$$

$$Fo = \frac{k}{\rho c_P L^2}\cdot\tau = \frac{370}{9000\times0.38\times10^3\times(0.02)^2}\cdot\tau = 0.2747\tau = 0.27047\times270$$
$$= 73.027$$

من المعادلة $(*)$:

$$\frac{165-90}{200-90} = e^{-5.4054\times10^{-5}h\times73.027}$$

$$\frac{75}{110} = e^{-3.9474\times10^{-3}h}$$

$$\ln\left(\frac{75}{110}\right) = -3.9474\times10^{-3}h\ln e$$

$$\Rightarrow h = 97\,w/m^2℃$$

∴ مُعامل انتقال الحرارة الحملي لسريان الهواء $= 97\,w/m^2\ ℃$

[5] معاملات انتقال الحرارة لسريان هواء عند $28℃$ فوق كرة بقطر $12.5mm$ يتم قياسها بمشاهدة تأريخ درجة الحرارة ضد الزمن لكرة نحاسية بنفس الأبعاد .

درجة حرارة الكرة النحاسية $\left(\rho = 8850\,kg/m^3\right.$ و $\left.c_P = 0.4\,kj/kg\ K\right)$ ، يتم قياسها بواسطة اثنان من المزدوجات الحرارية ، أحداهما يتم وضعه في المنتصف والآخر بالقرب من السطح . سَجَّل المزدوجان الحراريان نفس درجة الحرارة في لحظة معطاة . في أحد الاختبارات كانت درجة الحرارة الابتدائية للكرة $65℃$ وفي $1.15\ min.$ انخفضت درجة الحرارة بمقدار $11℃$. أحسب معامل انتقال الحرارة في هذه الحالة.

الحل:

معطى : $T_\infty = 28\ ^\circ C$ ، $d = 12.5mm = 0.0125m$ ، $r = \frac{0.0125}{2} = 0.00625\ m$ ،

ρ ، $T_O = 65^\circ C$ ، $T(t) = 65 - 11 = 54^\circ C$ ، $\tau = 1.15 \min = 69\ s$

$= 8850\ kg/m^3$ ، $C_P = 0.4\ kj/kg^\circ C$

$L = \frac{r}{3} = \frac{0.00625}{3} m$ ، الطول المميز أو البعد الخطي المميز لكرة

$$Bi = \frac{hL}{k} = \frac{h(r/3)}{k} = \frac{h \times 0.00625}{3k} = \frac{0.00625h}{3k}$$

بما أنه يُراد حساب مُعامِل انتقال الحرارة ، بالتالي افترض أنَّ المقاومة الداخلية يتم تجاهُلها وأنَّ $Bi \ll 0.1$.

($i.e.$ يتم افتراض نظرية المقاومة الداخلية المهملة او نظرية المواسعة الإجمالية) .

معادلة توزيع درجات الحرارة :

$$\frac{\text{فرق درجة الحرارة اللحظي}}{\text{فرق درجة الحرارة عند زمن صفري}} ، \frac{\theta}{\theta_o} = \frac{T(t) - T_\infty}{T_O - T_\infty} = e^{-Bi \times FO} \rightarrow (*)$$

$$Fo = \frac{k}{\rho c_P L^2} \cdot \tau = \frac{k \times 69}{8850 \times 0.4 \times 10^3 \times \left(\frac{0.00625}{3}\right)^2} = 4.491k$$

من المعادلة $(*)$:

$$\frac{54 - 28}{65 - 28} = e^{\frac{-0.0065h}{3k} \times 4.491k}$$

$$\frac{26}{37} = e^{\frac{-0.0065h \times 4.491}{3}} = e^{-9.356h}$$

$$0.7027 = e^{-9.356h}$$

$$\ln 0.7027 = -9.356h \ln e$$

$$\therefore h = \frac{\ln 0.7027}{-9.356} = 37.31\ w/m^2K$$

$\therefore$ معامل انتقال الحرارة الحملي لسريان الهواء = $37.31\ w/m^2K$

[6] كرة فولاذية بقطر $50mm$ وعند درجة حرارة $900^\circ C$ يتم وضعها في جو ساكن عند درجة حرارة $30^\circ C$.

أحسب مُعَّدل التبريد الابتدائي للكرة بالـ $^\circ C/min$. خذ الخواص التالية :

$$h = 30\ w/m^2{}^\circ C \ ، \left(\text{للفولاذ}\right) c_P = 2\ kj/kg^\circ C \ ، \rho = 7800\ kg/m^3$$

تجاهل المقاومة الحرارية الداخلية .

الحل :

معطى : $\rho = 7800\,kg/m^3$ ،$T_\infty = 30℃$ ، $T_O = 900℃$ ، $r = \frac{50}{2} = 25mm = 0.025m$

$\tau = 1\min = 60s$ ، $h = 30\,w/m^2℃$ ، $c_P = 2\,kj/kg℃$ ،

تفاوت درجة الحرارة في الكرة بالنسبة للزمن ، بتجاهل المقاومة الحرارية الداخلية يعطى بـ :

$$\frac{\text{فرق درجة الحرارة اللحظي}}{\text{فرق درجة الحرارة عند زمن صفري}} ، \frac{\theta}{\theta_o} = \frac{T(t) - T_\infty}{T_O - T_\infty} = e^{-Bi\times FO} \rightarrow (*)$$

$$Bi = \frac{hL}{k}$$

الطول أو البُعد الخطي المُميَّز لكرة ، $L = \frac{r}{3} = \frac{0.025}{3}$

$$Bi = \frac{30\times0.025}{3k} = \frac{0.25}{k}$$

$$Fo = \frac{k}{\rho c_P L^2}\cdot\tau = \frac{k\times 60}{7800\times 2\times 10^3\times\left(\frac{0.025}{3}\right)^2} = 0.0554k$$

$$\frac{T(t) - 30}{900 - 30} = e^{\frac{-0.25}{k}\times 0.0554k} = e^{-0.01385} = 0.98625$$

$$\therefore T(t) = 0.98625\times 870 + 30 = 858 + 30 = 888℃$$

$$\therefore \text{مُعدَّل التبريد} = \frac{T_O - T(t)}{\tau} = 900 - 888 = 12℃/min$$

$\therefore$ مُعدَّل التبريد الابتدائي للكرة = $12\,℃/min.$

[7] كتلة اسطوانية مصمتة بقطر $10cm$ وبطول $30cm$ يتم تمريرها خلال فرن معالجة حرارية طوله $6m$. يجب أن تصل الكتلة إلى درجة حرارة مقدارها $800℃$ قبل إخراجها من الفرن . يكون غاز الفرن عند درجة حرارة $1250℃$ ، ودرجة الحرارة الابتدائية للكتلة هي $90℃$. ما هي السرعة القصوى التي يجب أن تتحرك بها الكتلة في الفرن لتصل إلى درجة الحرارة المطلوبة ؟

معامل انتقال الحرارة السطحي المتحد للإشعاع والحمل هو $100\,w/m^2℃$.خذ الخواص التالية :

$(steel)\ k = 40\,w/m℃$ والانتشارية الحرارية للفولاذ $\propto = 1.16\times10^{-5}\,m^2/s$.

الحل :

$d = 10cm = 0.1m$ ، $\mathrm{L} = 30cm = 0.3m$ ، $T_O = 1250℃$ ، $T(t) = 800℃$ ، $T_\infty = 90℃$ ،

$k = 40\,w/m℃$ ، $h = 100\,w/m^2℃$ ، $\propto = 1.16\times10^{-5}\,m^2/s$.

$L = \frac{V}{A_S} = \frac{\frac{\pi}{4}d^2L}{\left[\pi dL+\frac{\pi}{4}d^2\times2\right]}$ ، الطول المُمَيَّز لأسطوانة (البعد الخطي المميز لأسطوانة)

$$= \frac{dL}{4L+2d} = \frac{0.1\times0.3}{4\times0.3+2\times0.1} = \frac{0.03}{1.2+0.2} = \frac{0.03}{1.4} = 0.02143$$

$$Bi = \frac{hL_c}{k} = \frac{100\times0.02144}{40} = 0.0536$$

بما أنَّ $Bi \ll 0.1$ ، بالتالي يمكن تجاهل المقاومة الحرارية الداخلية للكتلة لسريان حرارة بالتوصيل.($i.e.$ يتم افتراض نظرية المقاومة الداخلية المهملة او نظرية المواسعة الإجمالية) .

علاقة الزمن ضد درجة الحرارة يُعطى بـ :

$$\frac{\text{فرق درجة الحرارة اللحظي}}{\text{فرق درجة الحرارة عند زمن صفري}} ، \frac{\theta}{\theta_o} = \frac{T(t)-T_\infty}{T_O-T_\infty} = e^{-Bi\times FO} \rightarrow (*)$$

$$Fo = \frac{k}{\rho c_P L^2}\cdot\tau = \frac{\propto\tau}{L^2} = \frac{1.16\times10^{-5}\tau}{(0.02143)^2} = 0.02526\tau$$

من المعادلة $(*)$:

$$\frac{800-90}{1250-90} = e^{-0.0536\times0.02526\tau}$$

$$\frac{710}{1160} = e^{-1.354\times10^{-3}\tau}$$

$$0.612 = e^{-1.354\times10^{-3}\tau} = e^{-0.001354\tau}$$

$$\ln 0.612 = -0.001354\tau\ln e$$

$$\tau = \frac{\ln 0.612}{-0.001354} = 362.6s$$

سرعة الكتلة المارة خلال الفرن ، $v = \frac{\text{طول الفرن}}{\text{الزمن}} = \frac{6}{362.6} = 0.01655\, m/s$

[8] كرة من الفولاذ الطري بقطر $15mm$ $(k = 42\, w/m℃)$ ، يتم تعريضها لسريان هواء تبريد عند $20℃$ ينشأ عنه مُعامل حمل $h = 120\, w/m^2℃$. حدِّد الآتي :

(i) الزمن المطلوب لتبريد الكرة من $550℃$ إلى $90℃$.

(ii) مُعدَّل انتقال الحرارة اللحظي بعد 2 دقيقة من بداية التبريد.

(iii) الحرارة الكلية المنتقلة من الكرة خلال الـ 2 دقيقة الأولى .

للفولاذ الطري خُذ الخواص التالية:

$$\propto = 0.045\, m^2/h \ ، c_P = 475 J/kg℃ \ ، \rho = 7850\, kg/m^3$$

الحل:

معطى : $r = \frac{15}{2} = 7.5mm = 0.0075m$ ، $k = 42\, w/m℃$ ، $T_\infty = 20℃$ ،

$T_o = 550℃$ ، $T(t) = 90℃$ ، $h = 120\, w/m^2℃$.

[i

الطول المميز (البعد الخطي المميز لكرة) ، $L = \frac{r}{3} = \frac{0.0075}{3} = 0.0025m$

$$Bi = \frac{hL}{k} = \frac{120 \times 0.0025}{42} = 0.007143$$

$$Fo = \frac{k}{\rho c_P L^2} \cdot \tau = \frac{\propto \tau}{L^2} = \frac{0.045 \times \tau}{(0.0025)^2} = 7200\tau (where\ \ \tau\ \ is\ in\ hours)$$

بما أن $Bi \ll 0.1$ ، بالتالي يمكن استخدام نظرية المواسعة الإجمالية أو نظرية المقاومة الداخلية المهملة لحل هذه المسألة .

تفاوت درجة الحرارة مع الزمن يُعطى بـ :

$$\frac{\text{فرق درجة الحرارة عند أي لحظة}}{\text{فرق درجة الحرارة عند زمن صفري}} ، \frac{\theta}{\theta_o} = \frac{T(t) - T_\infty}{T_O - T_\infty} = e^{-Bi \times FO} \rightarrow (*)$$

بتعويض القيم المتحصل عليها :

$$\frac{90-20}{550-20}=e^{-0.007143\times 7200\tau}$$

$$0.132=e^{-51.43\tau}$$

$$\ln 0.132=-51.43\tau\ln e$$

$$\therefore \tau=\frac{\ln 0.132}{-51.43}=0.03937h=141.7s$$

[ii

$$\acute{q}(\tau)=hA_s\theta_o e^{-Bi\times Fo}=120\times 4\pi\times(0.0075)^2(550-20)e^{-51.43\times\frac{2}{60}}=8.1w$$

[iii

$$Q(t)=hA_s\theta_o\left(1-e^{-Bi\times Fo}\right)\frac{\tau}{Bi\times Fo}$$

$$=120\times 4\pi(0.0075)^2(550-20)\left(1-e^{-51.43\times\frac{2}{60}}\right)\frac{{}^{2}/_{60}}{51.43\times\frac{2}{60}}=2580.15\,J$$

$$\simeq 2.58kJ$$

[9] شريحة مزخرفة من البلاستيك على كرة نحاسية قطرها $10mm$ يتم معالجتها في فرن عند 75°C . بعد إزالتها من الفرن ، يتم تعريض الكرة لسريان هواء عند $10\,m/s$ ، و23°C . قدِّر الزمن المأخوذ لتبريد الكرة إلى 35°C باستخدام نظرية المواسعة الإجمالية.

استخدم العلاقة أو الارتباط التالي :

$$Nu=2+\left[0.4(Re)^{0.5}+0.06(Re)^{2/3}\right](Pr)^{0.4}\left[\frac{\mu_a}{\mu_s}\right]^{0.25}$$

لتحديد معامل الارتباط h ، استخدم الخواص التالية للهواء والنحاس:

للنحاس : $\rho=8933\,\mathrm{kg/m^3}$ ، $k=400\,\mathrm{w/mK}$ ، $c_P=380\,\mathrm{J/kg°C}$

للهواء عند 23°C: $\mu_a=18.16\times10^{-6}\mathrm{N.s/m^3}$ ، $\nu=15.36\times10^{-6}\ \mathrm{m^2/s}$

$k=0.0258\,w/mK$ ، $pr=0.709$ و μ_s للكرة عند 35 °C هي $19.78\times10^{-6}\,\mathrm{N.s/m^2}$

الحل :

$d=10mm=0.01m$ ، $T_O=75°C$ $C_a=10\,m/s$ ، $T_\infty=23°C$ ، $T(t)=35°C$.

$$Re = \frac{\rho C d}{\mu} = \frac{Cd}{\nu} = \frac{10 \times 0.01}{15.36 \times 10^{-6}} = 6510$$

$$Nu = 2 + \left[0.4(6510)^{0.5} + 0.06(6510)^{2/3}\right](0.709)^{0.4}\left[\frac{18.16 \times 10^{-6}}{19.78 \times 10^{-6}}\right]^{0.25}$$

$$= 2 + [32.27 + 20.92] \times 0.87 \times 0.979 = 47.3$$

$$or\ Nu = \frac{hd}{k} = 47.3$$

$$h = \frac{Nu.k}{d} = \frac{47.3 \times 0.0258}{0.01} = 122\, w/m^2 ℃$$

$$\frac{\text{فرق درجة الحرارة عند أي لحظة}}{\text{فرق درجة الحرارة عند زمن صفري}} \text{ ، } \frac{\theta}{\theta_o} = \frac{T(t) - T_\infty}{T_O - T_\infty} = e^{-Bi \times FO} \rightarrow (*)$$

$$Bi = \frac{hL_c}{k}$$

الطول المُمَّيز أو البعُد الخطي المُمّيَز لكرة ، $L_c = \frac{r}{3} = \frac{0.005}{3}$

$$Bi = \frac{hL_c}{k} = \frac{122 \times 0.005}{3 \times 400} = 5.083 \times 10^{-4}$$

$$Fo = \frac{k}{\rho c_P {L^2}_c} \cdot \tau = \frac{400}{8933 \times 380 \times \left(\frac{0.005}{3}\right)^2} \cdot \tau = 42.421\tau$$

من المعادلة $(*)$:

$$\frac{35 - 23}{75 - 23} = e^{-5.083 \times 10^{-4} \times 42.421\tau} = e^{-0.02156\tau}$$

$$\frac{12}{52} = 0.2308 = e^{-0.02156\tau}$$

$$\ln 0.2308 = -0.02156\tau \cdot \ln e$$

$$\therefore \tau = \frac{\ln 0.2308}{-0.02156} = 68s$$

∴ الزمن المطلوب لتبريد الكرة إلى 35°C = 86 S

[10] بيضة بقطر متوسط مقداره $40mm$ تكون ابتدائياً عند درجة $20°C$ يتم وضعها في طوة بها ماء مغلي لمدة أربع دقائق . كم من الزمن يجب أن تأخذ بيضة مشابهة اذا تمَّ أخذها من ثلاجة عند $5°C$. خذ الخواص التالية للبيضة:

$$c_P = 2\,kj/kg°C \;،\; \rho = 1200\,kg/m^3 \;،\; k = 10\,w/m°C$$

ومعامل انتقال الحرارة ، $h = 100\,w/m^3°C$

استخدم نظرية المواسعة الاجمالية (.$i.e$ نظرية المقاومة الداخلية المهملة) لحل هذه المسالة.

الحل:

معطى : $\tau = 4\text{min} = 4 \times 60 = 240\text{s}$ ، $T_o = 20°C$ ، $r = \frac{40}{2} = 20mm = 0.02m$

$c_P = 2\,kj/kg°C$ ،$\rho = 1200\,kg/m^3$ ،$k = 10\,w/m°C$ ، $h = 100\,w/m^2°C$.

عند $\tau = ?$، $T_O = 5°C$

لاستخدم نظرية المواسعة الاجمالية ، فإن الشرط المطلوب هو $Bi < 0.1$.

$$Bi = \frac{hL_c}{k}$$

$L_c = \frac{r}{3} = \frac{0.02}{3}m$ ، الطول المميز أو البُعد الخطي المُمَّيز لكرة

$$Bi = \frac{100 \times 0.02}{3 \times 10} = 0.067$$

بما أن $Bi \ll 0.1$ ، بالتالي يمكن استخدام نظرية المواسعة الإجمالية .

تفاوت درجة الحرارة مع الزمن يُعطى بـ :

$$\frac{\theta}{\theta_o} = \frac{T(t) - T_\infty}{T_O - T_\infty} = e^{-Bi \times FO} \rightarrow (*)$$

$$Fo = \frac{k}{\rho c_P L^2} \cdot \tau = \frac{10}{1200 \times 2 \times 10^3 \left(\frac{0.02}{3}\right)^2} \times 240 = 22.5$$

من المعادلة $(*)$:

$$\frac{\text{فرق درجة الحرارة عند أي لحظة}}{\text{فرق درجة الحرارة عند زمن صفري}} ، \frac{\theta}{\theta_o} = \frac{T(t) - 100}{20 - 100} = e^{-0.067\times 22.5} = e^{-1.5075} = 0.2215$$

$$T(t) - 100 = -80 \times 0.2215$$

$$\therefore T(t) = 100 - 80 \times 0.2215 = 100 - 17.72 = 82.28℃ \quad say\ 82℃$$

مستخدماً المعادلة $(*)$ مرة أخرى ،

$$\frac{82 - 100}{5 - 100} = e^{-Bi\times FO}$$

$$Fo = 0.09375\tau$$

$$\frac{-18}{-95} = e^{-0.067\times 0.09375\tau}$$

$$0.1895 = e^{-0.00628\tau}$$

$$\ln 0.1895 = -0.00628\tau \ln e$$

$$\therefore \tau = \frac{\ln 0.189s}{-0.00628} = 264.9s \ = 4.4145\ min$$

[11] كتلة اسطوانية ساخنة بقطر $50mm$ وبطول $200mm$ يتم اخذها من الفرن عند 800℃ وغمرها في ماء حتى تهبط درجة حرارتها إلى 500℃ . من بعد تم تعريضها مباشرة إلى هواء حتى تهبط درجة حرارتها إلى 100℃ . أوجد الزمن الكلي المطلوب للكتلة لتنخفض درجة حرارتها من 800℃ إلى 100℃ . خذ الخواص التالية:

$60\ w/m℃ =$ (الموصلية الحرارية للكتلة) $\equiv k$

$200\ J/m\ ℃ =$ (الحرارة النوعية للكتلة) $\equiv c_P$

$800\ kg/m^3 =$ (كثافة مادة الكتلة) $\equiv \rho$

$200\ w/m^2\ ℃ =$ (معامل انتقال الحرارة في الماء) $\equiv h_w$

$20\ w/m^2℃ =$ (معامل انتقال الحرارة في الهواء) $\equiv h_a$

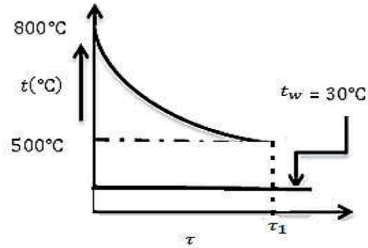
درجة حرارة الهواء أو الماء= 30℃

الحل :

معطى: $L = 200mm = 0.2m$ ، $r = \frac{50}{2} = 25mm = 0.025m$

الطول أو البُعد الخطي المُمَّيز لأسطوانة ، $L_c = \frac{r}{2} = \frac{0.025}{2}m$

$$Bi = \frac{hL_c}{k} = \frac{hr}{2k} = \frac{200 \times 0.025}{2 \times 60} = 0.04167$$



شكل رقم **(4.2)**

بما أن $Bi \ll 0.1$ ، فإنَّ المقاومة الحرارية الداخلية يمكن تجاهلها وبالتالي يمكن استخدام نظرية المواسعة الإجمالية.

يمكن حساب الزمن الكلي بحساب τ_1 (الزمن المطلوب في الماء) و τ_2 (الزمن المطلوب في الهواء) وجمعهما بحيث أنَّ $\tau = \tau_1 + \tau_2$.

(i) تفاوت درجة الحرارة بالنسبة للزمن عندما يتم تبريد الكتلة في الماء يُعطى بـ :

(انظر الشكل (4.2))

$$\frac{\text{فرق درجة الحرارة عند أي لحظة}}{\text{فرق درجة الحرارة عند زمن صفري}} ، \frac{\theta}{\theta_o} = \frac{T(t) - T_\infty}{T_O - T_\infty} = e^{-Bi \times FO} \rightarrow (*)$$

$$Fo = \frac{k}{\rho c_P L^2} \cdot \tau = \frac{60\tau_1}{800 \times 200 \times \left(\frac{0.025}{2}\right)^2} = 2.4\tau_1$$

بالتعويض في المعادلة $(*)$:

$$\frac{500 - 30}{800 - 30} = e^{-0.04167 \times 2.4\tau_1}$$

$$0.61 = e^{-0.1\tau_1}$$

$$\ln 0.61 = \ln e^{-0.1\tau_1}$$

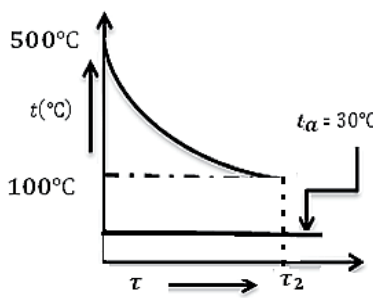
$$\ln 0.61 = -0.1\tau_1 \ln e$$

$$\therefore \tau_1 = \frac{\ln 0.61}{-0.1} = 4.943s \simeq 4.94s$$

(ii) تفاوت درجة الحرارة بالنسبة للزمن عندما يتم تبريد الكتلة في الهواء يعطى بـ :

(أنظر الشكل (4.3))

$$\frac{\text{فرق درجة الحرارة عند أي لحظة}}{\text{فرق درجة الحرارة عند زمن صفري}} \text{ ، } \frac{\theta}{\theta_o} = \frac{T(t) - T_\infty}{T_O - T_\infty} = e^{-Bi \times FO} \rightarrow (*)$$



شكل رقم **(4.3)**

$$Bi = \frac{hL_c}{k} = \frac{20 \times 0.025}{2 \times 60} = 0.004167$$

$$Fo = \frac{k}{\rho c_P {L_c}^2} \cdot \tau_2 = 2.4\tau_2$$

بالتعويض في المعادلة $(*)$:

$$\frac{100 - 30}{500 - 30} = e^{-0.004167 \times 2.4\tau_2}$$

$$\frac{70}{470} = e^{-0.01\tau_2}$$

$$0.149 = -0.01\tau_2 \ln e$$

$$\therefore \tau_2 = \frac{\ln 0.149}{-0.01} = \frac{-1.904}{-0.01} = 190.4$$

∴ الزمن الكلي ، $\tau = \tau_1 + \tau_2 = 4.94 + 195.4 = 195.34s\ or\ 3.256\ min$

4.5 مسائل غير محلولة في التوصيل العابر :

[1] شريحة من النحاس ($k = 370\,w/m°C$ ، $c = 380\,j/kg°C$ ، $\rho = 900\,kg/m^3$) بالأبعاد $400mm \times 400mm \times 5mm$ لها درجة حرارة منتظمة مقدارها 250°C ، تم خفض درجة حرارتها فجأة إلى 30°C . أحسب الزمن المطلوب للشريحة لتصل إلى درجة حرارة مقدارها 90°C .افترض أن معامل انتقال الحرارة الحملي يُعطى بـ $90\,w/m^2°C$.

$Ans.\{\tau = 123.75s\}$

[2] شريحة من سبيكة المونيوم مساحة سطحها $0.2\,m^2$ (للجانبين) ، سمكها $4mm$ ، وعند درجة حرارة 200°C يتم غمرها فجأة في اكسجين سائل عند درجة حرارة −183°C . أوجد الزمن المطلوب لتصل الشريحة إلى درجة حرارة مقدارها −70°C .

خذ : $\rho = 2700\,kg/m^3$ ، $c_P = 890\,j/kg°C$ ، $h = 500\,w/m^2°C$

$Ans \cdot \{23.45s\}$

[3] كرة من الزهر بقطر $200mm$ تكون بداية عند درجة حرارة منتظمة مقدارها 400°C ، يتم غمرها في زيت . درجة حرارة حمَّام الزيت هي 40°C . إذا اصبحت درجة حرارة الكرة 100°C بعد 5 دقائق ، أوجد معامل انتقال الحرارة على سطح الكرة.

خذ : $c_P(cast\ iron) = 0.32\,kj/kg\ °C$ ، $\rho(cast\ iron) = 7000\,kg/m^3$

تجاهل المقاومة الحرارية الداخلية .

$Ans \cdot \{134\,kw/m^2\ °C\}$

[4] متوسط معامل انتقال الحرارة الحملي لسريان هواء عند 100°C فوق لوح مستوٍ ، يتم قياسه بملاحظة تأريخ (درجة الحرارة . الزمن) لشريحة من النحاس سمكها $30mm$ ويتم أخذ خواصها كما يلي :

$(\rho = 9000\,kg/m^3$ ، $k = 370\,w/m°C$ ، $c_P = 0.38\,kj/kg°C)$ يتم تعريضها للهواء عند

$100°C$. في إحدى الإختبارات التي أجريت ، كانت درجة الحرارة الإبتدائية للوح هي $210°C$ ، وفي 5 دقائق

انخفضت درجة الحرارة بمقدار $40°C$. أوجد معامل انتقال الحرارة لهذه الحالة . تجاهل المقاومة الحرارية الداخلية.

$Ans \cdot \{77.24\,w/m^2°C\}$

[5] كتلة اسطوانية من الفولاذ بقطر $150mm$ وبطول $400mm$ يتم إمرارها خلال فرن معالجة حرارية بطول $6m$. يجب أن تصل الكتلة إلى درجة حرارة $850°C$ قبل إخراجها من الفرن . يكون غاز الفرن عند $1280°C$ وتكون درجة الحرارة الابتدائية للكتلة $100°C$. ما هي السرعة القصوى التي يجب أن تتحرك بها الكتلة في الفرن للوصول إلى درجة الحرارة المطلوبة ؟

معامل انتقال الحرارة السطحي المتحد للإشعاع والحمل هو $100\,w/m^2\,°C$.

خذ: $k(steel) = 45\,w/m\,°C$ ، $\propto = 0.46 \times 10^{-5}\,m^2/s$

$Ans \cdot \{1.619 \times 10^{-3}\,m/s\}$

[6] كرة ساخنة من الفولاذ الطري $(k = 42.5\,w/m°C)$ بقطر $15mm$ يتم تبريدها بسريان هواء عند $27°C$. معامل انتقال الحرارة الحملي هو $114\,w/m^2°C$. حدِّد الآتي:

[i] الزمن المطلوب لتبريد الكرة من $540°C$ إلى $95°C$.

[ii] معدَّل انتقال الحرارة اللحظي بعد دقيقتان من بداية التبريد .

[iii] الطاقة الكلية المنتقلة من الكرة خلال الـ 2 دقيقة الأولى.

خذ خواص الفولاذ الطري كالآتي :

$$(\propto = 0.043\,m^2/h \text{ ، } c_P = 475\,j/kg°C \text{ ، } \rho = 7850\,kg/m^3)$$

$Ans \cdot \{(i)2.104\min$ ، $(ii)3.884w$ ، $(iii)1475.7j\}$

[7] معاملات انتقال الحرارة لسريان هواء عند $30°C$ فوق كرة بقطر $12.5\,mm$ يتم قياسها بملاحظة تأريخ درجة الحرارة ضد الزمن لكرة نحاسية بنفس الأبعاد. درجة حرارة الكرة النحاسية

تمَّ قياسها بواسطة اثنان من المزدوجات $(c_P = 0.375\,kj/kg\,°C$ ، $\rho = 8930\,kg/m^3)$

الحرارية ، أحدهما موضوع عند المركز والآخر قريباً من السطح . يسجِّل كلا المزدوجان الحراريان نفس درجة

الحرارة عند لحظة معطاة . في إحدى الاختبارات التي أجريت كانت درجة الحرارة الابتدائية للكرة هي $70°C$

وفي خلال $1.15 min$ انخفضت درجة الحرارة بمقدار $7°C$.أحسب معامل انتقال الحرارة الحملي لهذه الحالة .

$Ans \cdot \{194.5\,w/m^2\,°C\}$

الفصل الخامس

انتقال الحرارة بالغليان

(Heat Transfer by Boiling)

5.1 مدخل (Introduction):

لقد تم سابقاً في انتقال الحرارة بالحمل دراسة أنظمة متجانسة ذات طور مفرد فقط. على أيَّ حال، هنالك إجراءات حمل معيَّنة ترتبط بتغير في الطور مثل الغليان والتكثيف. بينما يتضَّمن الغليان التغير من طور السائل إلى طور البخار لمادة مائعة فإنَّ التكثيف يشتمل على التغيُّر من طور البخار إلى طور السائل.

أسلوب إنتقال الحرارة بتغير الطور (.i.e عميات الغليان والتكثيف) له تطبيقات واسعة كما مذكور أدناه:

i/ تبريد المفاعلات النووية ومحركات الصواريخ (Cooling of nuclear reactors and rocket motors)

ii/ محطات القدرة البخارية (الغلايات والمكثِّفات). (Boilers and condensers)

iii/ أنظمة التبريد وتكييف الهواء (المبخِّرات والمكثفات) (Evaporators and condensers).

iv/ صهر المعادن في الأفران (Melting of metals in furnaces).

v/ المصافي وطواحين السكر (مبادلات حرارية) (Heat exchangers) (Refineries and sugar mills)

vi/ عملية التسخين والتبريد (Process heating and cooling).

5.2 الملامح الرئيسية لعمليات الغليان والتكثُّف:

(General Features of Boiling and Condensation)

عمليات الغليان والتكثيف تتضمَن الملامح الفريدة التالية:

i/ كنتيجة لتغير الطور في هذه العمليات، فإنَّ إنتقال الحرارة إلى أو من المائع يمكن حدوثه بدون تأثيره على درجة حرارة المائع.

ii/ معامل انتقال الحرارة والمعدّلات نتيجة للحرارة الكامنة المصحوبة بتغير الطور تكون عادة أكبر مقارنة بعملية الحمل العادية (.i.e بدون تغير في الطور).

iii/ يتم الحصول على معدل عالٍ لانتقال الحرارة بفرق درجة حرارة صغير.

5.3 الظواهر المصاحبة للغليان والتكثيف:

(Phenomena Accompanying Boiling and Condensation)

الظواهر المصاحبة للغليان والتكثيف تكون أكثر تعقيداً مقارنة بعملية الحمل العادية نتيجة للعوامل التالية:

i/ تأثيرات الحرارة الكامنة.

ii/ التوتر السطحي.

iii/ خصائص السطح والخواص الأخرى لأنظمة ذات طورين.

5.4 إنتقال الحرارة بالغليان (Boiling Heat Transfer):

مناحي عامة (General Aspects):

الغليان هو عملية إنتقال الحرارة بالحمل الذي يتضّمن تغّيراً في الطور من حالة السائل إلى حالة البخار، أيضاً يتم تعريف الغليان كتبخّر عند سطح سائل مصمت. هذا يكون ممكناً فقط عندما تزيد درجة حرارة السطح (t_s) عن درجة حرارة التشبع المقابلة لضغط السائل (t_{sat}). يتم نقل الحرارة من السطح المصمت إلى السائل طبقاً للقانون:

$$Q = hA_s = (t_s - t_{sat}) = hA_s \Delta t_e$$

حيث، $\Delta t_e = (t_s - t_{sat})$ وتعرف بدرجة الحرارة الزائدة (Excess temperature)

1/ تطبيقات عملية الغليان (Applications of Boiling Process):

هنالك تطبيقات لعملية الغليان يتم توضيحها في الحالات التالية:

i/ إنتاج البخار (لتوليد القدرة وللعمليات الصناعية ولتسخين الفراغ) في محطات القدرة البخارية والنووية.

ii/ امتصاص الحرارة في أنظمة التبريد وتكييف الهواء.

iii/ التقطير وتنقية السوائل (Distillation and refining)

iv/ التركيز، التجفيف وتجفيف الأطعمة والمواد.

(Concentration, dehydration and drying foods and materials) v/ تبريد الماكينات مثل المفاعلات النووية ومحركات الصواريخ حيث يتم إزالة كميات كبيرة من الحرارة في حجم صغير نسبياً (تكون معدلات الفقدان عاليه كـ $10^8 w/m^2$ ويكون معدل إنتقال الحرارة في الغلاية الحديثة في حدود $2 \times 10^5 w/m^2$).

2/ أشكال ظاهرة إنتقال الحرارة بالغليان (Types of Heat Transfer by Boiling):

ظاهرة انتقال الحرارة بالغليان يمكن أن تحدث في الأشكال التالية:

i/ الغليان الحوضي (Pool Boiling):

في هذه الحالة يكون السائل فوق السطح الساخن هو في الأساس راكد وحركته قرب السطح تكون نتيجة للحمل الحر والخلط الناشئ من نمو الفقاعات وانفصالها (Bubble growth and detachment).

يحدث الغليان الحوضي في غلايات البخار التي تعمل بالحمل الطبيعي.

ii/ الغليان بالحمل القسري (Forced Convection Boiling):

في هذه الحالة يتم استحاثة حركة السائل بوسائل خارجية (وايضاً بالحمل الطبيعي وبخلط الفقاعات المستحثة). يتم ضخ السائل وإجباره على السريان. هذا النوع من الغليان في غلايات الماء الأنبوبية (Water tube boiler) بحمل قسري.

iii/ التبريد تحت درجة التكثف او الغليان الموضعي (Sub – Cooled or Local Boiling):

في هذه الحالة تكون درجة حرارة السائل أسفل درجة حرارة التشبع، وتتكون الفقاعات في محيط سطح الحرارة (Vicinity of heat surface). تتكثفً هذه الفقاعات بعد رحلة مرور قصيرة في السائل الذي يملك درجة حرارة أقل من درجة حرارة نقطة الغليان.

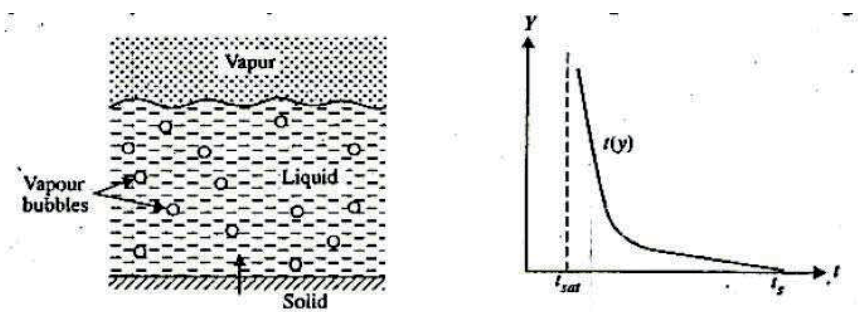
iv/ الغليان المشبَّع (Saturated Boiling):

في هذه الحالة تزيد درجة حرارة السائل على درجة حرارة التشبَّع. فقاعات البخار المتكونة عند السطح المصمت (السطح البيني سائل – مصمت) يتم دفعها خلال السائل بتأثيرات الطفو وتهرب في الحال من السطح الحر (السطح البيني سائل – بخار).

3/ مناطق الغليان أو أنظمة الغليان (Boiling Regimes):

تعتمد عملية الغليان على طبيعة السطح، الخواص الفيزيائية الحرارية (Thermo – physical properties) للمائع وديناميكيات فقاعة البخار. نتيجة لإشراك عدد كبير من المتغيرات، فإنَّ المعادلات العامة التي توصف عملية الغليان لا تكون متاحة. بالرغم من ذلك، فقد تمَّ عمل تقدم ملحوظ في الوصول إلى فهم فيزيائي لآلية الغليان.

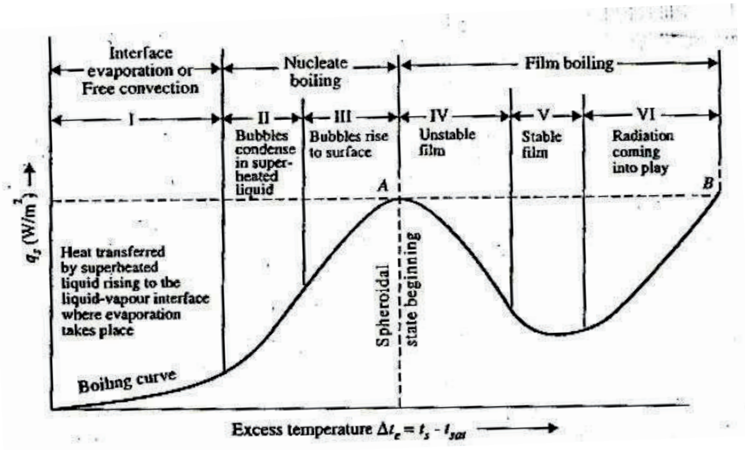
الشكل (5.1) أدناه يوضَح توزيع درجة الحرارة في غليان حوضي مشبع بسطح بيني لسائل – بخار. يُلاحظ من الشكل وبالرغم من أن هنالك إنخفاض حاد في درجة حرارة السائل القريب من السطح المصمت، فإن درجة الحرارة خلال معظم السائل تظل أعلى قليلاً من التشبع. نتيجة لذلك فإنَّ الفقاعات المتولدة عند السطح البيني لسائل مصمت ترتفع ويتم نقلها عبر السطح البيني لسائل – بخار. إذا كانت ظاهرة الغليان ناتجة من الغليان الحوضي أو من الغليان بالحمل القسري، فإن هنالك ثلاث أنظمة غليان (تبخر سطح بيني، غليان تنوؤي (Nucleate boiling)، وغليان شرائحي (Film boiling) تكون متحدة مع فيض حرارة متزايد تدريجياً، كما موضَّح في الشكل (5.2). تم الحصول على هذا المنحنى المحدَّد بواسطة سلك من البلاتين مسخن كهربائياً، ومغمور في حوض ماء (عند درجة حرارة التشبع) وذلك بتغيير درجة حرارة سطحه وقياس فيض حرارة السطح q_s (Surface heat flux).



شكل (5.1) غليان حوضي بسطح بيني لسائل – بخار

i/ تبخر السطح البيني (Interface Evaporation):

يوجد تبخر السطح البيني (عملية التبخر بدون تكون فقاعات) في المنطقة I التي تُعرف بمنطقة الحمل الحر. هنا تكون درجة الحرارة الزائدة، Δt_e صغيرة جداً وتساوي $5^o c$ ، في هذه المنطقة يكون السائل القريب من السطح محمَّصاً قليلاً، تقوم تيارات الحمل بتدوير السائل ويحدث التبخر عند سطح السائل.



شكل (5.2) منحنى الغليان للماء

ii/ الغليان بالتنوؤ (Nucleate Boiling):

يوجد هذا النوع من الغليان في المناطق II و III . بالزيادة في قيمة Δt_e (درجة الحرارة الزائدة) يبدأ تكون الفقاعات على سطح السلك عند نقاط موضعية معينة. تتكثف الفقاعات في السائل قبل الوصول إلى سطح السائل. حقيقة هذه هي المنطقة II التي يبدأ عندها الغليان التنوؤي. بزيادة إضافية في Δt_e تتشكل الفقاعات بسرعة أكبر وترتفع إلى سطح السائل متسببّة في تبخُّر سريع، كما مبين في المنطقة III . هكذا يتم تمييز الغليان التنوؤي بتكوُّن فقاعات عند مواقع التنوؤ وتقليبات السائل الناتجة (Resulting liquid agitation). تقليب الفقاعات يستحث (ينتج) خلطاً لكمية كبيرة من المائع وهذا بدوره يقود لزيادة ملحوظة في فيض الحرارة ومعامل انتقال الحرارة بالغليان. (المعدَّة المستخدمة في الغليان يجب تصميمها لتشتغل في هذه المنطقة فقط).

يوجد الغليان التنوؤي حتى قيمة لـ Δt_e مساوية لـ $50^o c$. فيض الحرارة الأقصى المعروف بفيض الحرارة الحرج يحدث عند النقطة A (أنظر للشكل (5.2)) ويكون بمقدار $1\ Mw/m^2$.

iii/ الغليان الشرائحي (Film Boiling):

يتكون الغليان الشرائحي من المناطق IV ، V و VI . سلوك زيادة فيض الحرارة بزيادة درجة الحرارة الزائدة الملاحظ حتى المنطقة III يتم عكسه في المنطقة IV (التي تسمى بمنطقة الغليان الشرائحي). هذا ناتج عن التكون السريع جداً للفقاعات التي تغطي سطح التسخين وتمنع السائل الطازج الداخل من أخذ مكانه. تندمج الفقاعات في الحال وتكوّن شريحة بخار تغطي السطح بأكمله. بما أنَّ الموصلية الحرارية لشريحة البخار تكون أقلَّ من تلك للسائل فإنَّ فيض الحرارة ينخفض بنحو Δt_e . خلال مدى درجة الحرارة $50^o c < \Delta t_e < 150^o c$ تتفاوت الحالات بين غليان تنوؤي وغليان شرائحي ويسمى الطور بالغليان الإنتقالي (Transition boiling)، الغليان الشرائحي غير المستقر أو الغليان الشرائحي الجزئي (المنطقة IV). بالزيادة الإضافية في Δt_e يتم استقرار شريحة البخار وتتم التغطية الكاملة لسطح التسخين ببطانية بخار (Vapour blanket) ويكون فيض الحرارة هو الأدنى كما موضح في المنطقة V. درجات حرارة السطح المطلوبة لإعداد شريحة مستقرة تكون عالية وتحت هذه الأحوال (الشروط) يتم فقد مقدار كبير من الحرارة بواسطة السطح نتيجة للإشعاع كما موضح في المنطقة VI. يمكن ملاحظة ظاهرة غليان الشريحة المستقر عندما تسقط نقطة من ماء على مقعد ساخن أحمر. لا تتبخر هذه النقطة في الحال ولكنها ترقص قليلاً على المقعد؛ هذا ناتج عن تكوّن شريحة بخار مستقرة عند السطح البيني بين السطح الساخن وقطرة السائل.

iv/ فيض الحرارة الحرج أو نقطة الحريق (Critical Heat Flux or Burnout Point):

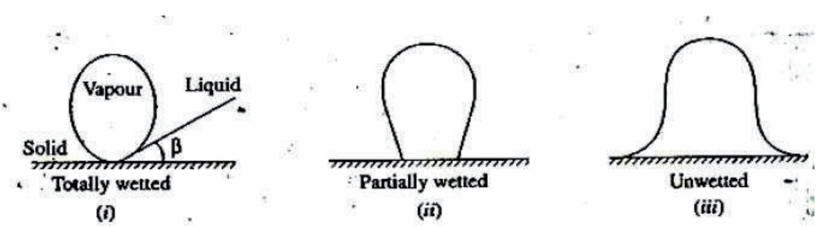
فيض الحرارة الحرج أو نقطة الحريق (النقطة (A) في الشكل (5.2)) هي نقطة فيض الحرارة القصوى على منحنى الغليان التي يبدأ عندها الانتقال من الغليان التنوؤي إلى الغليان الشرائحي. تسمى هذه النقطة أيضاً بأزمة الغليان (Boiling crisis) بما أنَّ عملية الغليان خلف هذه النقطة تكون غير مستقرة ما لم يتم الوصول إلى النقطة B. تكون درجة الحرارة عند النقطة B عالية جداً وهي عادة فوق درجة انصهار المصمت. (Above the melting of the solid) ، بحيث إذا كان تسخين السطح المعدني ليس محدداً بالنقطة B، فإنه

من المحتمل تحطم المعدن أو حتى انصهاره (لهذا السبب فإن النقطة A غالباً ما يصطلح بتسميتها أزمة الغليان أو نقطة الإحتراق).

v/ شكل الفقاعة ومقاسها (Bubble Shape and Size Consideration):

يتأثر معدّل إنتقال الحرارة في الغليان التنوؤي كثيراً بطبيعة وحال سطح التسخين والتوتر السطحي (الشد السطحي) (Surface tension) عند السطح البيني لمصمت – سائل (شكل، مقاس أو زاوية ميل الفقاعات، على أيّ حال، لا تملك تأثيراً كبيراً على معدّل إنتقال الحرارة). يشير الشد السطحي على القدرة الترطيبية (wetting capability) للسطح مع السائل (i.e. شد سطحي منخفض، يعني سطح عالي الترطيب) وهذا يؤثر على زاوية التلامس بين الفقاعة والسطح المصمت. إذا كان السطح ملوثاً فستتأثر خصائصه الترطيبية التي تؤثر في الحال على مقاس وشكل فقاعات البخار.

إذا كان الشد السطحي للسائل منخفضاً فإنه يميل لترطيب السطح بحيث تندفع الفقاعة بواسطة السائل وترتفع. يقوم السائل بقص الفقاعات (shear off the bubbles) مما يتسبّب في تحويل شكلها إلى كروي أو بيضاوي (globular or oval) كما موضَّح في الشكل (i) (5.3) (لسطح مرطَّب كلياً). في حالة سوائل تملك شد سطحي متوسط (intermediate surface tension) (سطح مرطَّب جزئياً) يمكن أن يوجد هنالك توازناً لحظياً (momentary balance) بين الفقاعات والسطح المصمت بحيث يكون من الضروري تكوين فقاعات أكبر قبل أن تستطيع قوة الطفو (buoyant force) من تحريرها من السطح؛ شكل الفقاعة يتم توضيحه في الشكل 5.3(ii).



شكل (5.3) أشكال نموذجية لفقاعات بخار

علـى السـطح غيـر المرطـب (unwetted surface) [الشـكل (5.3(iii]، تنتشـر الفقاعـات مكوِّنـة اسـفيناً (wedge) بين الماء وسطح التسخين بالتالي تسمح لقوى هايدروستاتيكية (hydrostatic forces) بمقاومة فعل الطفو.

تكوُن الفقاعة كما موضَّح في الشكل (5.3(i يعطي معدَّل إنتقال حرارة عالي مقارنة بأشكال الفقاعة الموضَّح في الشكل (5.3(ii و (5.3(iii .

وجد أنَّ إضافة بعض المواد لخفض الشد السطحي يكون لديها نفس تـأثير تـوفير سطح مرطـب وتعطـي معدلات متزايدة لإنتقال الحرارة.

vi/ نمو الفقاعة وإنـهيارها (Bubble Growth and Collapse):

مــن التجــارب يــتم ملاحظــة أنَّ الفقاعــات لا تكــون علــى الــدوام فــي حالــة اتــزان دينــاميكي حــراري (thermodynamic equilibrium) بسائل محيط. لا يكون البخار داخل الفقاعة بالضرورة عند نفس درجة الحرارة مثل السائل. إعتبر القوى التي تعمل على فقاعة بخار كروية كما موّضح في الشكل (5.4)؛ قوى الضغط على الفقاعة يجب أن تتوازن بالشد السطحي عند السطح البيني بخار – سائل. هكذا

$$\pi r^2(p_v - p_l) = 2\pi r.\sigma \qquad (1)$$

أو

$$p_v - p_l = \frac{2\sigma}{r} \qquad (2)$$

حيث،

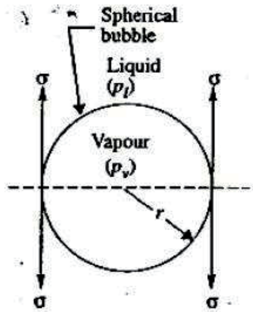
$p_v =$ ضغط البخار في داخل الفقاعة

$p_l =$ ضغط السائل فوق سطح الفقاعة

$\sigma =$ الشد السطحي لسطح بيني بخار – سائل

يمكن اعتبار البخار كغاز مثالي حيث يمكن استخدام معادلة (Clay Peron) التي تعطي أدناه:

$$\frac{dp}{p} = \frac{h_{fg}}{RT^2}\, dT \qquad (3)$$



شكل (5.4) توازن القوى على فقاعة بخار كروية

حيث، h_{fg} = الحرارة الكامنة للتبخر.

من قانون الغاز المثالي:

$$\frac{P}{RT} = \rho_v$$

(حيث R = ثابت الغاز او البخار ؛ ρ_v = كثافة البخار المتكوّن)

بتعويض المعادلة عاليه في المعادلة (5.3) وبإعادة الترتيب، نحصل على:

$$\frac{dp}{dT} = \frac{h_{fg}.\rho_v}{T}$$

أو

$$\frac{p_v - p_l}{T_v - T_{sat}} = \frac{h_{fg}.\rho_v}{T_{sat}} = \frac{p.h_{fg}}{RT_{sat}} \qquad (4)$$

حيث،

T_v درجة حرارة البخار في داخل الفقاعة.

T_{sat} درجة حرارة التشبّع للبخار في داخل الفقاعة عند ρ_v .

من المعادلات (2) و (4) نحصل على:

$$T_v - T_{sat} = \frac{2\sigma}{r}\left[\frac{R}{P}.\frac{T_{sat}^2}{h_{fg}}\right] \qquad (5)$$

تقترح المعادلة عاليه الآتي: إذا كان $(T_l - T_{sat}) > (T_v - T_{sat})$ فإنّ فقّاعة بنصف قطر r ستنمو أو ستنفجر. T_l هي درجة الحرارة المحيطة بالفقاعة.

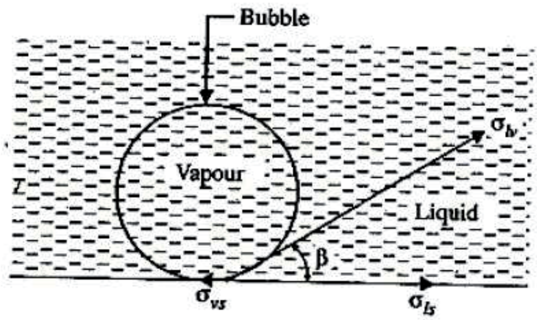
vii/ القطر الحرج للفقاعة (Critical Diameter of Bubble):

بالرجوع للشكل (5.5)، يعتمد القطر الأقصى للفقاعة المتكوّنة على سطح التسخين على المتغيرات التالية:

σ_{lv} = الشد بين السائل والبخار.

σ_{ls} = الشد بين السائل والسطح المصمت.

σ_{vs} = الشد بين البخار والسطح المصمت.



شكل (5.5) القطر الحرج لفقاعة

β = الزاوية المتكوّنة بواسطة الفقاعة كما موّضح في الشكل (5.5).

ϕ_c = القطر الأقصى أو الحرج للفقاعة.

$g(\rho_l - \rho_v)$ = قوة الطفو (buoyancy force).

هكذا،

$$d_c = \int \left[\beta\ , \sigma_{lv}, g(\rho_l - \rho_v)\ , \frac{\sigma_{lv}}{\sigma_{ls}}\right]$$

باستخدام تقنية التحليل البعدي، نتحصل على:

$$d_c = C.\beta \left[\frac{\sigma_{lv}}{\sigma_{ls}}\right] \sqrt{\frac{\sigma_{lv}}{g(\rho_l - \rho_v)}} \qquad (6)$$

حيث c هو ثابت يتم عموماً حسابه بنتائج مختبرية.

قيمة $c = 0.0148$ لفقاعة الماء.

vii/ العوامل المؤثرة على الغليان التنوؤي (Factors Affecting Nucleate Boiling):

يتأثر الغليان التنوؤي بالعوامل التالية:

1/ شكل المادة وحال سطح التسخين:

(Material Shape and Condition of the Heating Surface)

يعتمد معامل انتقال الحرارة بالغليان كثيراً على مادة سطح التسخين، تحت أحوال متطابقة للضغط وفرق درجة الحرارة تكون مختلفاً لمعادن مختلفة (كمثال يكون للنحاس قيمة أعلى من الفولاذ، الزنك والكروم).

تتأثر أيضاً معدلات انتقال الحرارة بحالة سطح التسخين. يُعطى السطح الخشن نقل حرارة أفضل مما إذا كان السطح أملساً أو مطلياً (تضعف النعومة ميل المعدن للترطيب).

يؤثر شكل سطح التسخين أيضاً على نقل الحرارة.

2/ خواص السائل (Liquid Properties):

من التجارب يتم ملاحظة زيادة مقاس الفقاعة باللزوجة الديناميكية للسائل. بزيادة مقاس الفقاعة ينخفض تردد تكوُّن الفقاعة الذي ينتج عنه خفض في إنتقال الحرارة.

إضافياً، فالموصلية الحرارية العالية للسائل تحسِّن معدّل إنتقال الحرارة.

3/ الضغط (Pressure):

يؤثر الضغط على معدّل نمو الفقاعة وأيضاً يؤثر بدوره على فرق درجة الحرارة $(t_s - t_\infty)$ مسبباً سريان حرارة. لسائل في حالة غليان، فإنَّ فيض الحرارة الأقصى المسموح به يزيد أولاً بالضغط حتى يتم الوصول إلى ضغط حرج وينخفض من بعد.

4/ التقليب الميكانيكي (Mechanical Agitation):

أوضحت التجارب أن معدَّل إنتقال الحرارة يزيد بزيادة درجة التقليب.

viii/ الإرتباط المتبادل للغليان (Boiling Correlation):

في إنتقال الحرارة بالغليان، تكون القوة القائدة هي درجة الحرارة الزائدة، التي تعطى بالمعادلة:

$$\Delta t_e = t_s - t_{sat} \qquad (7)$$

تكون المعادلة الحاكمة لعملية الغليان هي،

$$Q = hA\,\Delta t_e$$

حيث h هي معامل شريحة الغليان.

بما أنه ليس هنالك حلاً تحليلياً متاحاً لإنتقال الحرارة بالغليان نتيجة للسلوك الصعب للمائع، يتم استخدام معادلات أو علاقات تجريبية للحسابات الهندسية، يتم إعطاء بعض منها في العناوين الجانبية التالية:

1/ الغليان الحوضي التنوؤي (Nucleate Pool Boiling):

i/ لغليان حوضي تنوؤي ينصح Rosenhow بالإرتباط التبادلي التالي:

$$q_s = \mu_l . h_{fg} \left[\frac{g(\rho_l - \rho_v)}{\sigma}\right]^{0.5} \left[\frac{C_{PL} . \Delta t_e}{C_{sL} . h_{fg} . pr_l^n}\right]^3 \qquad (8)$$

حيث:

q_s = فيض حرارة السطح w/m^2

μ_l = لزوجة السائل kg/ms

h_{fg} = المحتوى الحراري للتبخّر J/kg

ρ_l = كثافة السائل المشبَّع kg/m^3

ρ_v = كثافة البخار المشبَّع kg/m^3

σ = الشد السطحي للسطح البيني سائل – بخَّار N/m

C_{PL} = الحرارة النوعية للسائل المشبَّع J/kgk

Δt_e = درجة الحرارة الزائدة = $(t_s - t_{sat})$

C_{sL} = ثابت المائع السطحي (يتم تحديده من بيانات مختبرية)

n = ثابت أخر يعتمد على السائل والسطح؛ للماء $n = 1$، بينما لسوائل أخرى $n = 1.7$.

قيمة C_{SL} يتم إعطاؤها في الجدول (5.1) أدناه:

جدول (5.1) قيَّم C_{SL} لغليان حوضي

S. No.	Liquid – surface	C_{sL}
1	Water – copper	0.013
2	Water – brass	0.060
3	Water – platinum	0.013
4	Water – ground and polished stainless steel	0.008
5	Water – mechanically polished stainless steel	0.013
6	Benzene – chromium	0.010
7	Ethanol – chromium	0.0027
8	n-pentane – chromium	0.0150
8	n-pentane – copper	0.003
10	Isopropyl alcohol – copper	0.00225

ii/ اقترح Jacob الإرتباط المتبادل التالي للغليان التنوؤي عند ضغط جوي على لوح مستوٍ وبفيض حرارة منخفض.

$$Nu = 0.16(Gr.Pr)^{0.33} \qquad (9)$$

iii/ للغليان التنوؤي على لوح مستوي رأسي، يكون الإرتباط المتبادل لـ Jacob بالصورة:

$$Nu = 0.61(Gr.Pr)^{0.25} \qquad (10)$$

2/ فيض الحرارة الحرج للغليان الحوضي (Critical Heat Flux for Nucleate Pool Boiling):

على منحنى الغليان يكون فيض الحرارة الحرج نقطة هامة. من المرغوب فيه دائماً تشغيل عملية الغليان قريباً من هذه النقطة. اقترح Zuber في العام 1958م التعبير التالي لمثل هذه الحالة:

$$q_{sc} = 0.18(\rho_v)^{1/2} h_{fg}[g\sigma(\rho_l - \rho_v)]^{1/4} \qquad (11)$$

يكون التعبير المعطى مستقلاً عن لزوجة المائع، الموصلية، والحرارة النوعية.

3/ الغليان الحوضي الشريحي (Film Pool Boling):

في الغليان الشريحي المستقر، ينشأ إنتقال الحرارة من كلٍ من الحمل والإشعاع. إقترح Bromley في العام 1950 م الإرتباط المتبادل التالي للغليان الشريحي من السطح الخارجي لأنابيب أفقية:

$$(h)^{4/3} = (h_{conv.})^{4/3} + h_{rad}.(h)^{1/3} \qquad (12)$$

المعادلة (2.12) متعبة ومرهقة في حلها بالتالي يمكن كتابتها في حدود خطأ مقداره $\pm 5\%$ كالآتي:

$$h = h_{conv.} + \frac{3}{4} h_{rad} \qquad (13)$$

يتم إعطاء المعامل الحملي، $h_{conv.}$ (في غياب الإشعاع) بـ

$$h_{conv.} = 0.62 \left[\frac{k_v^3 \rho_v (\rho_l - \rho_v) g \left(h_{fg} + 0.4 C_{pv} \Delta t_e \right)}{\mu_v \, D \Delta T_e} \right]^{1/4} \qquad (14)$$

حيث D هو القطر الخارجي للأنبوب. يتم تقييم خواص البخار في المعادلة عاليه عند درجات حرارة المتوسط الحسابي للسطح والتشبع.

معامل انتقال الحرارة الإشعاعي،

$$h_{rad} = \frac{5.67 \times 10^{-8} \epsilon (T_s^4 - T_{sat}^4)}{(T_s - T_{sat})} \qquad (15)$$

حيث ϵ هو إنبعاثية المصمت.

5.5 أمثلة محلولة (Solved Examples):

مثال (1):

سلك بقطر 1.2mm وبطول 200mm يتم غمره أفقياً في ماء عند 7bar . يحمل السلك تياراً مقداره 135A بجهد مسلَّط مقداره 2.18v . إذا تمَّ إعداد سطح السلك عند 200^oc ، أحسب:

i/ فيض الحرارة، و

ii/ معامل انتقال الحرارة بالغليان.

الحل: بمعلومية:

$$I = 135A\,, L = 200mm\,, d = 1.2mm = 0.0012m\,, t_s = 200^o c\,, v = 2.18v$$

i/ فيض الحرارة، q :

يتم إعطاء دخل الطاقة الكهربائية للسلك بـ

$$Q = VI = 2.18 \times 135 = 294.3w$$

مساحة سطح السلك،

$$A = \pi dl = \pi \times 0.0012 \times 0.2 = 7.54 \times 10^{-4} m^2$$

$$\therefore q = \frac{Q}{A} = \frac{294.3}{7.54 \times 10^{-4}} = 0.39 \times 10^6 w/m^2 = 0.39 Mw/m^2$$

ii/ معامل انتقال الحرارة بالغليان، h :

$q = h(t_s - t_{sat})$ و $, t_{sat} = 164.97^o c\,,$ $7bar$ مقابلاً لـ

أو $h = \frac{q}{(t_s - t_{sat})} = \frac{0.39 \times 10^6}{(200 - 164.97)} = 11133.3 w/m^2\,^o c$

مثال (2):

سلك كهربائي بقطر 1.25mm وبطول 250mm يتم وضعه أفقياً ويُغمر في ماء عند الضغط الجوي. للسلك جهد مسلَّط مقداره 18v ويحمل تياراً مقداره 45A . احسب:

i/ فيض الحرارة، و

ii/ درجة الحرارة الزائدة.

يتم إعطاء الإرتباط المتبادل التالي لماء مغلي على سطح مغمور أفقياً:

$$h = 1.58 \left[\frac{Q}{A}\right]^{0.75} = 5.62(\Delta t_e)^3\,, w/m^2\,^o c$$

الحل: بمعلومية:

$I = 45A\, , L = 250mm = 0.25m\, , d = 1.25mm = 0.00125m\, , v = 18V$

i/ فيض الحرارة، q :

دخل الطاقة الكهربائية إلى السلك،

$$Q = VI = 18 \times 45 = 810w$$

مساحة سطح السلك،

$$A_s = \pi dl = \pi \times 0.00125 \times 0.25 = 9.817 \times 10^{-4} m^2$$

$$\therefore q = \frac{Q}{A} = \frac{810}{9.817 \times 10^{-4}} = 0.825 \times 10^6 w/m^2 = 0.825Mw/m^2$$

ii/ درجة الحرارة الزائدة، Δt_e :

مستخدماً الإرتباط المتبادل،

$$1.58 \left[\frac{Q}{A}\right]^{0.75} = 5.62(\Delta t_e)^3$$

أو $\quad 1.58(0.825 \times 10^6)^{0.75} = 5.62(\Delta t_e)^3$

$$\Delta t_e = \left[\frac{1.58(0.825 \times 10^6)^{0.75}}{5.62}\right]^{0.333} = 19.68^o c$$

مثال (3):

سلك من النيكل بقطر 1mm وبطول 400mm ، يحمل تياراً يتم غمره في حمام ماء يكون مفتوحاً إلى الضغط الجوي. أحسب الجهد عند نقطة الإحتراق إذا كان السلك عند هذه النقطة يحمل تياراً مقداره 190A.

الحل: بمعلومية:

$I = 190A\, , L = 400mm = 0.4m\, , d = 1mm = 0.001m$

الخواص الفيزيائية الحرارية للماء عند $100^o c$ هي:

$$\rho_L = (\rho_f) = 958.4kg/m^3, \rho_v = 0.5955kg/m^3, h_{fg} = 2257kj/kg,$$

$$\sigma = 58.9 \times 10^{-3} N/m$$

الجهد عند نقطة الإحتراق، V_b :

عند الإحتراق، .i.e نقاط فيض الحرارة الحرج، يكون الإرتباط المتبادل كالآتي:

$$q_{sc} = 018(\rho_v)^{1/2}\, h_{fg}[g\sigma(\rho_l - \rho_v)]^{1/4}$$

$$= 0.18(0.5955)^{1/2} \times 2257 \times 10^3[9.81 \times 58.9 \times 10^{-3}(958.4 - 0.5955)]^{1/4}$$

$$= 1.52 \times 10^6 w/m^2 = 1.52 Mw/m^2$$

دخل الطاقة الكهربي للسلك،

$$Q = V_b \times I$$

أو $q = \frac{Q}{A} = \frac{V_b \times I}{A} = q_{sc}$

أو $V_b = \frac{A \times q_{sc}}{I} = \frac{\pi dl \times q_{sc}}{I} = \frac{\pi \times 0.001 \times 0.4 \times (1.52 \times 10^6)}{190}$

أو $V_b = 10.05V$

مثال (4):

يتم غلي ماء بمعدّل $25kg/h$ في طوة من النحاس الملمَّع (polished copper pan)، بقطر 280mm، عند ضغط جوي. مفترضاً حالات غليان تنوؤي، أحسب درجة الحرارة للسطح الأسفل للطوة.

الحل: بمعلومية:

$$D = 280mm = 0.28m\,;\;\; m = 25kg/h$$

خواص الماء عند الضغط الجوي هي:

$$C_{PL} = 4220j/kgK;\; \rho_v = 0.5955kg/m^3;\; \rho_L = 958.4kg/m^3; t_{sat} = 100^o c;$$

$$n = 1 \text{ (للماء)}$$

$$\mu_L = 279 \times 10^{-6};\; \sigma = 58.9 \times 10^{-3}N/m;\; h_{fg} = 2257kj/kg;\; pr_i = 1.75$$

درجة حرارة السطح السفلي، t_s :

$\Delta t_e = t_s - t_{sat}$ درجة الحرارة الزائدة

لغليان تنوؤي مفترض، يتم إعطاء الإرتباط المتبادل التالي:

$$q_s = \mu_l . h_{fg} \left[\frac{g(\rho_l - \rho_v)}{\sigma}\right]^{0.5} \left[\frac{C_{PL} . \Delta t_e}{C_{SL} . h_{fg} . pr_l^n}\right]$$

لطوة النحاس الملمع، $C_{SL} = 0.013$

أو $$\Delta t_e = \left[\frac{q_s}{\mu_l . h_{fg}}\left\{\frac{\sigma}{g(\rho_l - \rho_v)}\right\}^{0.5}\right]^{0.335} \left[\frac{C_{SL} . h_{fg} . pr_l}{C_{PL}}\right]$$

$$q_s = \text{فيض الحرارة السطحي} = \frac{Q}{A} = \frac{mh_{fg}}{A}$$

حيث m = معدّل تبخُّر الماء.

أو $$q_s = \frac{25 \times (2257 \times 10^3)}{3600 \times \left(\frac{\pi}{4} \times 0.28^2\right)} = 254544 w/m^2$$

$$\therefore \Delta t_e = \left[\frac{254544}{279 \times 10^{-6} \times 2257 \times 10^3}\left\{\frac{58.9 \times 10^{-3}}{9.81(958.4 - 0.5955)}\right\}^{0.5}\right]^{0.335}$$

$$\times \left[\frac{0.013 \times 2257 \times 10^3 \times 1.75}{4220}\right]$$

$$= [404.23 \times 0.0025]^{0.333} \times 12.16 = 12.2$$

$$i.e. \quad \Delta t_e = t_s - t_{sat} = 12.2$$

أو $$t_s = 12.2 + t_{sat} = 12.2 + 100 = 112.2^o c$$

مثال (5):

ماء عند ضغط جوي يتم غليه في طوة من النحاس الملمَّع (polished copper pan). يكون قطر الطوّة $350mm$ ويتم الحفاظ عليها عند $115^o c$. أحسب التالي:

i/ قدرة الموقد (burner).

ii/ معدّل التبخُّر (rate of evaporation).

iii/ فيض الحرارة الحرج لهذه الحالات.

الحل: بمعلومية:

$$t_{sat} = 100^o c, \qquad t_s = 115^o c, \qquad D = 350mm = 0.35m$$

الخواص الفيزيائية الحرارية للماء (من الجدول) عند $100^o c$ هي:

$$\rho_l = \rho_f = 958.4kg/m^3 \; ; \; \rho_v = 0.5955kg/m^3 \; ; \; C_{PL} = C_{Pf} = 4220j/kgk$$

$$\mu_L = \mu_f = 279 \times 10^{-6} NS/m^2; pr_l = pr_f = 1.75; \; h_{fg} = 2257kj/kg$$

$$n = 1 \; ; \; \sigma = 58.9 \times 10^{-3} N/m$$

درجة الحرارة الزائدة $\Delta t_e = t_s - t_{sat} = 115 - 100 = 15^o c$

i/ قدرة الموقد لإعداد الغليان: (power of the burner to maintain boiling)

كما في منحنى الغليان، لـ $\Delta t_e = 15^o c$ ، سيحدث غليان حوضي تنوؤي ولهذا يتم استخدام الإرتباط المتبادل التالي:

$$q_s = \mu_l . h_{fg} \left[\frac{g(\rho_l - \rho_v)}{\sigma} \right]^{0.5} \left[\frac{C_{PL} . \Delta t_e}{C_{SL} . h_{fg} . pr_l^n} \right]^3$$

لطوة النحاس الملمعَّة، $C_{SL} = 0.013$

بتعويض القيَّم في المعادلة عاليه، نحصل على

$$q_s = 279 \times 10^{-6} \times (2257 \times 10^3) \left[\frac{9.81(958.4 - 0.5955)}{58.9 \times 10^{-3}} \right]^{0.5}$$

$$\times \left[\frac{4220 \times 15}{0.013 \times 2257 \times 10^3 \times 1.75} \right]^3$$

$$= 629.7 \times 399.4 \times 1.873$$

$$= 471.06 \times 10^3 w/m^2 = 471.06kw/m^2$$

معدَّل إنتقال الحرارة بالغليان (قدرة الموقد) يتم إعطاؤه بـ

$$Q = 471.06 \times \frac{\pi}{4} \times (0.35)^2 = 45.32kw$$

ii/ معدّل التبخُّر، m_w :

تحت أحوال الحالة المستقرة، فإنَّ جميع الحرارة المضافة للطوة ستتسبّب في تبخُّر الماء. عليه

$$Q = m_w \times h_{fg}$$

$$m_w = \frac{Q}{h_{fg}} = \frac{45.32 \times 10^3}{2257 \times 10^3} = 0.02kg/s = 72kg/h$$

iii/ فيض الحرارة الحرج، q_{sc} :

$$q_{sc} = 0.18(\rho_v)^{1/2}\ h_{fg}[g\sigma(\rho_l - \rho_v)]^{1/4}$$

$$= 0.18(0.5955)^{1/2} \times 2257 \times 10^3[9.81 \times 58.9 \times 10^{-3}(958.4 - 0.5955)]^{1/4}$$

$$= 1.52 \times 10^6 w/m^2 = 152Mw/m^2$$

مثال (6):

عنصر تسخين من معدَّن مجلَّد (مكسو) (metal clad) بقطر $10mm$ وبإنبعاثية 0.92 يتم غمره أفقياً في حمَّام ماء. إذا كانت درجة حرارة سطح المعدن $260^o c$ تحت أحوال (شروط) الغليان المستقِر، أحسب فقد القدرة لكل وحدة طول للسخان. إفترض أنَّ الماء يكون معرّضاً للضغط الجوي ويكون عند درجة حرارة منتظمة.

الحل: بمعلومية:

$$t_s = 260^o c\,, \qquad \epsilon = 0.92\,, \qquad D = 10mm = 0.01m$$

الخواص الفيزيائية الحرارية للماء عند $100^o c$ من الجدول هي:

$$\rho_l = \rho_f = 958.4kg/m^3\ ;\ h_{fg} = 2257kj/kg$$

الخواص الفيزيائية الحرارية للبخار عند $260^o c$ من الجدول هي:

$$\rho_v = 4.807kg/m^3;\ C_{Pv} = 2.56kj/kgk; k = 0.0331w/mK$$

$$\mu_v = \mu_g = 14.85 \times 10^{-6} NS/m^2$$

القدرة المبدّدة لكل وحدة طول للسخَّان: (power dissipation per unit length for the heater)

الحرارة الزائدة $\Delta t_e = t_s - t_{sat} = 260 - 100 = 160^o c$

كما في منحنى الغليان، عند $\Delta t_e = 160^o c$ ، يكون هنالك شروط غليان حوضي شرائحي في هذه الحالة، يكون إنتقال الحرارة ناتجاً من كل من الحمل والإشعاع.

معامل إنتقال الحرارة، h (التقريبي) يتم حسابه من المعادلة:

$$h = h_{conv.} + \frac{3}{4} h_{rad}$$

معامل إنتقال الحرارة الحملي،

$$h_{conv.} = 0.62 \left[\frac{k_v^3 \rho_v (\rho_l - \rho_v) g \left(h_{fg} + 0.4 C_{pv} \Delta t_e \right)}{\mu_v \; D \; \Delta t_e} \right]^{1/4}$$

$$= 0.62 \left[\frac{(0.0331)^3 \times 4.807(958.4 - 4.807) \times 9.81 \times (2257 \times 10^3 + 0.4 \times 2.56 \times 10^3 \times 160)}{14.85 \times 10^{-6} \times 0.01 \times 160} \right]^{1/4}$$

أو $h_{conv.} = 395.84 \; w/m^{2\,o} c$

معامل إنتقال الحرارة بالإشعاع،

$$h_{rad} = \frac{5.67 \times 10^{-8} \; \epsilon (T_s^4 - T_{sat}^4)}{(T_s - T_{sat})}$$

$$= \frac{5.67 \times 10^{-8} \times 0.92[(260 + 273)^4 - (100 + 273)^4]}{[(260 + 273) - (100 + 273)]}$$

أو $h_{rad} = 20 \; w/m^{2\,o} c$

$$\therefore h = 395.84 + 20 = 415.84 \; w/m^{2\,o} c$$

بالتالي تبديد الحرارة لكل وحدة طول للسخان،

$$= h \times (\pi D \times L) \times (260 - 100)$$

$$= 415.884 \times \pi \times 0.01 \times 160 = 2090 \; w/m = 2.09 kw/m$$

الفصل السادس

إنتقال الحرارة بالتكثيف

(Condensation Heat Transfer)

6.1 مناحي عامة (General Aspects):

عملية التكثيف هي معكوس عملية الغليان. يحدث التكثيف متى ما تلامس بخار مشبَّع مع سطح تكون درجة حرارته أقل من درجة حرارة التشبُّع المقابلة لضغط البخار. كلما يتكثف البخار، تتحرر الحرارة الكامنة ويكون هنالك إنتقال للحرارة إلى السطح. يمكن أن يحصل السائل المتكثف على تبريد تحت درجة التكثف بالتلامس مع السطح البارد وهذا يمكن أن يتسبّب آنياً في بخار أكثر يتكثف على السطح المعرّض أو على البخار السائل المتكثف المتكون مسبقاً.

6.2 أشكال التكثُّف (Forms of Condensation):

إعتماداً على حالة السطح البارد، يمكن أن يحدث التكثيف بطريقتين محتملتين: التكثف الشريحي والتكثف بالتنقيط.

1/ التكثف الشريحي (Film Condensation):

إذا كانت المادة المتكثفة تميل لترطيب السطح وبالتالي تكوّن شريحة سائلة، بالتالي فإنَّ عملية التكثيف تُعرف بالتكثيف الشريحي. في هذا الإجراء، يتم نقل الحرارة من البخار إلى الوسيط البارد خلال شريحة من المادة المتكثفة متكوّنة على السطح. ينساب السائل أسفل سطح التبريد تحت فعل التثاقل وتنمو الطبقة بإتصال في سمكها بسبب الأبخرة المتكثِّفة حديثاً. تعطي الشريحة المتصلة مقاومة حرارية وتفحص إنتقال حرارة متقدم (إضافي) بين البخار والسطح.

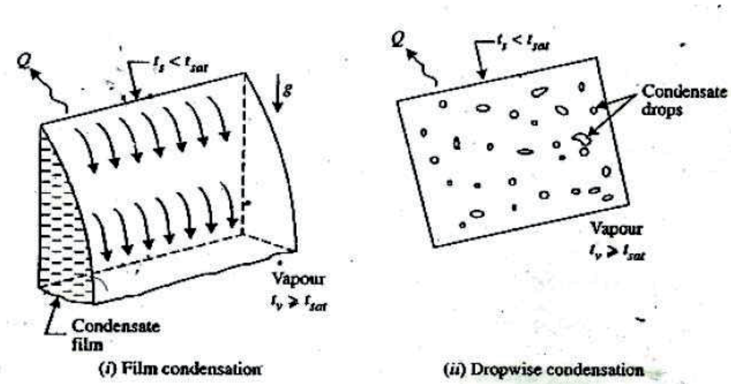
إضافياً، يحدث إنتقال الحرارة من البخار إلى السطح البارد خلال الشريحة المتكونة على السطح. يتم نقل الحرارة من البخار إلى المادة المتكثفة المتكوّنة على السطح بالحمل ويتم نقلها إضافياً من الشريحة المتكثفة إلى سطح التبريد بالتوصيل. هذا الأسلوب المتحد لإنتقال الحرارة بالتوصيل والحمل يخفِّض معدلات إنتقال الحرارة بصورة كبيرة (مقارنة مع التكثيف بالنقط). هذا هو السبب في أنَّ معدلات إنتقال الحرارة بالتكثيف الشريحي

تكون أقلّ من تلك للتكثف التناقطي. الشكل (6.1(i يوضّح التكثف الشريحي .

2/ التكثُّف بالنقط (Drop wise Condensation):

في التكثّف بالنقط يتكثَّف البخار في شكل نقاط صغيرة من السائل بمقاسات متنوعة والتي تهبط اسفل السطح في صورة عشوائية. تتكون النقاط في الشقوق والحفر الموجودة على السطح، تنمو في حجمها، تبعد أو تنفصل عن السطح، تصطدم بنقاط أخرى وفي الحال تسيل خارج السطح بدون تكوين شريحة تحت تأثير التثاقل. الشكل (6.1(ii يوضّح التكثّف بالنقاط على لوحة رأسية.

في هذا النوع من التكثيف فإنَّ جزءاً كبيراً من مساحة السطح المصمت يتم تعريضها مباشرة لبخار بدون شريحة عازلة للسائل المتكثف، نتيجة لذلك يتم إنجاز معدّل إنتقال حرارة أعلى (إلى مقدار $750kw/m^2$). يُلاحظ حدوث التكثّف بالنقط إما على أسطح ذات لمعان عالٍ أو على أسطح ملوثة بالشوائب مثل الأحماض الدهنية والمركبات العضوية. هذا النوع من التكثيف يُعطي معامل إنتقال حرارة عموماً من 5 إلى 10 أضعاف أكبر من ذلك بالشريحة. بالرغم من أنَّ التكثيف بالتناقط يتم تفضيله على التكثيف بالشريحة إلا أنه من الصعوبة بمكان إنجازه أو إعداده. هذا لأنَّ معظم الأسطح تصبح رطبة بعد تعريضها لأبخرة متكثفة على فترة من الزمن. يمكن الحصول على التكثيف بالتناقط تحت أحوال مسيطر عليها بمساعدة إضافات محسنة للمادة المتكثفة ولأغلفة سطح مختلفة (surface coatings).

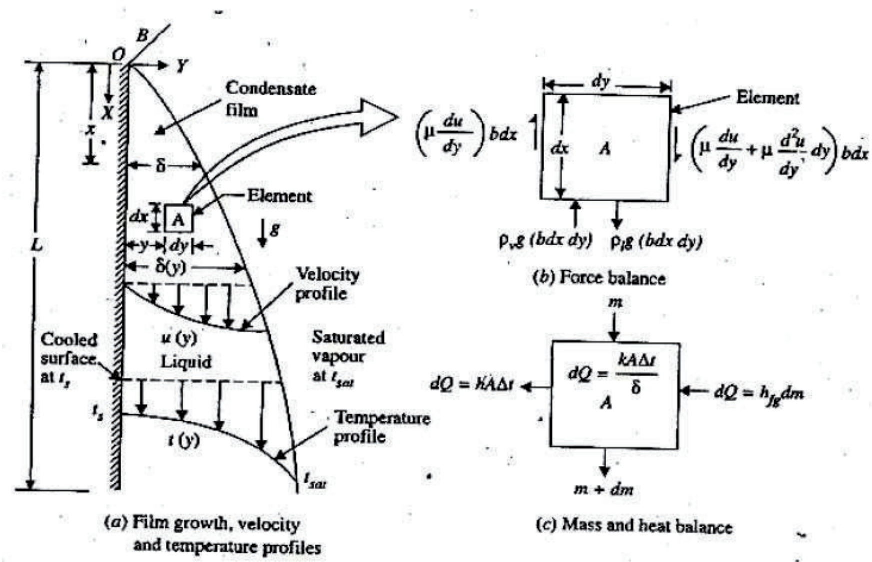


شكل (6.1) التكثيف الشريحي والتكثيف بالتنقيط على سطح رأسي

6.3 تكثيف الشريحة الطباقي على لوحة رأسية:

(Laminar Film Condensation on a Vertical Plate)

يمكن عمل تحليل للتكثف الشريحي على لوحة رأسية على خطوط تم إعدادها بواسطة Nusselt (1916). ما لم تكون سرعة البخار عالية جداً أو شريحة السائل سميكة جداً، فسوف تكون حركة المادة المتكثفة طباقية (laminar). سيكون سمك شريحة المادة المتكثّفة دالة في معدّل تكثف البخار والمعدّل الذي تُزال به المادة المتكثّفة من السطح. سمك الشريحة على سطح رأسي سيزيد تدريجياً من أعلى إلى أسفل كما موضّح في الشكل (6.2).



شكل (6.2) تكثّف شريحي على لوحة مستوية رأسية

تحليل (Nusselt) لتكثّف الشريحة أوجد الإفتراضات المبسّطة التالية:

1. شريحة السائل المتكوِّنة تنساب تحت فعل التثاقل.

2. يكون سريان المادة المتكثّفة طباقياً وخواص المائع ثابتة.

3. تكون شريحة السائل في تلامس حراري جيّد مع سطح التبريد وبالتالي يتم أخذ درجة الحرارة داخل الشريحة مكافئة لدرجة حرارة السطح t_s. إضافياً، تكون درجة الحرارة عند السطح البيني لسائل – بخار مكافئة لدرجة حرارة التشبع t_{sat} عند الضغط السائد.

4. يتم إفتراض أنَّ القص اللزج وقوى التثاقل تعمل على المائع، عليه يتم تجاهل القوة اللزجة المتعامدة وقوى القصور الذاتي.

5. يكون إجهاد القص عند السطح البيني لسائل – بخار صغير بحيث يتم تجاهله. هذا يعني أنه لا يوجد ميل سرعة (velocity gradient) عند السطح البيني لسائل – بخار،

$$\left[i.e., \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{y=\delta} = 0\right]$$

6. يكون إنتقال الحرارة عبر الطبقة المتكثِّفة بتوصيل خالص ويكون توزيع درجة الحرارة خطياً.

7. يكون البخار المتكثِّف نظيف كلياً وحر من الغازات، الهواء والشوائب اللامتكثّفة.

8. يتم إعتبار الإشعاع بين البخار وشريحة السائل؛ المركَّبة الأفقية للسرعة عند أي نقطة في شريحة السائل؛ وتقوّس الشريحة صغيرة جداً بحيث يتم تجاهلها.

إعتبر عملية تكثيف شريحي تحدث على سطح لوحة رأسية مستوية كما موضّح في الشكل (6.2). يتم أيضاً رسم نظام الإحداثيات على الشكل. تكون نقطة الأصل 'o' عند الطرف العلوي للوحة، يقع المحور x بطول السطح الرأسي بالإتجاه الموجب لـ x مقاساً لأسفل ويكون المحور y متعامداً معه. إرتفاع اللوح الرأسي l، العرض b، و δ ترمز لسمك الشريحة على بعد x من الأصل. سمك شريحة السائل الذي يكون صفراً عند الطرف العلوي للوحة يزيد تدريجياً عندما يحدث تكثيف إضافي عند السطح البيني لسائل – بخار ويصل لقيمته القصوى عند الطرف السفلي للوحة.

أجعل، ρ_l = كثافة شريحة السائل.

ρ_v = كثافة البخار.

ρ_{fg} = الحرارة الكامنة للتكثُّف.

k = موصلية شريحة السائل.

μ = اللزوجة المطلقة لشريحة السائل.

t_s = درجة حرارة السطح.

t_{sat} = درجة حرارة تشبع البخار عند الضغط السائد.

(a) توزيع السرعة (Velocity Distribution):

لإيجاد تعبير لتوزيع السرعة u كدالة للبعد y من سطح الجدار، دعنا نعتبر اتزاناً بين قوى التثاقل واللزوجة على حجم ابتدائي (أوَّلي) $(bdx\ dy)$ لشريحة السائل،

$$\text{قوة التثاقل على العنصر} = \rho_l g(bdx\ dy) - \rho_v g(bdx\ dy) \qquad (i)$$

قوة القص اللزج على العنصر،

$$= \mu \frac{du}{dy}(bdx) - \left[\mu \frac{du}{dy} + \mu \frac{d^2u}{dy^2} dy\right](bdx) \qquad (ii)$$

بمساواة المعادلتين (i) و (ii) نحصل على،

$$\rho_l g(bdx\ dy) - \rho_v g(bdx\ dy) = \mu \frac{du}{dy}(bdx) - \left[\mu \frac{du}{dy} + \mu \frac{d^2u}{dy^2} dy\right](bdx)$$

$$\frac{d^2u}{dy^2} = \frac{-(\rho_l - \rho_v)g}{\mu} \qquad (1)$$

بالتكامل نحصل على،

$$\frac{du}{dy} = \frac{-(\rho_l - \rho_v)g}{\mu} y + c_1$$

بالتكامل مرة أخرى، نحصل على،

$$\mu = \frac{-(\rho_l - \rho_v)\ (y^2/2)g}{\mu} c_1 y + c_2$$

تكون الشروط الحدودية كما يلي:

عند $y\ ,\ 0 = u0$=

عند $\frac{du}{dy} = 0\ ,\ y = \delta$

باستخدام هذه الشروط الحدودية، نحصل على القيَّم التالية لـ c_1 و c_2 ،

$$c_1 = \frac{(\rho_l - \rho_v)g\delta}{\mu} \quad \text{و} \quad c_2 = 0$$

بتعويض قيَّم c_1 و c_2 نحصل على الشكل الجانبي للسرعة (velocity profile).

$$u = \frac{(\rho_l - \rho_v)g}{\mu}\left[\delta y - \frac{y^2}{2}\right] \qquad (2)$$

أو

$$u = \frac{(\rho_l - \rho_v)g.\delta^2}{\mu}\left[\frac{y}{\delta} - \frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta}\right)^2\right] \qquad (3)$$

المعادلة (3) هي الشكل الجانبي للسرعة المطلوبة.

يتم إعطاء متوسط سرعة السريان u_{mean} للشريحة السائل على بعد y بالمعادلة،

$$u_m = \frac{1}{\delta}\int_0^\delta u\, dy$$

$$= \frac{1}{\delta}\int_0^\delta \frac{(\rho_l - \rho_v)g.\delta^2}{\mu}\left[\frac{y}{\delta} - \frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta}\right)^2\right] dy$$

أو

$$u_m = \frac{(\rho_l - \rho_v)g.\delta^2}{3\mu} \qquad (4)$$

(b) معدَّل سريان الكتلة (Mass Flow Rate):

معدَّل سريان الكتلة للمادة المتكثفة خلال أيَّ وضع x للشريحة يتم إعطاؤه بـ:

الكثافة × مساحة السريان × (u_m) متوسط سرعة السريان = معدل سريان الكتلة (m)

أو

$$m = \frac{(\rho_l - \rho_v)g.\delta^2}{3\mu} \times b.\delta \times \rho_l = \frac{\rho_l(\rho_l - \rho_v)g.b.\delta^2}{3\mu} \qquad (5)$$

عليه، يكون سريان الكتلة دالة في x ؛ هذا بسبب أنَّ سمك الشريحة δ يكون أساسياً معتمداً على x .

كلما يتواكب السريان من x إلى $(x + \delta x)$ تنمو الشريحة من δ إلى $(\delta + d\delta)$ بسبب المادة المتكثّفة الإضافية. كتلة المادة المتكثّفة المضافة بين x و $(x + \delta x)$ يمكن حسابها بتفاضل المعادلة (3.5) بالنسبة لـ x (أو δ).

$$dm = \frac{d}{dx}\left[\frac{\rho_l(\rho_l - \rho_v)g.b.\delta^3}{3\mu}\right]dx$$

$$= \frac{d}{dx}\left[\frac{\rho_l(\rho_l - \rho_v)g.b.\delta^3}{3\mu}\right]\frac{d\delta}{dx}dx$$

$$dm = \left[\frac{\rho_l(\rho_l - \rho_v)g.b.\delta^2}{\mu}\right]dx \qquad (6)$$

(c) فيض الحرارة (Heat Flux):

معدّل سريان الحرارة في الشريحة (dQ) يكافئ معدّل تحرير الطاقة نتيجة للتكثيف عند السطح. هكذا،

$$dQ = h_{fg}.dm = h_{fg}\left[\frac{\rho_l(\rho_l - \rho_v)g.b.\delta^2}{\mu}\right]ds \qquad (7)$$

طبقاً لإفتراضنا فإنَّ إنتقال الحرارة عبر طبقة المادة المتكثّفة يكون بالتوصيل الخالص، بالتالي،

$$dQ = \frac{k(bdx)}{\delta}(t_{sat} - t_s) \qquad (8)$$

بتوحيد المعادلتين (7) و (8)، نحصل على،

$$\frac{h_{fg}\,\rho_l(\rho_l - \rho_v)g.b.\delta^2}{\mu}.ds = \frac{k(bdx)}{\delta}(t_{sat} - t_s)$$

أو

$$\delta^3.ds = \frac{k\,\mu}{\rho_l(\rho_l - \rho_v)gh_{fg}}(t_{sat} - t_s)dx$$

بتكامل المعادلة عاليه نحصل على،

$$\frac{\delta^4}{4} = \frac{k\,\mu}{\rho_l(\rho_l - \rho_v)gh_{fg}}(t_{sat} - t_s)x + c_1$$

بتعويض الشرط الحدودي: $\delta = 0$ عند $x = 0$ ينتج $c_1 = 0$ بالتالي:

$$\delta = \left[\frac{4k\ \mu(t_{sat} - t_s)x}{\rho_l(\rho_l - \rho_v)gh_{fg}}\right]^{\frac{1}{4}} \qquad (9)$$

توضَّح المعادة (9) أن سمك شريحة الحرارة تزيد بزيادة الجذر الرابع للبعد أسفل السطح، تكون الزيـادة إلـى حدٍ ما سريعة عند الطرف العلوي للسطح الرأسي وتُبطيء من بعد.

(d) معامل إنتقال الحرارة الشريحي: (Film Heat Transfer Coefficient)

طبقاً لفرضية (Nusselt) يكون سريان الحرارة من البخار إلى السطح بالتوصيل من خلال شريحة السائل. عليه،

$$dQ = \frac{k(bdx)}{\delta}(t_{sat} - t_s) \qquad (i)$$

أيضاً يمكن التعبير عن سريان الحرارة بـ

$$dQ = h_x(b\ dx)(t_{sat} - t_s) \qquad (ii)$$

حيث h_x هو معامل إنتقال الحرارة الموضعي.

من المعادلات (i) و (ii) نحصل على،

$$\frac{k(bdx)}{\delta}(t_{sat} - t_s) = h_x(b\ dx)(t_{sat} - t_s)$$

أو $$h_x = \frac{k}{s} \qquad (10)$$

توضّح المعادل (10) أنه عند نقطة محدّدة على سطح انتقال الحرارة، يكون معامل الشريحة h_x متناسباً طرداً مع الموصلية الحرارية k ومتناسباً عكسياً مع سمك الشريحة δ عند تلك النقطة.

بتعويض قيمة s من المعادلة (9)، نحصل على،

$$h_x = \left[\frac{\rho_l(\rho_l - \rho_v)k^3 gh_{fg}}{4\mu\ x(t_{sat} - t_s)}\right]^{\frac{1}{4}} \qquad (11)$$

معامل إنتقال الحرارة الموضعي عند الطرف السفلي للوحة، $i.e.\ \ x = l$

$$h_l = \left[\frac{k^3\rho^2 g h_{fg}}{\mu\, \mu h_l (t_{sat} - t_s)}\right]^{\frac{1}{4}} \qquad (12)$$

يُلاحظ أنَّ معدّل التكثيف لإنتقال الحرارة يكون أكبر عند الطرف العلوي للوحة من ذلك عند الطرف السفلي.

يمكن الحصول على القيمة المتوسطة بتكامل القيمة الموضعية للمعامل (المعادلة (11)) كما يلي:

$$\bar{h} = \frac{1}{l}\int_0^l h_x\, dx$$

$$= \frac{1}{l}\int_0^l \left[\frac{\rho_l(\rho_l - \rho_v)k^3 g h_{fg}}{4\mu\, x(t_{sat} - t_s)}\right]^{\frac{1}{4}} dx = \frac{1}{l}\int_0^l \left[\frac{\rho_l(\rho_l - \rho_v)k^3 g h_{fg}}{4\mu\, (t_{sat} - t_s)}\right]^{\frac{1}{4}} \int_0^l x^{-\frac{1}{4}} dx$$

$$= \frac{1}{l}\left[\frac{\rho_l(\rho_l - \rho_v)k^3 g h_{fg}}{4\mu\, (t_{sat} - t_s)}\right]^{\frac{1}{4}} \left[\frac{x^{\left(-\frac{1}{4}+1\right)}}{-\frac{1}{4}+1}\right]_0^l$$

أو $$\bar{h} = \frac{4}{3}\left[\frac{\rho_l(\rho_l - \rho_v)k^3 g h_{fg}}{4\mu\, l(t_{sat} - t_s)}\right]^{\frac{1}{4}} \qquad (13)$$

$$\bar{h} = \frac{4}{3}\, h_l = \frac{4}{3} \times \frac{k}{\delta_l}$$

حيث h_l هو معامل إنتقال الحرارة الموضعي عند الحافة السفلى للوح.

هذا يوضّح أنّ معامل إنتقال الحرارة المتوسط يكون مقداره $\frac{4}{3}$ مرة معامل إنتقال الحرارة الموضعي عند لحافة الخلفية للوحة (trailing edge).

يتم عادة كتابة المعادلة (13) في الصورة،

$$\bar{h} = 0.943\left[\frac{\rho_l(\rho_l - \rho_v)k^3 g h_{fg}}{\mu\, l(t_{sat} - t_s)}\right]^{\frac{1}{4}} \qquad (14)$$

حل (Nusselt) الذي تمَّ إشتقاقه عاليه هو حل تقريبي بما أنَّ النتائج المختبرية أوضحت أنها تنتج نتائج تكون تقريباً حوالي 20% أقلَّ من القيّم المقاسة. إقترح M_c Adams إستخدام قيمة مقدارها 1.13 في محل المعامل 0.943 بالتالي،

$$\bar{h} = 1.13 \left[\frac{\rho_l(\rho_l - \rho_v)k^3 g h_{fg}}{\mu\, l(t_{sat} - t_s)}\right]^{\frac{1}{4}} \qquad (15)$$

بينما يتم إستخدام المعادلة عاليه يمكن ملاحظة أنَّ جميع خواص السائل يتم تقييمها عند درجة الحرارة $\left[\frac{t_{sat}-t_s}{2}\right]$ ويجب تقييم h_{fg} عند t_{sat} .

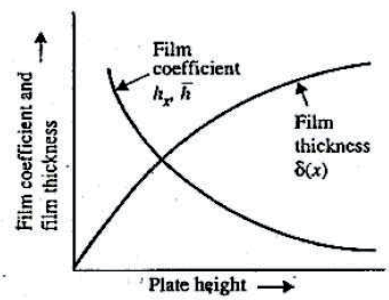
إنتقال الحرارة الكلي إلى السطح،

$$Q = h\, A_s(t_{sat} - t_s) \qquad (16)$$

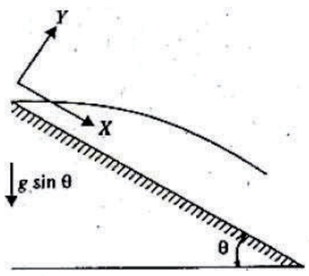
معدّل التكثيف الكلي،

$$m = \frac{Q}{h_{fg}} = \frac{h\, A_s(t_{sat} - t_s)}{h_{fg}} \qquad (17)$$

الشكل (6.3) أدناه يوضَّح تفاوت سمك الشريحة ومعامل الشريحة مع ارتفاع اللوحة.



شكل (6.3) تفاوت سمك الشريحة ومعامل الشريحة مع إرتفاع اللوحة



شكل (6.4) التكثُّف على سطح مائل

يزيد سمك الشريحة بزيادة ارتفاع اللوحة. ينقص معدّل إنتقال الحرارة بزيادة إرتفاع اللوحة بما أنَّ المقاومة الحرارية تزيد بزيادة سمك الشريحة.

(e) سطح لوحة مستوٍ مائل (Inclined Flat Plate Surface):

لأسطح مستوية مائلة، يتم إحلال التسارع التثاقلي g في المعادلة (15) بـ $g\ sin\theta$ حيث θ هي الزاوية بين السطح والأفقي (أرجع للشكل (6.4)). يتم تعديل المعادلة (15) كالآتي:

$$h_{inclined} = 1.13\left[\frac{\rho_l(\rho_l-\rho_v)k^3(g\,sin\theta)h_{fg}}{\mu\, l(t_{sat}-t_s)}\right]^{\frac{1}{4}} \qquad (18)$$

أو $$h_{inclined} = h_{vertical} \times (\sin\theta)^{\frac{1}{4}} \qquad (19)$$

يتم تطبيق المعادلة (19) فقط لحالات تكون فيها θ صغيرة، وهي غير قابلة للتطبيق بالمرة للوحة أفقية.

6.4 تكثيف الشريحة المضطرب (Turbulent Film Condensation):

عندما تكون اللوحة التي يحدث عليها التكثيف طويلة أو عندما تكون شريحة السائل قوية بكفاية، يمكن أن يصبح سريان المادة المتكثفة مضطرباً. ينتج عن الإضطراب معدلات إنتقال حرارة أعلى بما أنَّ الحرارة الآن لا تنتقل فقط بالتكثيف إنما أيضاً بالإنتشار الدوآمي (eddy diffusion). يمكن التعبير عن قانون الإنتقال (transition criterion) بدلالات رقم رينولدز الذي يتم تعريفه بـ :

$$Re = \frac{\rho_l\, u_m\, D_h}{\mu_l}$$

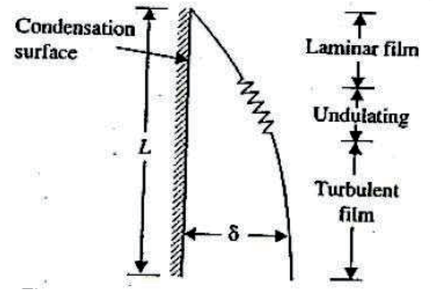
حيث، D_h = القطر الهايدروليكي

$$D_h = 4 \times \frac{\text{مساحة المقطع العرضي لسريان السائل}}{\text{المحيط المرطّب}} = \frac{4A}{p}$$

u_m = متوسط سرعة السريان

$$Re = \frac{\rho_l \times u_m \times 4A_c}{p \times \mu_l} = \frac{4m}{p\,\mu_l} \qquad (20)$$

حيث، $m = \rho A u_m u_m$



شكل (6.5) مناطق التكثّف الشريحي على سطح رأسي

للوحة رأسية بوحدة عمق، $p = 1$ ، يتم التعبير عن رقم رينولدز في بعض الأحيان بدلالات معدّل سريان الكتلة لكل وحدة عمق للوحة τ ، بحيث أنَّ

$$Re = \frac{4\tau}{\mu_e} \qquad (21)$$

بـ $\tau = 0$ عند أعلى اللوحة و τ تزيد مع x .

أيضاً يمكن ربط رقم رينولدز بمعامل إنتقال الحرارة كما يلي:

$$Q = \bar{h}\, A_s(t_{sat} - t_s) = \dot{m} h_{fg}$$

$$\dot{m} = \frac{Q}{h_{fg}} = \frac{\bar{h}\, A_s(t_{sat} - t_s)}{h_{fg}}$$

$$Re = \frac{4\bar{h}\, A_s(t_{sat} - t_s)}{h_{fg}\, \rho\, \mu_l} \qquad (22)$$

للوحة، $A = L \times B$ و $p = B$ ، حيث L و B هما إرتفاع وعرض اللوحة على الترتيب.

عليه،

$$Re = \frac{4\bar{h}\, L(t_{sat} - t_s)}{h_{fg}\;\; \mu_l} \qquad (23)$$

عندما تزيد قيمة Re عن 1800 (تقريباً)، سيظهر الإضطراب في شريحة السائل.

لـ $Re > 1800$ ، يمكن إستخدام الإرتباط المتبادل التالي:

$$\bar{h} = h_{turb} = 0.0077\left[\frac{\rho_l(\rho_l - \rho_v)k^3 g}{\mu_l^2}\right]^{\frac{1}{3}} (R_l)^{0.4} \qquad (24)$$

6.5 تكثيف الشريحة على أنابيب أفقية

:(Film Condensation on Horizontal Tubes)

تحليل Nusselt لتكثيف شريحي طباقي على أنابيب أفقية يقود إلى العلاقات التالية:

$$\bar{h} = 0.725\left[\frac{\rho_l(\rho_l - \rho_v)k^3 g h_{fg}}{\mu_l\,(t_{sat} - t_s)\,D}\right]^{\frac{1}{4}} \qquad (25)$$

لأنبوب أفقي مفرد،

$$\bar{h} = 0.725 \left[\frac{\rho_l(\rho_l - \rho_v)k^3 g h_{fg}}{N\, \mu_l\, (t_{sat} - t_s)\, D}\right]^{\frac{1}{4}} \qquad (26)$$

لأنبوب افقي بعدد N أنبوب موضوعة مباشرة واحدة فوق الأخرى في الإتجاه الرأسي.

حيث، D = القطر الخارجي للأنبوب.

6.6 تكثيف الشريحة من داخل الأنابيب الأفقية

:(Film Condensation Inside Horizontal Tubes)

هنالك تطبيقات هندسية عديدة في تكثيف البخار داخل الأنابيب مثل المكثّفات المستخدمة في التبريد وأنظمة تكييف الهواء والعديد من الصناعات الكيميائية والبتروكيميائية. ما يحدث داخل هذه الأنابيب معقد جداً بما أنَّ معدَّل السريان الإجمالي للبخار يؤثر بقوة على معدّل إنتقال الحرارة وأيضاً على معدّل التكثيف على الجدران.

أوصى (Chato) في العام 1962م بإستخدام الإرتباط المتبادل التالي لسرعات منخفضة في داخل أنابيب أفقية (تكثيف مواد التبريد) (Condensation of refrigerants).

$$\bar{h} = 0.555 \left[\frac{\rho_l(\rho_l - \rho_v)k^3 g h'_{fg}}{\mu_l\, D(t_{sat} - t_s)}\right]^{\frac{1}{4}} \qquad (27)$$

حيث ، $h'_{fg} = h_{fg} + \frac{3}{8} c_{Pl}(t_{sat} - t_s) \qquad (28)$

تقتصر المعادلة (28) على رقم رينولدز لبخار منخفض بحيث أنَّ

$$Re_v = \left[\frac{\rho_v\, u_{mv}\, D}{\mu_v}\right] < 3500$$

حيث يتم تقييم Re_v عند حالات الدخول إلى الأنابيب.

6.7 تأثير وجود غازات لا متكثفة (غير قابلة للتكثّف):

(Influence of the Presence of Non-Condensable Gases)

وجود غاز غير متكثّف مثل الهواء في بخار يمكن تكثفه ينتج تأثيراً خطيراً على معامل إنتقال الحرارة. لقد لوحظ أنه حتى في وجود نسبة مئوية حجمية للهواء في بخار فإنّ معامل إنتقال الحرارة بالتكثيف ينخفض بأكثر من 50%. هذا يرجع لحقيقة أنه عندما يتكثف بخار يحتوي على غاز غير قابل للتكثف، فإنّ هذا الغاز يُترك عند السطح. أيّ تكثيف إضافي عند السطح سيحدث فقط بعدما ينتشر البخار القادم خلال هذا الغاز الغير قابل للتكثّف الذي يتم تجميعه في محيط السطح (collected in the vicinity of surface). يعمل الغاز غير القابل للتكثّف المجاور للسطح كمقاومة حرارية لعملية التكثيف. ينخفض معدّل التكثيف بصورة كبيرة عندما يتلوّث البخار القابل للتكثف ولو بمقدار صغير جداً من الغازات غير القابلة للتكثف.

بما أن حضور غاز غير قابل للتكثّف في بخار متكثف يكون غير مرغوباً فيه، فإنّ الممارسة العملية في التصميم يجب أن تشتمل على تنفيس الغاز غير القابل للتكثف بأقصى ما يمكن.

6.8 أمثلة محلولة (Solved Examples):

مثال (1):

ناقش الأنواع المختلفة لعمليات التكثيف للبخار على سطح مصمت.

الحل:

متى ما تلامس بخار مشبّع مع سطح عند درجة حرارة منخفضة يحدث التكثيف.

هنالك أسلوبان للتكثيف:

- التكثيف بالشريحة: حيث يرطّب التكثيف السطح مكوّناً شريحة متصلة تُغطي السطح بأكمله.

- التكثيف بالنقط: حيث يتكثّف البخار في شكل نقاط صغيرة بأحجام متفاوتة تهبط أسفل السطح بصورة عشوائية.

يحدث التكثيف بالشريحة عموماً على أسطح غير ملوَّثة. في هذا النوع من التكثيف تنمو الشريحة التي تغطّي السطح بأكمله في السمك كلما تحركت أسفل السطح بالتثاقل. هنا يوجد ميل حراري في الشريحة (thermal gradient) وبالتالي فهي تعمل كمقاومة لإنتقال الحرارة.

في التكثيف النقطي هنالك جزء كبير من مساحة اللوحة يتعرض مباشرة للبخار جاعلاً معدلات إنتقال الحرارة أعلى كثيراً (5 إلى 10 أضعاف) عن تلك في التكثيف الشريحي.

بالرغم من أنه يتم تفضيل التكثيف النقطي على التكثيف الشريحي لكن من الصعوبة بمكان إنجازه أو إعداده. هذا بسبب أنَّ معظم الأسطح تصبح مرطّبة عندما يتم تعريضها لبخار متكثّف لفترة من الزمن. يمكن الحصول على التكثيف النقطي تحت أحوال مسيطر عليها بمساعدة إضافات معينة للمادة المتكثّفة ولتغطيات سطح مختلفة (various surface coating)، ولكن لم يتم إثبات فائدتها التجارية حتى الآن (commercial viability).

لهذا السبب فإنَّ معدلات التكثيف المستخدمة يتم تصميمها على أساس التكثيف الشريحي.

مثال (2):

بخار مشبّع عند $t_{sat} = 90^o c$ ،($p = 70.14\ k\ pa$) يتكثّف على السطح الخارجي لأنبوب رأسي بطول $1.5m$ وقطر خارجي $2.5m\ (OD)$ يتم إعداده عند درجة حرارة منتظمة $\tau_{\infty} = 70^o c$. بإفتراض تكثيف شريحي (film condensation) أحسب:

(i) معامل الإنتقال الموضعي عند أسفل الأنبوب، و

(ii) معامل إنتقال الحرارة المتوسط على الطول الكلي للأنبوب.

خواص الماء عند $80^o c$ هي:

$$k_l = 0.668w/mK\ , \rho_l = 974kg/m^3\ , h_{fg} = 2309kj/kg\ , \mu_l = 0.335 \times 10^3 kg/ms$$

$$\rho_v \ll \rho_l$$

الحل:

بمعلومية:

$$L = 1.5m\ , t_{sat} = 90^o c\ (p = 70.14kpa)\ , t_s = 90^o c\ , D = 2.5cm = 0.025m$$

خواص الماء عند $80^o c$ ؛ $\rho_l = 974kg/m^3$ ؛ $\left(t_f = \frac{90+70}{2} = 80^o c\right)$ ؛ $k = 0.668w/mk$ ؛

$$\rho_v \ll \rho_l;\ \mu = 0.335 \times 10^3 kg/ms\ ; h_{fg} = 2309\ kj/kg$$

(i) معامل إنتقال الحرارة الموضعي، h_x :

بالترميز المعتاد، يتم إعطاء معامل إنتقال الحرارة الموضعي لتكثيف الشريحة

$$h_x = \left[\frac{\rho_l(\rho_l - \rho_v)k^3 g h_{fg}}{4\mu x(t_{sat} - t_s)}\right]^{\frac{1}{4}}$$

∴ معامل إنتقال الحرارة الموضعي عند أسفل الأنبوب، $x = 1.5m$ ، هو

$$h_l(= h_{1.5}) = \left[\frac{(974)^2 \times (0.668)^3 \times 9.81 \times (2309 \times 10^3)}{4 \times 0.335 \times 10^{-3} \times 1.5(90 - 70)}\right]^{\frac{1}{4}}$$

(بما أنَّ $\rho_l \ll \rho_v$)

$$= \left[\frac{6.4053 \times 10^{15}}{40.2}\right]^{\frac{1}{4}} = 3552.9\, w/m^2\, {}^o c \ \ (Ans.)$$

(ii) معامل إنتقال الحرارة المتوسط ، $\bar{h}$:

$$\bar{h} = \frac{4}{3} h_l = \frac{4}{3} \times 3552.9 = 4737.2\, w/m^2\, {}^o c\ (Ans.)$$

مثال (3):

بخار مشبَّع عند $120^o c$ يتكثّف على أنبوب رأسي بقطر خارجي $2cm\ OD$ وبطول $20cm$. يتم إعداد جدار الأنبوب عند درجة حرارة $119^o c$. أحسب معامل إنتقال الحرارة المتوسط وسمك الشريحة المتكثفة عند قاعدة الأنبوب. إفترض أنَّ حل Nusselt يكون صحيحاً. معطى:

$$k_w = 0.686 w/mK\ ;\ h_{fg} = 2202.2 kj/kg\ ;\ \rho_w = 943 kg/m^3\ , p_{sat} = 1.98 bar$$

$$\mu = 237.3 \times 10^{-6}\ Ns/m^2$$

الحل:

من حل Nusselt ، نحصل على،

$$\delta = \left[\frac{4t\ \mu(t_{sat} - t_s)x}{\rho_e(\rho_e - \rho_v) g h_{fg}}\right]^{\frac{1}{4}}$$

$$\delta_l = \left[\frac{4 \times 0.686 \times 237.3 \times 10^{-6} \times (120 - 119) \times 0.2}{(943)^2 \times 9.81 \times 2202.2 \times 10^3}\right]^{\frac{1}{4}}$$

بتجاهل ρ_v بالمقارنة مع ρ_l

$$= \left[\frac{0.0001302}{1.92 \times 10^{13}}\right]^{\frac{1}{4}} = 5.1 \times 10^{-5} m \ or \ \ 0.051 mm \ (Ans.)$$

الآن،

$$h_l = \frac{k}{\delta_l} = \frac{0.686}{0.051 \times 10^{-3}} \simeq 13451$$

∴ معامل إنتقال الحرارة المتوسط،

$$\bar{h} = \frac{4}{3} h_l = \frac{4}{3} \times 13451 = 17934.67 \ w/m^2\, K \ (Ans.)$$

مثال (4):

زعنف تبريد رأسي تقريباً كلوح مستوٍ إرتفاعه $40cm$ يتم تعريضه لبخار مشبّع عند ضغط جوي $(t_{sat} = 100^o c, h_{fg} = 2257 kj/kg)$. يتم إعداد الزعنف عند درجة حرارة مقدارها $90^o c$. أحسب التالي:

(i) سمك الشريحة عند أسفل الزعنف،

(ii) معامل إنتقال الحرارة الإجمالي،

(iii) معدّل إنتقال الحرارة بعد إشراك تصحيح (M_c Adam).

تكون خواص المائع كالآتي:

$$\rho_l = 965.3 kg/m^3 \ , \ \ k_l = 0.68 w/m^o c \ , \ \ \mu_l = 3.153 \times 10^4 Ns/m^2$$

يمكن إستخدام العلاقات التالية:

$$\delta_x = \left[\frac{4 k_l \, \mu_l (t_{sat} - t_s) x}{g h_{fg} \rho_l (\rho_l - \rho_v)}\right]^{\frac{1}{4}}$$

$$\bar{h} = \frac{3}{4} \, \frac{k}{\delta_l}$$

الحل:

بمعلومية:

$h_{fg} = 2257kj/kg\, , t_{sat} = 100^o c\, , L = 60cm = 0.6m\, , \mu_l = 3.153 \times 10^{-4} Ns/m^2$

$k_l = 0.68 w/m^o c\, , \rho_l = 965.3 kg/m^3\, , t_s = 90^o c$

(i) سمك الشريحة عند الحافة السفلية للزعنف، δ_l :

$$\delta_x = \left[\frac{4k_l\, \mu_l (t_{sat} - t_s) x}{g h_{fg} \rho_l (\rho_l - \rho_v)}\right]^{\frac{1}{4}}$$

$$\delta_x = \left[\frac{4k_l\, \mu_l (t_{sat} - t_s) l}{g h_{fg} \rho_l^2}\right]^{\frac{1}{4}}$$ أو

بما أنّ $\rho_v \ll \rho_l$

$$= \left[\frac{4 \times 0.68 \times 3.153 \times 10^{-4} (100 - 90) \times 0.4}{9.81 \times 2257 \times 10^3 \times (965.3)^2}\right]^{\frac{1}{4}} = \left[\frac{34.305 \times 10^{-4}}{2.063 \times 10^{13}}\right]^{\frac{1}{4}}$$

$$= 0.0001136m = 0.1136mm \quad (Ans.)$$

(ii) معامل إنتقال الحرارة الإجمالي، $\bar{h}$:

$$\bar{h} = \frac{4}{3}\frac{k_l}{\delta_l} = \frac{4}{3} \times \frac{0.68}{0.0001136} = 7981.22\, w/m^{2\, o} c \quad (Ans.)$$

(iii) معدّل إنتقال الحرارة بتصحيح (M_c Adam):

بتصحيح (M_c Adam) ، تكون قيمة $\bar{h}$ أكبر أو أعلى بمقدار 20%. بالتالي يكون معدّل إنتقال الحرارة بعد إشراك تصحيح (M_c Adam) لوحدة عرض هو:

$$Q = 1.2 \times 7981.22\, (0.4 \times 1) \times (100 - 90)$$

$$= 38309.8\, w/m \quad or \quad 38.3098\, kw \text{ per unit width} \qquad (Ans.)$$

مثال (5):

لوحة رأسية بارتفاع $500mm$ ويتم إعدادها عند $30^{o}c$ يتم تعريضها لبخار مشبّع عند الضغط الجوي. أحسب التالي:

(i) معدّل إنتقال الحرارة، و

(ii) معدّل المادة المتكثفة لكل ساعة لكل متر من عرض اللوحة لتكثيف الشريحة.

خواص شريحة الماء عند متوسط درجة الحرارة هي:

$$\mu = 434 \times 10^{-6} kg/ms\ ;\ \ k = 66.4 \times 10^{-2} w/m^{o}c\ ;\ \ \rho = 980.3 kg/m^{3};$$

$$h_{fg} = 2257 kj/kg$$

إفترض أنَّ كثافة البخار تكون صغيرة مقارنة مع تلك للمادة المتكثفة.

الحل:

بمعلومية:

$$t_s = 30^{o}c\ ;\quad B = 1m\ ;\quad L = 500mm = 0.5m$$

(i) معدّل إنتقال الحرارة لكل متر عرض، Q :

$$\bar{h} = 0.943\left[\frac{\rho_l(\rho_l - \rho_v)k^3 g h_{fg}}{\mu\, L(t_{sat} - t_s)}\right]^{\frac{1}{4}}$$

$$= 0.943\left[\frac{\rho_l^2\ k^3 g\ h_{fg}}{\mu\, L(t_{sat} - t_s)}\right]^{\frac{1}{4}}$$

(بتجاهل ρ_v بما أنّ $\rho_v \ll \rho_l$)

أو $$\bar{h} = 0.943\left[\frac{(980.3)^2 \times (66.4 \times 10^{-2})^3 \times 9.81 \times (2257 \times 10^3)}{434 \times 10^{-6} \times 0.5(100 - 30)}\right]^{\frac{1}{4}}$$

$$= 0.943\left[\frac{6.229 \times 10^{12}}{0.0152}\right]^{\frac{1}{4}} = 4242.8\ w/m^{2\ o}c$$

$$Q = \bar{h}\ A(t_{sat} - t_s) = h \times (L \times B)(t_{sat} - t_s)$$

$$= 4242.8 \times (0.5 \times 1)(100 - 30) = 148498\, w$$

$$= \frac{148498 \times 3600}{1000} = 53459 \times 10^3\ kj/h$$

(ii) معدّل المادة المتكثفة لكل متر عرض، m :

$$m = \frac{Q}{h_{fg}} = \frac{53459 \times 10^3}{2257} = 236.86 kg/h \qquad (Ans.)$$

مثال (6):

لوحة رأسية بارتفاع $350mm$ وبعرض $420mm$ ، عند $40^o c$ يتم تعريضها لبخار مشبّع عند 1 ضغط جوي. أحسب الآتي:

(i) سمك الشريحة عند أسفل اللوحة،

(ii) السرعة القصوى عند أسفل اللوحة،

(iii) فيض الحرارة الكلي إلى اللوحة.

إفترض أنَّ كثافة البخار تكون صغيرة مقارنة بتلك للمادة المتكثّفة.

الحل:

بمعلومية:

$$L = 350mm = 0.35m\ ;\ t_{sat} = 100^o c\ ;\ t_s = 40^o c\ ; B = 420mm = 0.42m$$

سيتم تقييم الخواص عند درجة حرارة الشريحة ؛ .i.e متوسط t_{sat} و t_s .

$$t_f = \frac{100 + 40}{2} = 70^o c\ ;$$

إضافياً يتم تقييم h_{fg} عند $100^o c$

الخواص عند $70^o c$ هي:

$$\mu = 0.4 \times 10^{-3} kg/ms;\ k = 0.667 w/m^o c;\ \rho_l = 977.8 kg/m^3; h_{fg} = 2257 kj/kg$$

(i) سمك الشريحة عند أسفل اللوحة، δ :

$$\delta = \left[\frac{4k\,\mu(t_{sat} - t_s)x}{g\rho_l(\rho_l - \rho_v)h_{fg}}\right]^{\frac{1}{4}}$$

$$= \left[\frac{4k\,\mu(t_{sat} - t_s)x}{g\,\rho_l^2\,h_{fg}}\right]^{\frac{1}{4}}$$

بتجاهل ρ_v ، بما أنّ $\rho_v \ll \rho_l$ (معطى)

أو $\delta = \left[\frac{4 \times 0.667 \times 0.4 \times 10^{-3}(100 - 40) \times 0.35}{9.81 \times 2257 \times 10^3 \times (977.8)^2}\right]^{\frac{1}{4}} = 1.8 \times 10^{-4}m = 0.18mm$

(في هذه الحالة $\because x = l = 0.35\text{m}$)

(ii) السرعة القصوى عند أسفل اللوحة، u_{max} :

$$u = \frac{(\rho_l - \rho_v)g}{\mu}\left[\delta_y - \frac{y^2}{2}\right]$$

بتجاهل ρ_v ،

$$= \frac{\rho_l\,g}{\mu}\left[\delta_y - \frac{y^2}{2}\right]$$

عند $y = \delta$ ، $u = u_{max}$ عليه،

$$u_{max} = \frac{\rho_l\,g\delta^2}{2\mu} = \frac{977.8 \times 9.81(1.8 \times 10^{-4})^2}{2 \times 0.4 \times 10^{-3}} = 0.388m/s\;(Ans.)$$

(iii) فيض الحرارة الكلي إلى اللوحة، Q :

$$\bar{h} = 0.943\left[\frac{\rho_l(\rho_l - \rho_v)k^3 g h_{fg}}{\mu\,L(t_{sat} - t_s)}\right]^{\frac{1}{4}}$$

$$\bar{h} = 0.943\left[\frac{\rho_l^2 k^3 g\,h_{fg}}{\mu\,L(t_{sat} - t_s)}\right]^{\frac{1}{4}}$$

أو $\quad \bar{h} = 0.943\left[\frac{(977.8)^2 \times 0.667^3 \times 9.81 \times (2257 \times 10^3)}{0.4 \times 10^{-3} \times 0.35(100-40)}\right]^{\frac{1}{4}}$

$$= 0.943\left[\frac{6.282 \times 10^{12}}{8.4 \times\ 10^{-3}}\right]^{\frac{1}{4}} = 4931.35\ w/m\,^o c$$

يتم إعطاء فيض الحرارة الكلي بـ ،

$$Q = \bar{h}\ A(t_{sat} - t_s) = \bar{h} \times (L \times B)(t_{sat} - t_s)$$

$$= 4931.35 \times 0.35 \times 0.42 \times (100 - 40)$$

$$= 43494\ w\ \ or\ \ 43.494\ kw \qquad (Ans.)$$

مثال (7):

لوحة راسية مستوية (مسطَّحة) في شكل زعنف إرتفاعها $600mm$ وتكون معرَّضة لبخار عند الضغط الجوي.

إذا تمَّ إعداد سطح اللوحة عند $60^o c$ ، أحسب الآتي:

(i) سمك الشريحة عند الحافة الخلفية للشريحة، (trailing edge)

(ii) معامل إنتقال الحرارة الإجمالي ،

(iii) معدَّل إنتقال الحرارة، و

(iv) معدَّل سريان الكتلة للمادة المتكثفة.

إفترض حالات سريان طباقي (laminar flow conditions) ووحدة عرض للوحة.

الحل: بمعلومية:

$$t_s = 100^o c\,; L = 600mm = 0.6m$$

خواص البخار عند الضغط الجوي هي:

$$\rho_v = 0.596kg/m^3\ ;\ h_{fg} = 2257kj/kg\ ;\ t_{sat} = 100^o c$$

خواص البخار المشبّع عند متوسط درجة حرارة الشريحة $(\dot{m}ft)$ ، $t_f = \frac{100+60}{2} = 80^o c$ هي:

$$\mu = 355.3 \times 10^{-6} Ns/m^2 \,, k = 67.413 \times 10^{-2} w/m^o c \,, \rho_l = 9718 kg/m^3$$

(i) سمك الشريحة عند الحافة الخلفية للوحة، δ (عند $x = L = 0.6m$):

$$\delta = \left[\frac{4k\,\mu(t_{sat} - t_s)x}{\rho_l(\rho_l - \rho_v)gh_{fg}}\right]^{\frac{1}{4}}$$

$$\delta_l = \left[\frac{4 \times 67.413 \times 10^{-2} \times 355.3 \times 10^{-6}(100 - 60) \times 0.6}{971.8(971.8 - 0.596) \times 9.81 \times (2257 \times 10^3)}\right]^{\frac{1}{4}}$$

أو $$\delta_l = \frac{0.02299}{2.08972 \times 10^{13}} = 1.82 \times 10^{-4} m = 0.182 mm \quad (Ans.)$$

(ii) معامل إنتقال الحرارة الإجمالي ، $\bar{h}$:

$$\bar{h} = \frac{4}{3} h_l = \frac{4}{3}\frac{k}{\delta_l} = \frac{4}{3} \times \frac{67.413 \times 10^{-2}}{1.82 \times 10^{-4}} = 4938.68\, w/m^{2\,o} c$$

مستخدماً تصحيح (M_c Adam) الذي يزيد بمقدار 20% عن نتيجة (Nusselt)

$$\bar{h} = 4938.68 \times 1.2 = 5926.4\, w/m^{2\,o} c \quad (Ans.)$$

(iii) معدّل إنتقال الحرارة، Q :

$$Q = \bar{h}\, A_s(t_{sat} - t_s) = h \times (L \times B)(t_{sat} - t_s)$$

$$= 5926.4(0.6 \times 1) \times (100 - 60) = 142233.6 w$$

(iv) معدّل سريان الكتلة للمادة المتكثفة، m :

$$m = \frac{Q}{h_{fg}} = \frac{142233.6}{2257 \times 10^3} = 0.063 kg/s \;\text{ or }\; 226.8\, kg/h \quad (Ans.)$$

دعنا الآن نفحص ما إذا كان السريان طباقياً أم لا.

$$Re = \frac{4m}{\mu\, B} = \frac{4 \times 0.063}{355.3 \times 10^{-6} \times 1} = 709.26 < 1800$$

هذا يوضّح أن فرضية سريان طباقي صحيحة.

مثال (8):

أنبوب رأسي بقطر خارجي $60mm$ وبطول $1.2m$ يتم تعريضه لبخار عند ضغط جوي. يتم إعداد السطح الخارجي للأنبوب عند درجة حرارة مقدارها $50^o c$ بتدوير ماء بارد خلال الأنبوب. أحسب التالي:

(i) معدّل سريان الحرارة إلى مادة التبريد، و

(ii) معدّل تكثيف البخار (rate of condensation of steam)

الحل: بمعلومية:

$$t_s = 50^o c \, , L = 1.2m \, , D = 60mm = 0.06m$$

بإفتراض أنَّ شريحة التكثيف تكون طباقية (رقائقية) وغياب الغازات الغير قابلة للتكثّف.

$$\text{متوسط درجة حرارة الشريحة} \; , mft \, , t_f = \frac{100 + 50}{2} = 75^o c$$

الخواص الفيزيائية الحرارية (thermo-physical properties) للماء عند $75^o c$ هي:

$$\rho_l = 975 kg/m^3 \, , \mu_l = 375 \times 10^{-6} Ns/m^2 \, , k = 0.67 \; w/m^o c$$

خواص البخار المشبع عند $t_{sat} = 100^o c$ هي:

$$\rho_v = 0.596 kg/m^3 \quad , \qquad h_{fg} = 2257 kj/kg$$

(i) معدّل سريان الحرارة، Q :

لتكثيف طباقي (رقائقي) على سطح رأسي.

$$\bar{h} = 1.13 \left[\frac{\rho_l(\rho_l - \rho_v) k^3 g h_{fg}}{\mu \, L(t_{sat} - t_s)} \right]^{\frac{1}{4}}$$

أو
$$\bar{h} = 1.13 \left[\frac{975(975 - 0.596) \times (0.67)^3 \times 9.81 \times (2257 \times 10^3)}{375 \times 10^{-6} \times 1.2 \times (100 - 50)} \right]^{\frac{1}{4}}$$

$$= 4627.3 \; w/m^{2\,o} c$$

$$Q = \bar{h} \, A_s(t_{sat} - t_s) = \bar{h} \times (\pi \, DL)(t_{sat} - t_s)$$

$$= 4627.3 \times (\pi \times 0.06 \times 1.2) \times (100 - 50) = 52333.5$$

$$= 52.333\ kw \quad (Ans.)$$

(ii) معدّل تكثيف البخار، m :

يتم إعطاء معدّل التكثيف بـ

$$m = \frac{Q}{h_{fg}} = \frac{52333.5}{2257 \times 10^3} = 0.0232 kg/s = \ \ 83.52\ kg/h \quad (Ans.)$$

دعنا نفحص فرضية شريحة تكثيف طباقية بحساب Re ،

$$Re = \frac{4m}{P\ \mu_l} = \frac{4 \times 0.0232}{\pi D \times 375 \times 10^{-6}} = \frac{4 \times 0.0232}{\pi \times 0.06 \times 375 \times 10^{-6}} = 1312.85$$

بما أنَّ $Re(= 1312.85) < 1800$ ، بالتالي يعتبر السريان طباقياً.

مثال (9):

أنبوب أفقي بقطر خارجي $20mm$ يتم تعريضه لبخار جاف (dry steam) عند $100^o c$. يتم إعداد سطح الأنبوب عند $84^o c$ بتدوير ماء خلاله. أحسب معدّل تكوُّن المادة المتكثّفة لكل متر طول من الأنبوب.

الحل: بمعلومية:

$$t_{sat} = 100^o c \ \ , t_s = 84^o c, D = 20mm = 0.02m$$

متوسط درجة حرارة الشريحة ، $mft = \ t_f = \dfrac{100 + 84}{2} = 92^o c$

خواص السائل المشبّع عند $92^o c$ هي :

$$\rho_l = 963.4 kg/m^3\ , \mu_l = 306 \times 10^{-6} Ns/m^2\ , k = 0.677 w/m^o c$$

خواص البخار المشبّع عند $t_{sat} = 100^o c$ هي:

$$\rho_l = 0.596 kg/m^3\ , \qquad h_{fg} = 2257 kj/kg$$

معدّل تكوّن المادة المتكثّفة لكل متر طول من الأنبوب ، m :

يتم إعطاء معامل إنتقال الحرارة المتوسط بـ :

$$\bar{h} = 0.725 \left[\frac{\rho_l(\rho_l - \rho_v)k^3 g h_{fg}}{\mu_l\ (t_{sat} - t_s)\ D}\right]^{\frac{1}{4}}$$

$$\bar{h} = 0.725 \left[\frac{(963.4)(963.4 - 0.596) \times (0.677)^3 \times 9.81 \times (2257 \times 10^3)}{306 \times 10^{-6} \times 0.02 \times (100 - 84)}\right]^{\frac{1}{4}}$$

$$= 11579.7\ w/m^{2\ o}c$$

يكون معدّل إنتقال الحرارة لكل وحدة طول هو،

$$\frac{Q}{L} = \bar{h} \times \pi D \times (t_{sat} - t_s)$$

$$= 11579.7 \times \pi \times 0.02 \times (100 - 84) = 11641.2w$$

معدّل تكوّن المادة المتكثّفة لكل متر طول من الأنبوب،

$$\frac{m}{L} = \frac{Q/L}{h_{fg}} = \frac{11641.2}{2257 \times 10^3} = 5.157 \times 10^{-3} kg/s = 18.56 kg/h \quad (Ans.)$$

مثال (10):

مكثّف بخار (steam condenser) يتكوّن من مصفوفة مربعة من عدد 625 أنبوب أفقي، كُل بقطر $6mm$ يتم تركيبه عند غطاء العادم لتوربينة بخار. تكون الأنابيب معرّضة لبخار مشبّع عند ضغط $15k\ pa$. إذا تمَّ إعداد سطح الأنبوب عند $25^o c$ ، أحسب الآتي:

(i) معامل إنتقال الحرارة، و

(ii) المعدّل الذي يتكثّف به البخار لكل وحدة طول من الأنابيب.

إفترض تكثيف شريحي على الأنابيب وغياب الغازات غير القابلة للتكثّف.

الحل: بمعلومية:

$$t_s = 25^o c \quad , \qquad D = 6\text{mm} = 0.006\text{m}$$

بالنسبة لضغط مقداره $15k\ pa$ ، فإنَّ الخواص المقابلة للبخار (من الجدول) هي:

$$t_{sat} = 54^o c\ , \rho_v = 0.098 kg/m^3\ , h_{fg} = 2373 kj/kg$$

خواص الماء المشبّع عند درجة حرارة الشريحة $t_f = \frac{54+25}{2} = 39.5^o c$ هي:

$$\rho_l = 992kg/m^3 \ , \mu = 663 \times 10^{-6} Ns/m^2 \ , k = 0.631 w/m^o c$$

بما أنَّ الأنابيب التي يتم ترتيبها في مصفوفة مربَّعة، بالتالي، فإنَّ عدد الأنابيب الأفقية في عمود رأسي هي:

$$N = \sqrt{625} = 25$$

(i) معامل إنتقال الحرارة، $\bar{h}$:

معامل إنتقال الحرارة المتوسط لبخار يتكثّف على جانب الأنابيب الأفقية يتم إعطاؤه بـ:

$$\bar{h} = 0.725 \left[\frac{\rho_l(\rho_l - \rho_v)k^3 g h_{fg}}{N \ \mu_l \ (t_{sat} - t_s) \ D}\right]^{\frac{1}{4}}$$

أو $$\bar{h} = 0.725 \left[\frac{992(992 - 0.098) \times (0.631)^3 \times 9.81 \times (2373 \times 10^3)}{25 \times 663 \times 10^{-6} \times 0.006 \times (54 - 25)}\right]^{\frac{1}{4}}$$

$$\therefore \ \bar{h} = 0.725 \left[\frac{5.7548 \times 10^{12}}{2.884 \times 10^{-3}}\right]^{\frac{1}{4}} = 4845.6 \ w/m^{2\ o} c$$

(ii) المعدّل الذي يتكثّف عنده البخار لكل وحدة طول ، m :

معدّل التكثيف للأنبوب المفرد للمصفوفة لكل متر طول هو:

$$m_1 = \frac{Q}{h_{fg}} = \frac{\bar{h} \pi D (t_{sat} - t_s)}{h_{fg}}$$

$$= \frac{4845.6 \times \pi \times 0.006(54 - 25)}{2373 \times 10^3} = 1.116 \times 10^{-3} kg/s.m$$

معدّل التكثيف للمصفوفة الكاملة هو

$$m = 625 \times m_1 = 625 \times 1.116 \times 10^{-3} = 0.6975 kg/s.m \ \ (Ans.)$$

مثال (11):

لوحة مربعة بطول ضلع مقداره $750mm$ ، عند درجة حرارة $28^o c$ ويتم تعريضها لبخار عند $8.132kpa$

. أحسب التالي:

(i) سمك الشريحة ، معامل إنتقال الحرارة الموضعي ومتوسط سرعة السريان للمادة المتكثفة عند مسافة مقدارها $400mm$ من أعلى اللوحة.

(ii) معامل إنتقال الحرارة المتوسط وإنتقال الحرارة الكلي من جميع اللوحة،

(iii) معدّل تكثيف البخار الكلي، و

(iv) معامل إنتقال الحرارة إذا كانت اللوحة مائلة بزاوية مقدارها 25^o مع المستوى الأفقي.

الحل: بمعلومية:

$$x = 400mm = 0.4m, t_s = 28^o c, L = B = 750mm = 0.75m$$

إفترض تكثيف شريحة بسريان طباقي.

خواص البخار المشبّع عند $8.132k\ pa$ (أو $0.08132\ bar$) هي:

$$t_{sat} = 42^o c, \rho_v = 0.0561kg/m^3, h_{fg} = 240kj/kg$$

$$\text{متوسط درجة حرارة الشريحة}\ , t_f = \frac{42+28}{2} = 35^o c$$

خواص الماء المشبّع عند $35^o c$ هي:

$$\rho_l = 993.95kg/m^3\ , k = 62.53 \times 10^{-2} w/m^o c, \mu = 728.15 \times 10^{-6} kg/ms$$

(i) $\delta_x\ , h_x\ , u_m$ عند مسافة $400mm$ من أعلى اللوحة:

سمك الشريحة عند بعد x من الحافة العلوية للوحة يتم إعطاؤه بـ:

$$\delta = \left[\frac{4k\ \mu(t_{sat} - t_s)x}{\rho_l(\rho_l - \rho_v)gh_{fg}}\right]^{\frac{1}{4}}$$

$$\text{أو}\ \delta = \left[\frac{4 \times 62.53 \times 10^{-2} \times 728.15 \times 10^{-6}(42-28) \times x}{993.95(993.95 - 0.0561) \times 9.81 \times (2402 \times 10^3)}\right]^{\frac{1}{4}} = 1.819 \times 10^{-4}(x)^{1/4}$$

عند $x = 0.4m$ ،

$$\delta_x = 1.819 \times 10^{-4} \times (0.4)^{1/4} \simeq 1.45 \times 10^{-4}m \simeq 0.145mm\ \ (Ans.)$$

عند $x = l = 0.75m$ ،

$$\delta_l = 1.819 \times 10^{-4} \times (0.75)^{1/4} \simeq 1.69 \times 10^{-4} m \simeq 0.169 mm \quad (Ans.)$$

معامل إنتقال الحرارة الموضعي،

$$h_x = \frac{k}{\delta_x} = \frac{62.53 \times 10^{-2}}{1.45 \times 10^{-4}} = 4312.41 w/m^{2\,o}c$$

سرعة السريان المتوسطة للمادة المتكثفة ،

$$u_m = \frac{(\rho_l - \rho_v)g.\delta^2}{3\,\mu}$$

$$u_m = \left[\frac{(993.95 - 0.0561) \times 9.81 \times (1.45 \times 10^{-4})^2}{3 \times 728.15 \times 10^{-6}}\right] =$$

(ii) معامل إنتقال الحرارة المتوسط ، $(\bar{h})$:

$$\bar{h} = \frac{4}{3}.\frac{k}{\delta_l} = \frac{4}{3} \times \frac{62.53 \times 10^{-2}}{1.69 \times 10^{-4}} = 4933.33 w/m^{2\,o}c$$

(حيث δ_l = سمك الشريحة عند أسفل اللوحة).

باستخدام تصحيح (Mc Adam) ،

$$\bar{h} = 1.2 \times 4933.33 = 5920\; w/m^{2\,o}c$$

إنتقال الحرارة الكلي من جميع اللوحة ، Q :

$$Q = \bar{h}\, A_s(t_{sat} - t_s) = \bar{h} \times (\, L \times B)(t_{sat} - t_s)$$

$$= 5920 \times (0.75 \times 0.75) \times (42 - 28) = 46620\, w \quad (Ans.)$$

(iii) معدّل تكثيف البخار الكلي، m :

$$m = \frac{Q}{h_{fg}}$$

أو $$m = \frac{46620}{2402 \times 10^3} = 0.0194 kg/s \;\text{ or }\; 69.87 kg/h \;\; (Ans.)$$

(iv) معامل إنتقال الحرارة إذا كانت اللوحة مائلة بزاوية مقدارها 25^o مع المستوى الأفقي، $h_{inclined}$:

$$h_{inclined} = h_{vertical} \times (\sin\theta)^{1/4}$$

$$= 5920 \times (\sin 25)^{1/4} = 4773.2\ w/m^{2\,o}c\ \ (Ans.)$$

هنا نفحص نوع السريان،

$$Re = \frac{4m}{\mu\, B} = \frac{4 \times 0.0194}{728.15 \times 10^{-6} \times 0.75} = 142 < 1800$$

بالتالي يكون الإفتراض صحيحاً.

مثال (12):

لوحة رأسية بارتفاع $3.2m$ يتم إعدادها عند $54^o c$ ويتم تعريضها إلى بخار عند ضغط جوي. أحسب معدّل إنتقال الحرارة لكل وحدة عرض.

الحل: بمعلومية:

$$t_{sat} = 100^o c\ , \qquad t_s = 54^o c, \qquad B = 1m\,, \qquad L = 3.2m$$

معدّل إنتقال الحرارة لكل وحدة عرض:

لكي يتم تحديد ما إذا كانت شريحة المادة المتكثفة رقائقية أم مضطربة يجب فحص رقم رينولدز.

متوسط درجة حرارة الشريحة , $t_f = \dfrac{100 + 54}{2} = 77^o c$

خواص المادة المتكثّفة عند $77^o c$ هي:

$$\mu_l = 365 \times 10^{-6} Ns/m^2\,, \qquad k = 668 \times 10^{-3}\ w/m^o c$$

$$\rho_l = \frac{1}{1.027 \times 10^{-3}} = 973.7 kg/m^3$$

خواص البخار المشبع عند $t_{sat} = 100^o c$ هي:

$$\rho_v = 0.596 kg/m^3\ , \qquad h_{fg} = 2257 kj/kg$$

بافتراض أنَّ السريان يكون مضطرباً تكون المعادلات المرتبطة كالآتي:

$$Re = \frac{4\bar{h}\ L(t_{sat} - t_s)}{h_{fg}.\mu_l}$$

$$\bar{h} = 0.0077\left[\frac{\rho_l(\rho_l-\rho_v)k^2 g}{\mu\, L(t_{sat}-t_s)}\right]^{\frac{1}{3}}(Re)^{0.4}$$

بتفادي $\bar{h}$ من هذه المعادلات، نحصل على الشرط الذي سيجعل السريان مضطرباً، إذا كان،

$$0.00296\left[\frac{\rho_l(\rho_l-\rho_v)k^3 g(t_{sat}-t_s)^3 l^3}{\mu_l^5\left(h_{fg}\right)^3}\right]^{\frac{5}{9}} > 1800$$

$$0.00296\left[\frac{973.7(973.7-0.596)(668\times10^{-3})^3\times9.81\times(100-54)^3\times(3.2)^3}{(365\times10^{-6})^5\,(2257\times10^3)^3}\right]^{\frac{5}{9}}$$

أو $$0.00296\left[\frac{8.837\times10^{12}}{74.48}\right]^{5/9} = 4144.8 > 1800$$

عليه تكون الشريحة مضطربة كما تم إفتراضها و $Re = 4144..8$

$$\therefore\ \bar{h} = 0.007\left[\frac{973.7(973.7-0.596)(668\times10^{-3})^3\times9.81}{(365\times10^{-6})^2}\right]^{\frac{1}{3}}\times(4144.8)^{0.4}$$

$$= 0.0077\times(2.0797\times10^{13})^{1/3}\times27.99 = 5866.62 w/m^2\ {}^oc$$

معدّل إنتقال الحرارة لكل وحدة عرض،

$$Q = \bar{h}\, A_s(t_{sat}-t_s)$$

$$= 5866.62\times(3.2\times1)(100-54) = 863566 w/m = 863.566 kw/m \quad (Ans.)$$

مثال (13):

يـتمم تصـميم مكثّـف لتكييـف $1800 kg/h$ مـن البخـار الجـاف والمشبّع عنـد ضـغط $10 kpa$. يـتم إسـتخدام مصفوفة مربعة من عدد 400 أنبوبة كُلٍ بقطر $8 mm$. إذا تمَّ إعداد درجة حرارة سطح الأنبوب عند $24^o c$ ، أحسب الآتي:

(i) معامل إنتقال الحرارة، و

(ii) طول كل أنبوب مستخدماً ممراً مفرداً.

الحل: بمعلومية:

$$t_s = 24^o c, \qquad B = 8mm = 0.008m\,, \qquad m = 1800kg/h$$

(i) معامل إنتقال الحرارة، $\bar{h}$:

بالنسبة لـ $10kpa\ (0.1bar)$ ، من الجدول، خواص البخار الجاف والمشبّع هي:

$$t_{sat} = 45.8^o c\,, \rho_v = \left(\frac{1}{v_g}\right) = 0.0676kg/m^3\,, h_{fg} = 2393kj/kg$$

خواص البخار المشبّع عند متوسط درجة حرارة الشريحة $t_f = \frac{45.8+24}{2} = 35^o c$ هي:

$$\rho_l = 993.95kg/m^3\,, \mu = 728.15 \times 10^{-6} Ns/ms\,, k = 62.53 \times 10^{-2} w/m^o c$$

بما أنَّ الأنابيب التي يتم ترتيبها في مصفوفة، عليه يكون عدد الأنابيب الأفقية في العمود الرأسي هو:

$$N = \sqrt{400} = 20$$

معامل إنتقال الحرارة المتوسط لبخار يتكثّف على جانب أنابيب أفقية يتم إعطاؤه بـ:

$$\bar{h} = 0.725\left[\frac{\rho_l(\rho_l - \rho_v)k^3 g h_{fg}}{N\,\mu_l\,(t_{sat} - t_s)\,D}\right]^{\frac{1}{4}}$$

أو $$\bar{h} = 0.725\left[\frac{993.95(993.95 - 0.0676) \times (62.53 \times 10^{-2})^3 \times 9.81 \times (2373 \times 10^3)}{20 \times 72.8.15 \times 10^{-6} \times (45.8 - 24) \times 0.008}\right]^{\frac{1}{4}}$$

$$\therefore\ \bar{h} = 0.725\left[\frac{5.67 \times 10^{12}}{0.00254}\right]^{\frac{1}{4}} = 4983.39\, w/m^{2\,o}c \quad (Ans.)$$

(ii) طول كل أنبوب بإفتراض ممراً مفرداً، L :

معدّل إنتقال الحرارة،

$$Q = \bar{h}\, A_s(t_{sat} - t_s)$$

أو $$m h_{fg} = \bar{h}(400 \times \pi D L)(t_{sat} - t_s)$$

$$\frac{1800}{3600} \times (2393 \times 10^3) = 4983.39 \times (400 \times \pi \times 0.008 \times L)(45.8 - 24)$$

1196500=1092147.3L

$$L = \frac{1196500}{1092147.3} = 1.09m \quad (ans.)$$

مثال (14):

السطح الخارجي لدارة (طارة) اسطوانية بقطر $350mm$ يتم تعريضه لبخار مشبّع عند $2.0bar$ للتكثيف. إذا تمَّ إعداد درجة حرارة سطح الطارة عند $80^o c$ ، أحسب التالي:

(i) طول الطارة،

(ii) سمك الطبقة المتكثفة لتكثيف $70kg/h$ من البخار.

الحل: بمعلومية:

$$t_s = 80^o c, \qquad m = 70kg/h\,, \qquad D = 350mm = 0.35m$$

بإفتراض تكثيف شريحي وسريان طباقي:

مقابلاً لـ 2.0 bar من الجدول، خواص البخار المشبَّع هي:

$$t_{sat} = 120.2^o c\,, \rho_v = \frac{1}{v_g} = \frac{1}{0.885} = 1.13kg/m^3\,, h_{fg} = 2201.6kj/kg$$

خواص الماء المشبّع عند متوسط درجة حرارة الشريحة، هي:

$$t_f = \frac{120.2 + 80}{2} \simeq 100^o c$$

$$\rho_l = 956.4kg/m^3\,, \mu = 283 \times 10^{-6} kg/ms\,, k = 68.23 \times 10^{-2} w/m^o c$$

(i) طول الطارة،

يتم إعطاء الشريحة عند الحافة السفلية للطارة بـ

$$\delta = \left[\frac{4k\,\mu(t_{sat} - t_s)x}{\rho_l(\rho_l - \rho_v)gh_{fg}}\right]^{\frac{1}{4}}$$

أو $$\delta_l = \left[\frac{4 \times 68.23 \times 10^{-2} \times 283 \times 10^{-6}(120.2 - 80) \times L}{958.4(958.4 - 1.13) \times 9.81 \times (2201.6 \times 10^3)}\right]^{\frac{1}{4}}$$

$$= \left[\frac{0.031\ L}{1.9815 \times 10^3}\right]^{\frac{1}{4}} = 1.988 \times 10^{-4} \times (L)^{\frac{1}{4}}$$

يتم إعطاء معامل إنتقال الحرارة المتوسط بـ :

$$\bar{h} = \frac{4}{3} \times \frac{k}{\delta_l} = \frac{4}{3} \times \frac{68.23 \times 10^{-2}}{1.988 \times 10^{-4} \times (L)^{\frac{1}{4}}} = 3432.09 \times (L)^{\frac{-1}{4}}$$

باستخدام استنباط (M_c Adam) نحصل على،

$$\bar{h} = 1.2 \times 3432.09 \times (L)^{\frac{-1}{4}} = 4118.5 \times (L)^{-1/4}$$

يتم إعطاء معدّل إنتقال الحرارة بـ

$$Q = \bar{h}\ A_s(t_{sat} - t_s) = m\ h_{fg}$$

أو $$4118.5 \times (L)^{-\frac{1}{4}}(\pi \times 0.35 \times L)(120.2 - 80) = \frac{70}{3600} \times (2201.6 \times 10^3)$$

أو $$182046.8(L)^{\frac{4}{3}} = 428088.88$$

أو $$L = \left[\frac{42808.88}{182046.8}\right]^{\frac{4}{3}} = 0.1452m = 145.2mm \ \ (Ans.)$$

(ii) سمك الطبقة المتكثفة، δ :

$$\delta = 1.988 \times 10^{-4} \times (L)^{\frac{1}{4}}$$

$$= 1.988 \times 10^{-4} \times (0.1452)^{\frac{1}{4}} = 1.227 \times 10^{-4} m$$

$$= 0.1227mm \qquad (Ans.)$$

دعنا نفحص ما إذا كان السريان طباقياً أم لا.

$$Re = \frac{4\ m}{\mu\ d} = \frac{4 \times (70/3600)}{2.83 \times 10^{-6} \times (\pi \times 0.35)} = 249.9$$

بما أنَ $Re (= 249.9)$ والتي هي أقل من 1800 بالتالي فإنَّ الفرضية صحيحة.

6.9 ملخص نظري (Theoretical Summary):

(1) الغليان هو عملية إنتقال حرارة حملي يتضمن تغيُّراً في الطور من سائل إلى بخار.

(2) ظاهرة إنتقال الحرارة بالغليان يمكن أن تحدث بالصوّر التالية:

(i) غليان حوضي (pool boiling).

(ii) غليان بالحمل القسري (forced convection boiling).

(iii) غليان بتبريد تحت درجة التكثف أو غليان موضعي (sub – cooled or local boiling).

(iv) غليان مشبَّع (saturated boiling).

(3) أنظمة الغليان الثلاثة هي:

(i) تبخّر السطح البيني.

(ii) الغليان التنوّوي.

(iii) الغليان الشريحي.

(4) عملية التكثيف هي معكوس عملية الغليان. يمكن أن يحدث التكثف بأسلوبين محتملين:

(i) تكثيف شريحي (film condensation).

(ii) تكثيف نقطي (drop wise condensation).

إذا كانت المادة المتكثفة تميل لترطيب السطح وبالتالي تكوِّن شريحة سائلة، يعرف التكثيف بالتكثيف الشريحي.

في التكثيف النقطي يتكثّف البخار في شكل نقيطات سائل صغيرة بأحجام مختلفة تهبط أسفل السطح بأسلوب عشوائي.

6.10 ملخص الصيغ الرياضية (Summary Formulate):

A. الغليان (Boiling):

$$\rho_v - \rho_l = \frac{2\sigma}{r} \qquad (1)$$

$$T_v - T_{sat} = \frac{2\sigma}{r}\left[\frac{R}{P}.\frac{T_{sat}^2}{h_{fg}}\right] \qquad (2)$$

$$d_c = C.\beta \left[\frac{\sigma_{lv}}{\sigma_{ls}}\right] \sqrt{\frac{\sigma_{lv}}{g(\rho_l - \rho_v)}} \qquad (3)$$

$$q_s = \mu_l . h_{fg} \left[\frac{g(\rho_l - \rho_v)}{\sigma}\right]^{0.5} \left[\frac{C_{pl}\Delta t_e}{C_{sl}.h_{fg}\, Pr_l^n}\right]^3 \qquad (4)$$

$$N_u = 0.16\,(Gr.pr)^{0.33} \qquad (5)$$

لغليان تنووءي عند ضغط جوي على لوحة مستوية بفيض حرارة منخفض.

$$Nu = 0.61(Gr.pr)^{0.25} \qquad (6)$$

لغليان تنووءي على لوحة مستوية رأسية.

$$q_{sa} = 0.18(\rho_v)^{1/2} h_{fg} [g\sigma(\rho_l - \rho_v)]^{1/4} \qquad (7)$$

فيض الحرارة الحرج للغليان الحوضي التنووءي.

$$(h)^{4/3} = (h_{conv.})^{4/3} + h_{rad} \cdot (h)^{1/3} \qquad (8)$$

في حدود خطأ مقداره $\pm\, 0.5\%$ $\quad h = h_{conv.} + \frac{3}{4}\, h_{rad}$

$$h_{conv.} = 0.62 \left[\frac{k_v^3 - \rho_v(\rho_l - \rho_v)g\left(h_{fg} + 0.4C_{pv}\,\Delta t_c\right)}{\mu_v\, D\Delta t_c}\right]^{1/4}$$

$$h_{rad} = \left[\frac{5.67 \times 10^{-8}\epsilon(T_s^4 - T_{sat}^4)}{(T_s - T_{sat})}\right]$$

B. التكثيف (Condensation):

$$u = \frac{(\rho_l - \rho_v)g}{\mu}\left[\delta y - \frac{y^2}{2}\right] \qquad /1$$

$$u_m = \frac{\rho_l(\rho_l - \rho_v)g \cdot \delta^2}{3\,\mu} \qquad /2$$

$$m = \frac{\rho_l(\rho_l - \rho_v)g\; b\;\delta^3}{3\,\mu} \qquad /3$$

$$\delta = \left[\frac{4k\,\mu(t_{sat} - t_s)x}{\rho_l(\rho_l - \rho_v)gh_{fg}}\right]^{\frac{1}{4}} \qquad /4$$

$$h_x = \frac{k}{\delta} \qquad /5$$

$$h_x = \left[\frac{\rho_l(\rho_l - \rho_v)k^3 gh_{fg}}{4\mu x(t_{sat} - t_s)}\right]^{\frac{1}{4}} \qquad /6$$

$$\bar{h} = \frac{4}{3}\, h_l \qquad /7$$

$$\bar{h} = 1.13\left[\frac{\rho_l(\rho_l - \rho_v)k^3 gh_{fg}}{\mu\, L(t_{sat} - t_s)}\right]^{\frac{1}{4}} \qquad /8$$

$$m = \frac{Q}{h_{fg}} \qquad /9$$

$$h_{inclined} = (h)_{vertical} \times (\sin\theta)^{1/4} \qquad /10$$

$$Re > 1800 \text{ لـ } \quad h_{turb.} = (\bar{h}) = 0.0077\left[\frac{\rho_l(\rho_l - \rho_v)k^3 g}{\mu^2}\right]^{1/3} (Re)^{0.4} \qquad /11$$

$$\text{لأنبوب أفقي مفرد } \bar{h} = 0.725\left[\frac{\rho_l(\rho_l - \rho_v)k^3 gh_{fg}}{\mu_l\,(t_{sat} - t_s)D}\right]^{\frac{1}{4}} \qquad /12$$

$$\text{لجانب أنبوب أفقي } \bar{h} = 0.725\left[\frac{\rho_l(\rho_l - \rho_v)k^3 gh_{fg}}{N\,\mu_l\,(t_{sat} - t_s)D}\right]^{\frac{1}{4}} \qquad /13$$

بعدد N أنبوب موضوعة مباشرة فوق بعضها البعض في الإتجاه الرأسي.

حيث D = القطر الخارجي للأنبوب.

$$\bar{h} = 0.555\left[\frac{\rho_l(\rho_l - \rho_v)k^3 h'_{fg}}{\mu\, D(t_{sat} - t_s)}\right]^{\frac{1}{4}} \qquad /14$$

حيث،

$$h'_{fg} = h_{fg} + \frac{5}{\delta} C_{pl} \, (t_{sat} - t_s)$$

6.11 أسئلة نظرية (Theoretical Questions)

1/ عرّف مصطلح الغليان.

2/ عدِّد تطبيقات إنتقال الحرارة بالغليان.

3/ أشرح باختصار الآلية الفيزيائية للغليان.

4/ فاضل بين الغليان الحوضي والغليان بالحمل القسري.

5/ أشرح بإختصار الأنظمة المختلفة للغليان الحوضي المشبع.

6/ ما هي نقطة الإحتراق؟ (burnout point)

7/ أشرح بإختصار آلية التكثيف.

8/ فاضل بين آلية التكثيف الشريحي والنقطي.

9/ إشتق نظرية Nusselt للتكثيف الشريحي في السريان الطباقي على لوحة رأسية.

10/ إشتق العلاقة التالية لتكثيف شريحي طباقي على لوحة رأسية:

$$\delta = \left[\frac{4k \, \mu(t_{sat} - t_s)x}{g \, \rho_l(\rho_l - \rho_v)h_{fg}}\right]^{\frac{1}{4}}$$

6.12 مسائل غير محلولة في إنتقال الحرارة بالغليان:

(Unsolved Problems in Heat Transfer by Boiling)

1/ ماء عند ضغط جوي يتم غليانه في طوة من النحاس المصقول أو اللامع. قطر الطوة $300mm$ ويتم المحافظة عليها عند درجة $111^o c$. أحسب الآتي:

(i) قدرة الموقد للحفاظ على الغليان.

(ii) معدّل التبخر بالـ kg/h.

خذ مواصفات الماء عند $100^o c$ كما يلي:

$$\rho_l = 958kg/m^3 \, , \rho_v = 0.597kg/m^3 \, , \mu_f = 278 \times 10^{-6} kg/ms \, ,$$

$\sigma = 58.9 \times 10^{-3} N/m, pr = 1.723 , h_{fg} = 2257kj/kg , c_{pf} = 4216j/kgK$

$Ans. [(i)13.664\ kw , (ii)21.8\ kg/h]$

2/ سلك بقطر $1mm$ وبطول $150mm$ يتم غمره أفقياً في ماء عند ضغط $7bar$. يحمل السلك تياراً مقداره $131.5A$ بجهد مسلّط مقداره $2.15V$. إذا تمت المحافظة على سطح السلك عند درجة حرارة مقدارها $180^o c$ ، أحسب الآتي:

(i) فيض الحرارة.

(ii) معامل إنتقال الحرارة بالغليان.

$Ans. [(i)0.6Mw/m^2 , (ii)39920\ w/m^{2\ o}c]$

3/ سلك كهربي بقطر $1.5mm$ وبطول $200mm$ يُوضع أفقياً ويُغمر في ماء عند الضغط الجوي. للسلك جهد مسلطّ مقداره $16V$ ويحمل تياراً مقداره 40 أمبير. أحسب الآتي:

(i) فيض الحرارة ، و (ii) الزيادة في درجة الحرارة .

$Ans. [(i)0.679Mw/m^2 , (ii)18.52^o c]$

4/ سلك من النيكل بقطر 1.5mm وبطول 500mm ، يحمل تياراً، يتم غمره في حمام ماء مفتوح إلى الضغط الجوي. أحسب الجهد عند نقطة الحريق إذا كان السلك عند هذه النقطة يحمل تياراً مقداره 100A .

$Ans. [17.9V\ (approximately)]$

5/ عنصر تسخين مجلَّد بمعدن بقطر $8mm$ وبإنبعاثية 0.95 . يتم غمر العنصر أفقياً في حمام ماء. درجة حرارة سطح المعدن تحت شروط غليان الحالة المستقرة. أحسب القدرة المبدَّدة لكل وحدة طول للسخان إذا تمَّ تعريض الماء إلى ضغط جوي ودرجة حرارة منتظمة.

$Ans. [1.75\ kw/m\ ]$

6.13 مسائل غير محلولة في إنتقال الحرارة بالتكثيف:
(Unsolved Problems in Heat Transfer by Condensation)

1/ لوح رأسي بإرتفاع $450mm$ ويتم المحافظة عليه عند درجة حرارة $30^{o}c$ يتم تعريضه لبخار مشبّع عند الضغط الجوي. أحسب الآتي: (i) معدّل إنتقال الحرارة، و (ii) معدّل التكثيف لكل ساعة لكل متر من عرض اللوح بالتكثف الشريحي.

خواص شريحة الماء عند متوسط درجة الحرارة هي:

$$h_{fg} = 2256.9kj/kg, \mu = 434 \times 10^{-6}kg/ms, k = 66.4 \times 10^{-3}w/m^{o}c,$$

$$\rho = 980.3kg/m^{3}$$

$Ans. [439.9 \times 10^{3}kj/h, 218.8kg/h]$

2/ لوح رأسي في شكل زعنف بإرتفاع $500mm$ ومعرّض لبخار عند ضغط جوي. إذا تمَّ المحافظة على سطح اللوح عند $60^{o}c$ ، أحسب:

(i) سمك الشريحة عند الحافة المنقادة للشريحة،

(ii) معامل إنتقال الحرارة الإجمالي،

(iii) معدّل إنتقال الحرارة،

(iv) معدّل سريان كتلة المائع المتكثّف.

إفترض حالات سريان رقائقي ووحدة عرض للوح.

$Ans. [(i)0.1732mm, (ii)6227.5w/m^{o}c, (iii)124550w, (iv)0.055kg/s]$

3/ لوح رأسي بإرتفاع 2.8m يتم المحافظة عليه عند $54^{o}c$ في وجود بخار مشبّع عند الضغط الجوي. أحسب معدّل إنتقال الحرارة لكل وحدة عرض.

$Ans. [700kw/m]$

4/ أنبوب رأسي بقطر خارجي 50mm وبطول 2m يتم تعريضه لبخار عند ضغط جوي. السطح الخارجي للأنبوب يتم المحافظة عليه عند درجة حرارة $84^{o}c$ بتدوير ماء بارد خلال الأنابيب. حدِّد:

(i) معدل إنتقال الحرارة إلى عنصر التبريد،

(ii) معدّل تكثف البخار.

$Ans. [(i)179kw , (ii)28.6\ kg/h]$

5/ أنبوب أفقي بقطر خارجي 25mm يتم تعريضه لبخار جاف عند 100^oc . يتم المحافظة على درجة حرارة سطح الأنبوب عند 84^oc بتدوير ماء خلال الأنبوب. أحسب معدّل تكوّن المائع المتكثف لكل متر طول من الأنبوب.

$Ans. [21.94\ kg/h]$

6/ مكثّف يتم تصميمه لتكثيف $2250kg/h$ من بخار جاف مشبّع عند ضغط مقداره $15kpa$. يتم إستخدام مصفوفة مربعة من 400 أنبوب كل بقطر 6mm . إذا تمَّ المحافظة على درجة حرارة سطح الأنبوب عند 26^oc، أحسب معامل إنتقال الحرارة وطول كل أنبوب مفترضاً ممراً مفرداً.

$Ans. [5205.3w/m^{2\,o}c,\ \ 1.35m]$

الفصل السابع
أساسيات انتقال الكتلة
(Fundamentals of mass transfer)

7.1 مدخل :

انتقال الكتلة هو انتقال مكونات خليط من منطقة ذات تركيز عالي إلى منطقة ذات تركيز منخفض نتيجة لفروقات التركيز بين المنطقتين .

هنالك نوعان من انتقال الكتلة:

انتقال الكتلة بالانتشار أو انتقال الكتلة الجزيئي (**Diffusion mass transfer or molecular mass transfer)**:

يحدث انتقال الكتلة نتيجة لحركة جزيئات مُكوِّنات الخليط . وهذا مشابه (مناظر) لانتقال الحرارة بالتوصيل . مثال نموذجي لانتقال الكتلة بالانتشار هو تجفيف ملابس رطبة في هواء ساكن في غرفة . تركيز بخار الماء حول الملابس يكون أكبر من ذلك للهواء الساكن ، بالتالي فإن كتلة البخار تنتقل من الملابس إلى الهواء . مرة ثانية فإن المبيدات الحشرية أو العطور التي يتم رشها في جزء من غرف تنفُذ (Permeates) وتصل لجميع أجزاء الغرفة بالانتشار الجزئي.

انتقال الكتلة بالحمل (Convective mass transfer) :

هذا مُناظر لانتقال الحرارة بالحمل ويعتمد على حركة المائع . إذا كانت حركة المائع نتيجة لتغير في الكثافة فإنَّ الإجراء يكون حملا طبيعياً أو حُراً ، أما إذا حدث سريان للمائع بواسطة مؤثر خارجي مثل مضخة أو مروحة بالتالي فإن الإجراء يكون حملاً قسرياً . أمثلة نموذجية لانتقال الكتلة بالحمل هي : الاسترطاب (Humidification) ، التقطير (Distillation) ، استخلاص السائل (Liquid extraction) ، وامتصاص الغاز (Gas absorption) ،إلى آخره.

7.2 تعريفات (Definitions) :

اعتبر خليطاً يحتل حجماً V ، له مكونات m_1 ، m_2،m_3، ⋯⋯ ، m_n .

كتلة أيّ مُكوِّن اعتباطي أو حكمي **(Arbitrary component)** تكون m_m .

$$m = \sum_{m=1}^{n} m_m \quad (1)$$ ، كتلة الخليط

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (2)$$ ، كثافة الخليط

$$\rho_m = \frac{m_m}{V} \quad (3)$$ ، كثافة المُكوّن

كثافة المُكوّن يتم الرجوع إليها كالتركيز ($\boldsymbol{concentration}$) ويتم ترميزها بـ C_m.

$$\sum \rho_m = \sum C_m = \rho \qquad (4)$$

$$w_m = \frac{m_m}{m} \quad (5)$$ ، $\frac{\text{كتلة المكون}}{\text{كتلة الخليط}}$ = كسر كتلة المُكوّن

$$w = \sum w_m = 1 \qquad (6)$$ ، كسر كُتلة الخليط

في بعض الأحيان يتم التعبير عن الخليط بدلالات عدد المولات ،

$$N_m = \frac{\text{كتلة المكوّن}}{\text{الوزن الجزيئي للمكون}} = \frac{m_m}{M_m} \qquad (7)$$ ، عدد المولات لمُكوّن m

حيث M_m هو الوزن الجزئي لمكوّن (Molecular weight) أو الكتلة الجزيئية النسبية لمُكوّن (Relative molecular mass) .

عدد المولات لكل وحدة حجم أو كثافة المول لمُكوّن m يتم التعبير عنها كالآتي :

عدد المولات لكل وحدة حجم (كثافة المول لمُكوّن) ،

$$n_m = \frac{\text{عدد المولات لمُكوّن}\, m}{\text{الحجم}} = \frac{N_m}{V} = \qquad (8)$$

$$\sum n_m = n \qquad (9)$$

حيث $n \equiv$ كثافة المول للخليط

$$x_m = \frac{N_m}{N} = \frac{\text{عدد المولات لمُكوّن}\, m}{\text{عدد المولات للخليط}} \qquad (10)$$ ، كسر المول لمُكوّن m

$$\mathrm{x} = \sum x_m = 1 \qquad (11)$$ ، كسر المول للخليط

يعطى الضغط الجزئي لمُكوِّن m كالآتي : (.i. e باستخدام معادلة الغاز المثالي)

$$P_m V = m_m R_m T = m_m \frac{\bar{R}}{M_m} T = N_m \bar{R} T \qquad (12)$$

بما أنَّ $N_m = \frac{m_m}{M_m}$ ،

}حيث $\bar{R}$ ≡ ثابت الغاز الشامل (Universal gas constant) الذي يساوي $8.314\, kj/kmol\, K$. و≡

R ثابت الغاز النوعي ($Specific\ gas\ constant$) والذي يساوي $0.287\, kj/kg\, K$}

$k\, mol$ ≡عدد من الـ $kg\ s$ مساوياً للوزن الجزئي لمادة.

ضغط الخليط ، $P = \sum P_m \qquad (13)$

للخليط ، $PV = N\bar{R}T = mRT \qquad (14)$

R ، ثابت الغاز النوعي للخليط $= \sum w_m R_m \qquad (15)$

$(Specific\ gas\ constant\ of\ the\ mixture)$

حيث كسر كتلة المُكوِّن، $w_m = \frac{m_m}{m}$

بدلالات الضغط الجزئي :

يمكن كتابة المعادلات التالية:

كثافة المكون ، $\rho_m = \frac{P_m}{R_m T}$

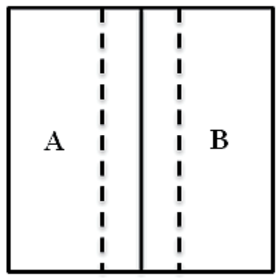
كسر كتلة المُكوِّن ، $w_m = \frac{P_m R}{P R_m}$

كسر المول للمُكوِّن ، $x_m = \frac{P_m}{p}$

7.3 انتقال الكتلة بالانتشار أو انتقال الكتلة الجزيئي :

:(Diffusion mass transfer or molecular mass transfer)

اعتبر النظام الموضَّح في الشكل رقم (7.1) أدناه. هنالك طبقة رفيعة تفصل الغازات A و B . عندما يُزال الحاجز تنتشر الغازات في بعضها البعض حتى يتم الوصول إلى حالة اتزّان للتركيز.



شكل رقم **(7.1)**

يُعطى مُعدَّل الانتشار بقانون فِك (Fick's law) :

$m^{\circ}_{A} \propto -A\frac{dC_A}{dx}$ ، مُعدَّل انتشار الكُتلة للمكونّة A

$$\frac{m^{\circ}_{A}}{A} = -D\frac{dC_A}{dx} \quad (16)$$

، معدل انتشار الكتلة للمكونِّة A لكل وحدة مساحة

حيث :

$D \equiv$ معامل الانتشار أو الانتشارية (m^2/s) $(coefficient\ of\ diffusion\ or\ diffusivity)$

$\frac{dC_A}{dx} \equiv$ ميل التركيز للمُكوِّنة A

$A \equiv$ مساحة الانتشار ، $(m^2)(Diffusion\ area)$

$m^{\circ}_{A} \equiv$ فيض الكتلة لكل وحدة زمن ، $(kg/s)(Mass\ flux\ per\ unit\ time)$

$C_A \equiv$ تركيز الكتلة للمُكوِّنة A لكل وحدة حجم ، (kg/m^3)

لاحظ التشابه بين المعادلة (16) ومعادلات توصيل الحرارة وانتقال كمية الحركة للموائع.

(لتوصيل الحرارة) $$\frac{Q}{A} = -k\frac{dT}{dx}$$

(لانتقال كمية الحركة) $$\tau_\omega = \frac{F}{A} = \mu\frac{du}{dy}$$

لاحظ أنَّ غاز A ينتشر في غاز B وغاز B ينتشر في غاز A .

يجب أنَّ نعتبر معامل انتشار لكل مُكوِّنة.

$\frac{m^\circ_A}{A} = -D_{AB}\frac{dC_A}{dx}$ ، مُعدَّل الانتشار للمُكوِّنة A لكل وحدة مساحة

حيث ، $$C_A = \rho_A = \frac{P_A M_A}{\bar{R}T} = \frac{P_A}{R_A T}$$

$$\because R_A = \frac{\bar{R}}{M_A}$$

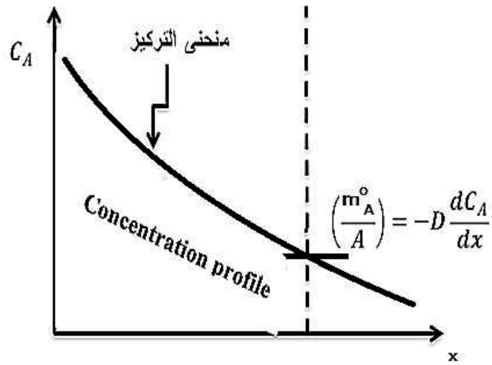
بالتفاضل بالنسبة لطول ممر الانتشار:

$\frac{dC_A}{dx} = \frac{M_A}{\bar{R}T}\frac{dP_A}{dx}$ ، ميل التركيز للمُكوِّنة A

مُعدَّل انتشار الكتلة للمُكوِّنة A لكل وحدة مساحة ،

$$\therefore \frac{m^\circ_A}{A} = -D_{AB}\frac{M_A}{\bar{R}T}\cdot\frac{dP_A}{dx}\text{(لانتشار ثابت درجة الحرارة)}\,(Isothermal\ diffusion) \quad (17)$$

الشكل (7.2) أدناه يوضِّح تفاوت التركيز للمُكونّة A (C_A) بالنسبة لطول ممر الانتشار (x) .

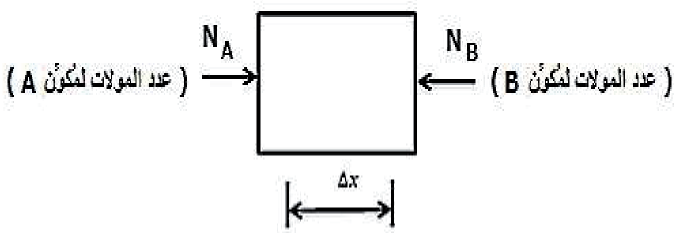


شكل رقم **(7.2)**

نفس الشيء للانتشار من B إلى A:

$\frac{m^{\circ}_B}{A} = -D_{BA}\frac{M_B}{\bar{R}T}\cdot\frac{dP_B}{dx}$ (18) ، معدل انتشار الكتلة للمُكوّنة B لكل وحدة مساحة

الآن اعتبر حالة انتشار مضاد متساوي المولات كما في الشكل (7.3) أدناه .



N_A ، N_B هما معدَّلات الانتشار المولي المستقِر للمُكوِّنات A ، B .

للحالة المستقرة فإنَّ كل جزيء (Molecule) لـ A يتم ازالته يجب إحلاله بجزيء لـ B والعكس بالعكس.

وهكذا فإن معدلات الانتشار تكون بالصورة التالية:

$N_A = \frac{m^{\circ}_A}{M_A} = -D_{AB}\frac{A}{\bar{R}T}\cdot\frac{dP_A}{dx}$ (19) ، مُعدَّل الانتشار المولي المستقر للمُكوِّنة A

$N_B = \frac{m^{\circ}_B}{M_B} = -D_{BA}\frac{A}{\bar{R}T}\cdot\frac{dP_B}{dx}$ (20) ، مُعدَّل الانتشار المولي المستقر للمُكوِّنة B

يبقى الضغط الكلي ثابتاً في الحالة المستقرة وذلك حسب قانون دالتون المُوضَّح أدناه:

$$P_A + P_B = P \qquad (21)$$

بتفاضل المعادل (21) عاليه بالنسبة لطول ممر الانتشار نحصل على :

$$\frac{dP_A}{dx} + \frac{dP_B}{dx} = 0 \qquad (22)$$

بإعادة ترتيب المعادلة (22) عاليه نحصل على :

$$\frac{dP_A}{dx} = -\frac{dP_B}{dx} \qquad (23)$$

إذا تم إحلال الجزيئات على أي جانب ، فإنَّه:

للحالة المستقرة فإن محصلة مُعَّدل الانتشار المولي المستقر يجب أن تساوي صفر .

$$N_A + N_B = 0 \qquad (24)$$

وبإعادة ترتيب المُعادلة (24) أعلاه نحصل على :

$$\therefore N_A = -N_B$$

وبالتعويض نحصل على:

$$-D_{AB}\,\frac{A}{\bar{R}T}\cdot\frac{dP_A}{dx} = +D_{BA}\,\frac{A}{\bar{R}T}\cdot\frac{dP_B}{dx}$$

$$\therefore -D_{AB}\,\frac{A}{\bar{R}T}\cdot\frac{dP_A}{dx} = -D_{BA}\,\frac{A}{\bar{R}T}\cdot\frac{dP_A}{dx}$$

$$\therefore D_{AB} = D_{BA} = D \qquad (25)$$

بتكامل المعادلة (17) من الحالة (1) إلى الحالة (2) نحصل على :

$$\frac{\overset{\circ}{m}_A}{A} = -\frac{DM_A}{\bar{R}T}\cdot\frac{P_{A_2} - P_{A_1}}{x_2 - x_1}$$

أو ، $\frac{\overset{\circ}{m}_A}{A} = -\frac{DM_A}{\bar{R}T}\cdot\frac{P_{A_2} - P_{A_1}}{\Delta x} \qquad (26)$

الحالة المستقرة للانتشار الجزيئي (Steady state molecular diffusion) :

الشكل العام (أو الصورة العامة) لقانون فك (Fick's law) الذي يكون فيه الانتشار من أحد الغازات إلى الآخر ليس هو نفسه من الغاز الآخر إلى الأول.

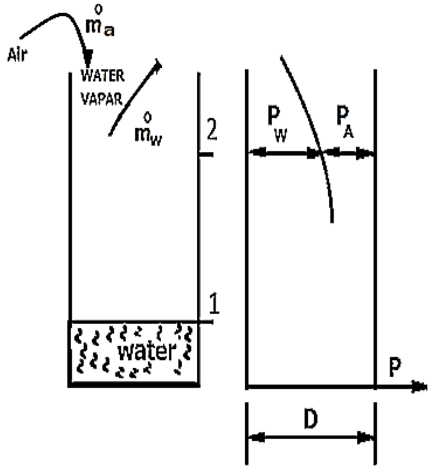
معدل انتشار كُتلة المُكوّن A = كتلة المُكوّن A + معدل انتشار كُتلة المُكوّن A في المُكوّن B

$$\frac{m^{\circ}}{A} = w_A(m^{\circ}_A + m^{\circ}_B) + \rho D_{AB}\frac{dP_A}{dx} \qquad (27)$$ ، معدل انتشار الكتلة للمُكوِّن A

عليه ، إذا كان مُعدَّل الانتشار من كل غاز هو نفسه فإنَّ $m^{\circ}_A = -m^{\circ}_B$ ، وستكون المعادلة (27) متطابقة مع المعادلة (26) .

اعتبر انتشار ثابت درة الحرارة (**Isothermal Diffusion**) لبخار ماء من سطح إلى هواء راكد (**Stagnant air**) .

يكون السطح الحر للماء مُعرَّضاً للهواء كما مُوَّضح في الشكل (7.4) أدناه .



شكل رقم (7.4)

افتراضات (Assumptions) :

1] يكون النظام ثابت درجة الحرارة ويبقى الضغط الكلي غير متغير.($T = constant$ ، $P = constant$)

2] يكون الاجراء مستقراً . هذا يتطلب أن تكون هنالك حركة خفيفة للهواء عند الأعلى ولكن دون أن يتسبب ذلك في اضطراب أو تشويش في الوعاء ، وبالتالي تغيَّر التركيز عند أيِّ نقطة .

3] يسلك الهواء والبخار نفس سلوك الغازات المثالية.

يكون انتشار الهواء لأسفل كالآتي : (**The diffusion of air downward**):

$$m^\circ_A = -\frac{DAM_A}{\bar{R}T}\cdot\frac{dP_A}{dx} \quad (28)$$ ، معدل انتشار كتلة الهواء لأسفل

(حيث A هي مساحة المقطع العرضي للوعاء)

هذا يجب موازنته بالحركة لأعلى:

$$m^\circ_A = \rho_A A v = \frac{M_A P_A}{\bar{R}T}\cdot A v \quad (29)$$ ، معدل سريان كتلة الهواء

بمساواة المعادلتين (28) و (29) نحصل على المعادلة التالية :

$$v = \frac{D}{P_A}\cdot\frac{dP_A}{dx} \quad (30)$$

انتشار الكتلة لبخار الماء :

$$m^\circ_w = \frac{-DAM_W}{\bar{R}T}\cdot\frac{d\,P_W}{dx} \quad (31)$$ ، معدل انتشار كتلة بخار الماء لأعلى

ايضاً تكون معظم حركة انتقالات بخار الماء بحيث أنَّ :

$$m^\circ_w = \rho_W A v = \frac{M_W P_W}{\bar{R}T} A v \quad (32)$$ ، مُعدَّل سريان كتلة بخار الماء

الكتلة الكلية لبخار الماء هي حاصل جمع المعادلتين (31) و (32) :

$$\mathrm{m}^\circ_{w(Total)} = \frac{-DAM_w}{\bar{R}T}\cdot\frac{dP_w}{dx} + \frac{M_w P_w}{\bar{R}T} A \frac{D}{P_A}\frac{dP_A}{dx} \quad (33)$$

بتعويض قانون دالتون($P = P_A + P_W$ ، وبإجراء التفاضل $\frac{dP_A}{dx} + \frac{dP_w}{dx} = 0$ ، $\therefore \frac{dP_A}{dx} = \frac{-dP_w}{dx}$) في المعادلة (33) نحصل على :

$$\begin{aligned}\mathrm{m}^\circ_{w(Total)} &= \frac{-DAM_w}{\bar{R}T}\cdot\frac{dP_w}{dx} - \frac{M_w P_w}{\bar{R}T} A \frac{D}{P_A}\frac{dP_w}{dx} \\ &= \frac{-DAM_w}{\bar{R}T}\cdot\frac{dP_w}{dx}\left[1 + \frac{P_w}{P_A}\right] \\ &= \frac{-DAM_w}{\bar{R}T}\cdot\frac{dP_w}{dx}\left[\frac{P_A + P_w}{P_A}\right]\end{aligned}$$

تسمي المعادلة(34) أدناه بقانون ستيفان (Stefan's law) .

$$\mathrm{m}^\circ_{w(Total)} = \frac{-DAM_w}{\bar{R}T}\cdot\frac{dP_w}{dx}\cdot\frac{P}{P - P_w} \quad (34)$$

بإجراء التكامل على المعادلة عالية ،

$$\text{m}^{\circ}_{w(Total)} \int_{x_1}^{x_2} dx = \frac{-DAM_w}{\bar{R}T} \cdot P \int_{P_{w_1}}^{P_{w_2}} \left[\frac{dP_w}{P-P_w}\right]$$

$$\text{m}^{\circ}_{w(Total)}(x_2 - x_1) = \frac{DAM_w}{\bar{R}T} \cdot P \int_{P_{w_1}}^{P_{w_2}} \frac{1}{P_w - p} \cdot dP_w$$

$$\text{m}^{\circ}_{w(Total)}(x_2 - x_1) = \frac{DAM_w}{\bar{R}T} \cdot P \ln\left[\frac{P_{w_2} - P}{P_{w_1} - P}\right]$$

$$\text{or} \quad \text{m}^{\circ}_{w(Total)} = \frac{DAM_w}{\bar{R}T} \cdot \frac{P}{(x_2 - x_1)} \ln\left[\frac{P - P_{w_2}}{P - P_{w_1}}\right] \qquad (35)$$

$$\text{or} \quad \text{m}^{\circ}_{w} = \frac{DAM_w}{\bar{R}T} \cdot \frac{P}{(x_2 - x_1)} \ln\frac{P_{A_2}}{P_{A_1}} \qquad (36)$$

مثال **(1)** :

أحسب مُعدَّل الانتشار لماء من أسفل أنبوب اختبار قطره $10mm$ وطوله $15cm$ إلى جو جاف ودرجة حرارة مقدارها 25°C . إذا كان معامل الانتشار أو الانتشارية للماء يكافئ $0.256\, Cm^2/S$عند درجة حرارة مقدارها 25°C .

الحل :

بالرجوع للشكل رقم (7.5) أدناه :

عند سطح الماء يكون الهواء مشبعاً بِبُخار الماء ، وبالتالي فإن ضغطه الجزئي هو ضغط التشبُع المُناظِر لدرجة حرارة الماء.

من جداول (Saturated water and steam) أو جداول (Further properties of water and steam)

$$P_g = P_{w_1} = 0.03166\, bar$$

$$\therefore P_{A_1} = P - P_{w_1} = 1.01325 - 0.03166 = 0.98159\, bar$$

عند الأعلى فإن الهواء يكون جافاً ، وبالتالي فإن الضغط الجزئي لبخار الماء يكون صفراً .

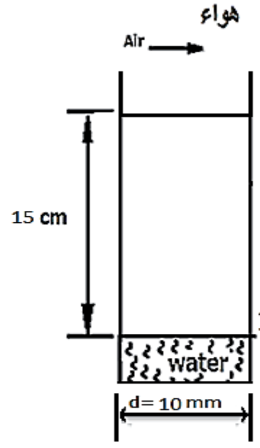
$$P_{w_2} = \rho g h = 0$$

$$P_{A_2} = P - P_{W_2} = 1.01325 - 0 = 1.01325\ bar$$

للماء عند درجة حرارة 25°C ، $D = 0.256\,cm^2/s = 0.256 \times 10^{-4}\,m^2/s$

الكتلة الجزيئية النسبية للماء ، $M_w = H_2O = 2 \times 1 + 1 \times 16 = 18$

مُعدل انتقال كتلة الماء ، $\mathrm{m}^{\circ}{}_w = \frac{DAPM_w}{\bar{R}T(x_2 - x_1)} \ln \frac{P_{A_2}}{P_{A_1}}$



شكل رقم **(7.5)**

$$\therefore \mathrm{m}^{\circ}{}_w = \frac{0.256 \times 10^{-4} \times \frac{\pi}{4} \times 0.01^2 \times 1.01325 \times 10^5 \times 18}{8.314 \times 10^3 \times 298 \times 0.5} \ln \frac{1.01325}{0.98159}$$

$$= 3.1324 \times 10^{-10}\,kg/S$$

$$= 0.001128\,g/h$$

$$= 1.128\,mg/h$$

7.4 انتقال الكتلة بالحمل **(Convective mass transfer) :**

مُعدَّل انتقال الكتلة بالحمل للمُكوِّنة w ، $\mathrm{m}^{\circ}{}_w = h_m A\left(C_{W_1} - C_{W_2}\right)$ (37)

حيث $\mathrm{m}^{\circ}{}_w \equiv$ مُعدَّل انتقال الكتلة بالحمل للمُكوِّنة w بالـ kg/s

$h_m \equiv$ مُعامِل انتقال الكُتلة بالحمل للمُكوِّنة w بالـ m/s

C_{W_2} ، $C_{W_1} \equiv$ التركيز لمُكوِّنة w عند نقطتين معينتين

لحالة مستقرة عبر طبقة رقيقة سمكها ΔX :

مُعدَّل انتقال الكُتلة بالانتشار = مُعدَّل انتقال الكتلة بالحمل

والتي يتم التعبير عنها بالمعادلة (38) أدناه :

$$\mathrm{m}^{\circ}_{w} = \frac{\mathrm{D}A\left(C_{W_1} - C_{W_2}\right)}{\Delta x} = h_m A\left(C_{W_1} - C_{W_2}\right) \qquad (38)$$

ومن المعادلة (38) عاليه :

$$h_m = \frac{D}{\Delta x} \qquad (39)$$

، معامل انتقال الكتلة بالحمل

مُعادلات الطاقة وكمية الحركة لحد رقائقي أو لطبقة تحتية رقائقية في سريان مضطرب يتم اعطاؤها كالآتي:

(The energy and momentum equations of a laminar boundary or a laminar sub-layer in turbulent flow are as follows):

مُعادلة الطاقة

$$u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} = \propto \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \qquad (40)$$

مُعادلة كمية الحركة

$$u\frac{\partial U}{\partial x} + v\frac{\partial U}{\partial x} = \nu\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \qquad (41)$$

هنالك علاقة مشابهة يمكن كتابتها لانتقال الكتلة:

$$u\frac{\partial C}{\partial x} + v\frac{\partial C}{\partial x} = D\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \qquad (42)$$

من المعادلات (40) و(41) يُلاحظ أنَّ المقاطع أو الاشكال الجانبية لدرجة الحرارة والسرعة يكونا متشابهين .

$$\nu = \alpha \text{ ، أو } \frac{\nu}{\alpha} = 1$$

$$\frac{\nu}{\alpha} = \frac{\mu}{\rho}\cdot\frac{\rho c_P}{k} = \frac{\mu c_P}{k} = pr = 1 \ (\text{رقم براندتل}) \qquad (43)$$

من المعادلات (41) و (42) سيكون هنالك تشابهاً بين كمية الحركة وانتقال الكتلة إذا كان :

$$\frac{\nu}{D} = 1 \text{ أو } \qquad \nu = d$$

$$\frac{\nu}{D} = \frac{\mu}{\rho D} = SC(Schmidt\ number)\text{رقم شميدت} \qquad (44)$$

أيضاً من المعادلتين (40) و(42) يُلاحظ أنَّ المقاطع الجانبية لدرجة الحرارة والتركيز يكونا متشابهين إذا كان :

$$\alpha = D \qquad \text{أو} \quad \frac{\alpha}{D} = 1$$

$$\frac{\alpha}{D} = \frac{k}{D\rho c_P} = Le(Lewis\ number) \text{ رقم لويس} \qquad (45)$$

يكون ارتباط انتقال الحرارة بالحمل القسري كما يلي :

$$Nu = f(Re \text{،} Pr) = \frac{hL}{k} \qquad (46)$$

وانتقال الكتلة بالحمل القسري:

$$sh = f(Re \text{،} Sc) = \frac{h_m L}{D} \qquad (47)$$

حيث sh: هو رقم شيروود (Sherwood number)

لتبخر سوائل إلى هواء من أعمدة دائرية أو أنابيب (Circular columns or tubes) حينما تُرطِّب السوائل السطح وتُدفع قسرياً خلال العمود.

$$sh = \frac{h_m d}{D} = 0.023\left(\frac{\rho C d}{\mu}\right)^{0.83}\left(\frac{\nu}{D}\right)^{0.44} \text{ ، رقم شيروود} \qquad (48)$$

هذه المعادلة تكون صحيحة (Valid) عندما :

$$2000 < Re < 35000$$

$$0.6 < Sc < 2.5$$

يمكن استخدام المعادلة (48) لسريان في أنابيب ناعمة .

لانتقال حرارة من ماء مُتبخِّر من سطح بركة (بحيرة) (Lake) بافتراض سريان رقائقي :

$$Nu = 0.664\, Re^{1/2} Pr^{1/3} \qquad (49)$$

ويكون انتقال الكتلة المناظر هو :

$$sh = 0.664\, Re^{1/2} sc^{1/3} \qquad (50)$$

لسريان خلال لوحة ، $Re \leq 5 \times 10^5$ (سريان رقائقي)

في حالة حمل طبيعي ،

لانتقال حرارة بحمل طبيعي ، $Nu = f(Gr \text{ ، } Pr) \quad (51)$

لانتقال كتلة بحمل طبيعي ، $sh = f(Gr \text{ ، } sc) \quad (52)$

تناظر رينولدز البسيط :

لانتقال حرارة ، $st = \frac{Nu}{Re \cdot Pr} = \frac{f}{2} \quad (53)$

ولانتقال كتلة ، $st_m = \frac{sh}{Re \cdot sc} = \frac{f}{2} \quad (54)$

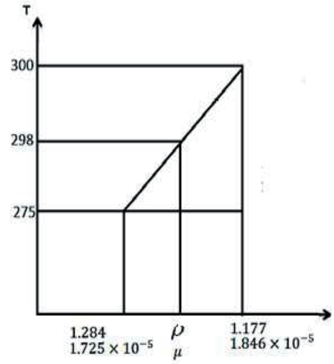
مثال **(2)** :

أحسب مُعدَّل التبخُر لماء من بحيرة أبعادها $500m \times 500m$. تكون سرعة الرياح مساوية لـ $5\, m/s$. لكلٍ من البحيرة والهواء درجة حرارة مقدارها $25°C$.

أحسب مُعدَّل التبخُر عندما يمتلك الهواء المحيط رطوبة نسبية مقدارها $a/\%10$ ، $b/\%80$. خذ لسريان كتلة مضطرب $sh = 0.036 Re^{0.8} sc^{1/3}$ ومعامل انتشار بخار الماء في الهواء يعادل $2.6 \times 10^{-5}\, m^2/s$ عند درجة حرارة مقدارها $25°C$.

الحل :

$Re = \frac{\rho C d}{\mu}$، رقم رينولدز



من جداول الهواء الجاف عند ضغط منخفض، يتم تحديد الخواص عند درجة حرارة $25°C$ ،

$(25 + 273 = 298K)$، وباستخدام طريقة الاستكمال

يتم الحصول على الخواص التالية :

$$\rho = 1.284 + \left(\frac{298 - 275}{300 - 275}\right)(1.177 - 1.284) = 1.186\,kg/m^3$$

$$\mu = 1.725 \times 10^{-5} + \left(\frac{23}{25}\right)(1.846 - 1.725) \times 10^{-5} = 1.836 \times 10^{-5}\,kg/ms$$

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} = \frac{1.836 \times 10^{-5}}{1.86} = 1.54810^{-5}$$

$$\therefore Re = \frac{\rho CL}{\mu} = \frac{1.186 \times 5 \times 500}{1.836 \times 10^{-5}} = 1.615 \times 10^{8}$$

لانتقال الكتلة ، $$sh = 0.036 Re^{0.8} Sc^{1/3}$$

$$sc = \frac{\nu}{D} = \frac{1.548 \times 10^{-5}}{2.6 \times 10^{-5}} = 0.5954 \simeq 0.6$$

$$sh = 0.036(1.615 \times 10^{8})^{0.8}(0.6)^{1/3} = 1.12 \times 10^{5}$$

أيضاً ، $sh = \frac{h_m L}{D}$ ، $h_m = \frac{sh \times D}{L} = \frac{1.12 \times 10^5 \times 2.6 \times 10^{-5}}{500} = 5.824 \times 10^{-3}\,m/s$

عند سطح البحيرة تكون الرطوبة النسبية 100% (حيث يكون البخار ملامساً للماء) .

بالتعريف فإنَّ الرطوبة النسبية $\emptyset$ تكون كالآتي:

$$\emptyset = \frac{\text{الكتلة الفعلية لبخارالماء في الهواء}}{\text{كتلة بخارالماء في الهواء في الحالة المشبعة عند نفس درجة الحرارة}} = \frac{m_S}{(m_S)_{Sat.}} = \frac{P_s}{P_g}$$

حيث : $P_s \equiv$ الضغط الجزئي لبخار الماء في الهواء .

$P_g \equiv$ الضغط الجزئي لبخار الماء في الهواء في الحالة المشبعة عند نفس درجة الحرارة.

من جداول البخار عند 25°C (Saturated water and steam) ، $P_g = 0.03166\ bar$

$$P_g = 3166\, N/m^2$$

الضغط الجزئي لبخار الماء في الهواء في الحالة المشبعة عند نفس درجة الحرارة

$$P_g = P_{w_1} = 3166\, N/m^2$$

تركيز بخار الماء:

$$C_{w_1} = \frac{P_{w_1}}{\bar{R}T} = \frac{P_{w_1}M_w}{\bar{R}T} = \frac{3166\times 18}{8314\times 298} = 0.023\, kg/m^3$$

a] عندما يملك الهواء المحيط رطوبة نسبية مقدارها ، $\emptyset = 10\% = 0.1$

$$P_{w_2} = 3166 \times 0.1 = 316.6\, N/m^2$$

بما أنَّ $\phi = \frac{P_{w_2}}{P_{w_1}}$

$$C_{w_2} = \frac{P_{w_2}M_w}{\bar{R}T} = \frac{316.6\times 18}{8314\times 298} = 0.0023\, kg/m^3$$

مُعدَّل التبخُر ، $\dot{m}_w = h_m A(C_{w_1} - C_{w_2})$

مُعدَّل التبخُر ، $\dot{m}_w = 5.824\times 10^{-3}\times 500\times 500(0.023 - 0.0023) = 30.14\, kg/s$

b] عندما يملك الهواء المحيط رطوبة نسبية مقدارها ، $\phi = 0.8$

$$P_{w_2} = 3166 \times 0.8 = 2532.8\, N/m^2$$

$$C_{w_2} = \frac{P_{w_2}M_w}{\bar{R}T} = \frac{2532.8\times 18}{8314\times 298} = 0.0184\, kg/m^3$$

مُعدَّل التبخُر ، $\dot{m}_w = h_m A(C_{w_1} - C_{w_2})$

$$= 5.824\times 10^{-3}\times 500\times 500(0.023 - 0.0184) = 6.7\, kg/s$$

ملحوظة : كلما زادت الرطوبة النسبية كلما قل معدل تبخر الموائع

7.5 تناظر رينولدز ـ كولبيرن لانتقال حرارة وكتلة من أنابيب:
: (Reynold's Colburn analogy for heat and mass transfer from tubes)

$$\frac{h}{\rho C c_p} Pr^{2/3} = \frac{f}{2} \qquad (55)$$

لانتقال كُتلة:

$$\frac{h_m}{C} \cdot sc^{2/3} = \frac{f}{2} \qquad (56)$$

لانتقال كُتلة من لوحة مُستوِية ناعِمة :

لسريان رقائقي :

$$\frac{h_m}{C} \cdot Sc^{2/3} = \frac{f}{2} = 0.332 Re^{\frac{-1}{2}} \qquad (57)$$

لسريان مضطرب :

$$\frac{h_m}{C} \cdot Sc^{2/3} = \frac{f}{2} = 0.0296 Re^{\frac{-1}{5}} \qquad (58)$$

عندما يحدث انتقال لكلٍ من الحرارة والكتلة في نفس الوقت لسريان داخل ماسورة ، فإنَّ معاملات انتقال الحرارة والكُتلة يتم الحصول عليها من المعادلات (55) و (56) كالآتي :

$$\frac{h}{h_m} = \rho c_P \left(\frac{sc}{pr}\right)^{2/3}$$

$$= \rho c_P \left(\frac{\alpha}{D}\right)^{2/3} = \rho c_P Le^{2/3} \qquad (59)$$

مثال (3) :

هواء جاف عند ضغط جوي يهب خلال ثيرموميتر موجود في غطاء مضاءلة . يُعرف هذا الثيرموميتر بـ ثيرموميتر البصيلة الرطبة الكلاسيكي (Classical wet bulb thermometer). يصل الثيرموميتر إلى درجة حرارة مقدارها 18.3°C ، ما هي درجة حرارة الهواء الجاف.

الحل :

اعتبر حالة مستقرة (*Steady state*) ، حيث يتم أخذ درجة حرارة التبخُر من الهواء

$$Q = \dot{m}_w h_{fg} = hA(T_\infty - T_w) \quad (1)$$ مُعدَّل انتقال الحرارة بالحمل ،

من المعادلة (1) عاليه ،

$$\dot{m}_w = hA\,(T_\infty - T_w)/h_{fg} \qquad (2)$$

$$\dot{m}_w = h_m A(C_w - C_\infty) \qquad (3)$$ مُعدَّل التبخُر بالـ kg/s ،

بمساواة المعادلتين (2) و (3) :

$$\therefore \frac{hA(T_\infty - T_w)}{h_{fg}} = h_m A(C_w - C_\infty) \qquad (4)$$

من المعادلة (4) عاليه يتم الحصول على $\frac{h}{h_m}$ (النسبة بين معامل انتقال الحرارة بالحمل ومعامل انتقال الكتلة بالحمل).

$$\frac{h}{h_m} = \left[\frac{C_w - C_\infty}{T_\infty - T_w}\right] h_{fg} = \rho c_P \left(\frac{\alpha}{D}\right)^{2/3}$$

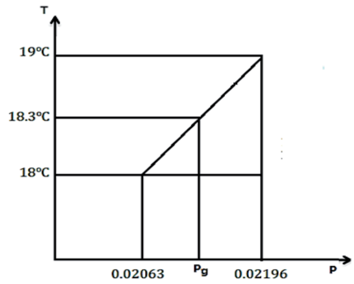
التركيز عند بصيلة الثيرموميتر C_w يتم الحصول عليه عند مستوى التشبع.

من جداول الماء والبخار المشبع عند 18.3°C يتم إيجاد P_g باستخدام اسلوب الاستكمال .

$$P_g = 0.02063 + \left[\frac{18.3 - 18}{19 - 18}\right](0.02196 - 0.02063) = 0.02103 bar = 2103\, N/m^2$$

$$\therefore P_w = P_g = 2103\, N/m^2$$

$$\therefore C_w = \frac{P_w}{\bar{R}T} = \frac{P_w M_w}{\bar{R}T} = \frac{2103 \times 18}{8.314 \times 10^3 \times 291.3} = 0.01563\, kg/m^3$$

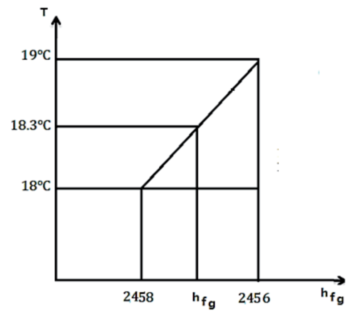


$C_{\infty} = 0$ (هواء جاف)

$$\rho = \frac{P}{RT} = \frac{1.013 \times 10^5}{287 \times 10^3 \times 291.3} = 1.212\, kg/m^3$$

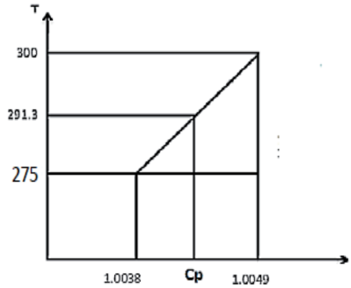
إذا كان $\frac{\alpha}{D} = 0.845$ ، من جداول الهواء الجاف عند ضغط منخفض $C_p = 1\ .0045\, kj/kgK$.

ومن جداول البخار وباستخدام أسلوب الاستكمال ، $h_{fg} = 2457.7\, kj/kg$



$$h_{fg} = 2458.4 + \left(\frac{18.3 - 18}{19 - 18}\right)(2456 - 2458.4) = 2457.7\, kj/kg$$

من جداول (Dry air at low pressure) :



$$C_p = 1.0038 + \left[\frac{291.3 - 275}{300 - 275}\right](1.0049 - 1.0038) = 1.0045\, kj/kg\ K$$

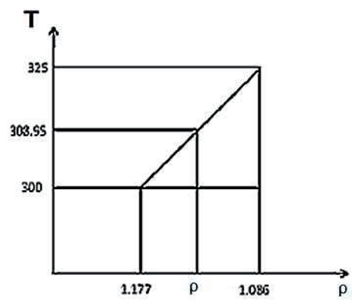
$$T_\infty - T_w = \frac{(C_w - C_\infty)h_{fg}}{\rho c_P \left(\frac{\alpha}{D}\right)^{2/3}} = \frac{(0.01563 - 0)2457.7}{1.212 \times 1.0045(0.845)^{2/3}} = 35.3℃$$

$$\therefore T_\infty = 35.3 + 18.3 = 53.6℃$$

بإيجاد ρ عند $\frac{T_\infty + T_w}{2}$ ،

$$\frac{53.6 + 18.3}{2} = 35.95℃ + 273 = 308.95\text{K}$$

وباستخدام طريقة الاستكمال لإيجاد ρ، من جداول الهواء الجاف عند ضغط منخفض:



$$\rho = 1.177 + \left(\frac{308.95 - 300}{325 - 300}\right)(1.086 - 1.177) = 1.144\, kg/m^3$$

$$T_\infty - T_w = \frac{(C_w - C_\infty)h_{fg}}{\rho c_P \left(\frac{\alpha}{D}\right)^{2/3}}$$

$$= \frac{0.01563 \times 2457.7}{1.144 \times 1.0045(0.845)^{2/3}} = 37.4°C$$

$$\therefore T_\infty = 37.4 + 18.3 = 55.7°C$$

مثال (4) :

إذا كان سريان الهواء في المثال السابق عند 32.2°C بينما تبقى البصيلة الرطبة عند 18.3°C. أحسب الرطوبة النسبية لسريان الهواء .

الحل:

$$\phi = \frac{\text{الكتلة الفعلية للبخار في للهواء}}{\text{كتلة البخار في الهواء في الحالة المشبعة}} = \frac{m_s}{(m_s)_{sat}} = \frac{P_s}{P_g}$$

$$\phi = \frac{P_s}{P_g} = \frac{\rho_s R_w T}{\rho_g R_w T} = \frac{\rho_s}{\rho_g} = \frac{C_s}{C_g}$$

$$\rho c_P \left(\frac{\alpha}{D}\right)^{2/3} = \left[\frac{C_s - C_\infty}{T_\infty - T_W}\right] \times h_{fg}$$

$$C_s - C_\infty = \frac{\rho c_P \left(\frac{\alpha}{D}\right)^{2/3} (T_\infty - T_W)}{h_{fg}}$$

$$= \frac{1.212 \times 1.0045 \times 10^3 \times 0.845^{2/3}(32.2 - 18.3)}{2457.7 \times 10^3}$$

$$\therefore C_s = 0.00615\, kg/m^3$$

من جداول البخار عند 32.2°C وباستخدام أسلوب الاستكمال نحصل على :

$$C_g = \rho_g = \frac{1}{v_g} = 0.0342\, kg/m^3$$

$$\phi = \frac{C_s}{C_g} = \frac{0.00615}{0.0342} \times 100\% = 17.98\%$$

7.6 مسائل محلولة في انتقال الكتلة :

[1] في خليط من الاوكسجين . النيتروجين عند 10 ضغط جوي و25°C وُجد أنَّ تركيزات الاكسجين عند نقطتين تبعدان مسافة $0.2cm$ عن بعضهما البعض هما 10و20 نسبة حجم مئوية على الترتيب . أحسب

مُعدَّل الانتشار للأكسجين مُعبراً عنه كـ g/cm^2h لحالة انتشار أحادي المُكوِّن (***Unit -component diffusion***)(***nitrogen to non -diffusing***). تكون قيمة الانتشارية (***Diffusivity***) $0.181\ cm^2/s$.

خُذ الضغط الجوي كـ $1.01325\ bar$.

الحل :

من المعادلة المميزة للغازات ، $PV = mRT$

والتي يمكن كتابتها بالصورة التالية:

$$P = \rho RT = \frac{\rho \bar{R} T}{M} = C\bar{R}T$$

$$P_m = C_m \bar{R} T \rightarrow (1)$$

$$P = C\bar{R}T \rightarrow (2)$$

بقسمة (1) % (2) نحصل على :

$$\frac{P_m}{P} = \frac{C_m}{C} = x_m$$

بما أن : $\frac{P_m = C_m \bar{R} T}{P = C\bar{R}T}$

$\Delta x = x_2 - x_1 = 0.2cm = 0.002m$ ، $T = 25℃ + 273 = 298K$ ، $P = 10\ atmos$
$= 10 \times 1.01325 = 10.1325\ bar$

كسر المول للأكسجين عند ، $x_{0_1} = 0.2 = \frac{P_{0_1}}{P}$ ، $\therefore P_{0_1} = 0.2P = 0.2 \times 10 = 2\ atmos$

الحالة (1)

كسر المول للأكسجين عند، $x_{0_2} = 0.1 = \frac{P_{0_2}}{P}$ ، $\therefore P_{0_1} = 0.1P = 0.1 \times 10 = 1\ atmos$

الحالة (2)

$$\therefore P_{N_1} = P - P_{0_1} = 10 - 2 = 8\ atmos$$

و $P_{N_2} = P - P_2 = 10 - 1 = 9\ atmos$

مُعدَّل انتشار كتلة الاكسجين لكل وحدة مساحة :

$$\frac{\mathrm{m}^{\circ}}{A} = \frac{DPM_O}{\bar{R}T(x_2 - x_1)} \ln \frac{P_{N_2}}{P_{N_1}}$$

$$\therefore \frac{\mathrm{m}^\circ}{A} = \frac{0.181 \times 10^{-4} \times 10.1325 \times 10^5 \times 32}{8.314 \times 10^3 \times 298 \times 0.002} \ln \frac{9}{8} = 0.01395\, kg/m^2 s$$

$$= \frac{0.01395 \times 10^3 \times 3600}{10^4} = 5.022\, g/cm^2 h$$

[2] أحسب مُعدَّل الانتشار لبُخار ماء من طبقة رفيعة لماء في قاع بئر ارتفاعها $6m$ إلى هواء جاف ينساب فوق أعلى البئر . افترض أنَّ النظام كُله يكون عند $298k$ وضغط جوي .

إذا كان قُطر البئر $3m$ ، أوجد الوزن الكلي للماء المنتشر في الثانية من سطح الماء في البئر . معامل الانتشار لبخار الماء في هواء جاف عند $298K$ و واحد ضغط جوي هو $0.256 \times 10^{-4}\, m^2/s$.

الحل :

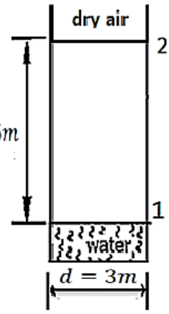
مُعدَّل انتشار أو انتقال كتلة بخار الماء ، $\mathrm{m}^\circ_w = ?$

$$T = 25^\circ\mathrm{C} = 25 + 273 = 298K$$

$$P = P\, atmos. = 1.01325\, bar = 10.1325\, N/Cm^2$$

مُعامِل الانتشار أو الانتشارية ، $D = 0.256 \times 10^{-4}\, m^2/s \quad = 0.256\, cm^2/s$

عند سطح الماء ، يكون الهواء مُشبَّعاً ببخار الماء .



شكل رقم (7.6)

بالرجوع إلى الشكل رقم (7.6) أعلاه:

من الجداول ، عند $25^\circ\mathrm{C}$:

$$P_g = P_{w_1} = 0.03166\, bar$$

$$\therefore P_{A_1} = P - P_{w_1} = 1.01325 - 0.03166 = 0.98159\, bar$$

$$P_{w_2} = 0\ (dry\ air)$$

$$P_{A_2} = \mathrm{P} - P_{w_2} = 1.01325 - 0 = 1.01325\ bar$$

$$\mathring{m}_w = \frac{DAPM_w}{\bar{R}T(x_2 - x_1)} \ln \frac{P_{A_2}}{P_{A_1}}$$

$$\mathring{m}_w = \frac{0.256 \times \frac{\pi}{4} \times 300^2 \times 10.1325 \times 18}{8.314 \times 10^3 \times 10^2 \times 298 \times 600} \ln \frac{1.01325}{0.98189} = 7.05 \times 10^{-7}\ kg/s$$

$$= 7.05 \times 10^{-4}\ g/s$$

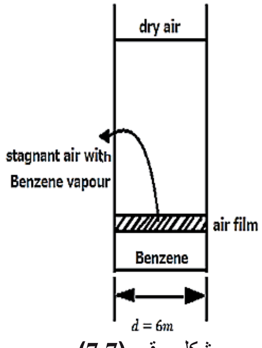
$$= 2.538\ g/h$$

[3] خزّان اسطواني مفتوح ، قطره $6m$ ، يحوي بنزين عند 25°C يكون مُعرَّضا للجو بأسلوب يجعل السائل مُغطى بشريحة هواء راكدة يتم تقدير سمكها بـ $5mm$. يتم بتجاهل تركيز البنزين خلف الشريحة الراكدة . يكون ضغط بُخار البنزين عند 25°C مساوياً لـ $100\ mm\ Hg$. إذا كان سعر لتر البنزين واحد دولار ، ما هو فقد البنزين من الخزان بالدولارات في اليوم؟

الانتشارية المولارية (الجزيئية) (***Molar diffusivity***) لبنزين في هواء عند 25°C وضغط جوي واحد هي $277.7\ cm^2/hr$. كثافة البنزين عند 25°C تساوي $0.88\ g/ml$.

الحل:

بالرجوع إلى الشكل (7.7) أدناه :



شكل رقم **(7.7)**

$$T = 25°\mathrm{C} = 25 + 273 = 298K$$

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 5mm = 5 \times 10^{-3}m = 0.005m$$

$$C_{B_2} = \rho_{B_2} = 0$$

$$P_{B_1} = 100mm\ Hg$$

كُلفة واحد لتر من البنزين = 1$

أحسب كُلفة فقد البنزين = ؟ بالدولار / يوم

$$P = 1atmos = 1 \times 1.01325bar = 1.01325bar$$

$D =$ مُعامل الانتشار أو الانتشارية $= 277.7\ cm^2/hr$

$$= \frac{277 \times 10^{-4}}{3600}\ \ m^2/s$$

$$\rho\ Benzene = 0.88\ g/ml = \frac{0.88 \times 10^{-3}}{10^{-3} \times 10^{-3}} = 0.88 \times 10^3\ kg/m^3 = 880\ kg/m^3$$

مُعدَّل انتقال كتلة البنزين يتم إعطاؤها بالمعادلة التالية:

$$\mathrm{m}^{\circ}{}_{b} = \frac{DAPM_b}{\bar{R}T(x_2 - x_1)} \ln \frac{P_{A_2}}{P_{A_1}}$$

$\mathrm{m}^{\circ}{}_{b} = \frac{DAPM_b}{\bar{R}T(x_2 - x_1)} \ln \frac{P_{A_2}}{P_{A_1}}$ ، مُعدَّل انتشار أو انتقال كُتلة البنزين

$$P_{B_1} = 100mm\ Hg$$

$$P = \rho_m g H_m = \rho_B g H_B$$

$$13.6 \times 10^3 \times o.1 = 880 \times H_B$$

$H_B = 1.545m$ (من البنزين)

$$P_{B_1} = \rho_B g H_B = 880 \times 9.81 \times 1.545 = 13337.7\ N/m^2$$

$$= 0.1334\ bar$$

$$P_{A_1} = P - P_{B_1} = 1.01325 - 0.1334 = 0.87988\ bar$$

$$P_{B_2} = 0(dry\ air)\left(\rho_{B_2} = 0\right)$$

$$\therefore P_{A_2} = P - P_{B_2} = 1.01325 - 0 = 1.01325\ bar$$

الوزن الجزيئي للبنزين (**Molecular weight of Benzene**) :

$M_b = 78$ ، $(C_6H_6 = 12 \times 6 + 1 \times 6 = 72 + 6 = 78)$

$$\mathrm{m}^{\circ}{}_b = \frac{\frac{277.7 \times 10^{-4}}{3600} \times \frac{\pi}{4} \times 6^2 \times 1.01325 \times 10^5 \times 78}{8.314 \times 10^3 \times 298 \times 0.005} \ln \frac{1.01325}{0.87985} = 0.01964\, kg/s$$

$$\mathrm{m}^{\circ}{}_b \left(\text{بالـ } kg/day\right) = 0.01964 \times 3600 \times 24 = 1697\, kg/day$$

كثافة البنزين ، $0.88\, g/ml = 0.88\, kg/L$

$$\text{فقد البنزين} = \frac{1697}{0.88} = 1928.4\, L/day \left(\frac{kg/day}{kg/L}\right)$$

$$\text{تكلفة فقد البنزين} = 1 \times 1928.4 = 1928.4\$$$

[4] طبقة من البنزين عمقها $1mm$ تقع عند أسفل (قاع) خزان مفتوح قطره $5m$ حيث الضغط الجوي يساوي $1.013\ bar$ تكون درجة حرارة الخزان $22°C$ وضغط بخار البنزين في الخزان يساوي $13.3\, kN/m^2$. إذا كانت انتشارية البنزين في الهواء هي $8 \times 10^{-6}\, m^2/s$ ويمكن افتراض أن الانتشار يحدث خلال شريحة هواء راكدة سمكها $3mm$ ، ما هو الزمن الذي سيستغرقه البنزين للتبخر.

خُذ كثافة البنزين هي $880\, kg/m^3$ ووزنه الجزئي 78 .

بالترميز المعتاد :

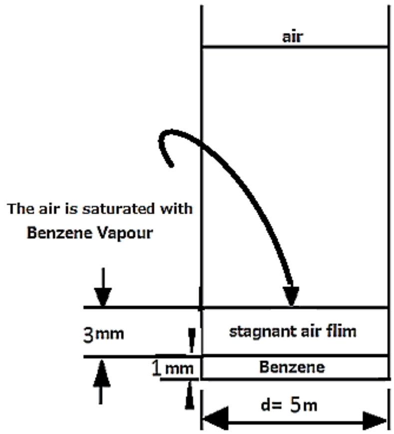
$$\mathrm{m}^{\circ}{}_b = \frac{DAPM_b}{\bar{R}Tx} \ln \left(\frac{P_{A_2}}{P_{A_1}}\right)$$

(حيث : $\bar{R} = 8.314\, kj/kmolK$)

الحل:

بالرجوع إلى الشكل رقم (7.8) أدناه:

$$P = P\ atmos. = 1.013\ bar$$
$$T = 22°C = 22 + 273 = 295\ K$$



شكل رقم **(7.8)**

$$P_{b_2} = 13.3 \times 10^3\, N/m^2 = 0.133\, bar$$

$$P_{b_1} = \rho g h = 0$$

$$P_{A_1} = P - P_{b_1} = 1.013 - 0.133 = 0.88\, bar$$

$$P_{A_2} = P - P_{b_2} = 1.013 - 0 = 1.013\, bar$$

$$\mathrm{m}^{\circ}_{b} = \frac{8 \times 10^{-6} \times 1.013 \times 10^5 \times 78 \times \frac{\pi}{4} \times 5^2}{8.314 \times 10^3 \times 0.003 \times 295} \ln \frac{1.013}{0.88} = 0.02374\, kg/s$$

أيضاً ، $\mathrm{m}^{\circ}_{b} = \frac{\rho V}{t} = \frac{880 \times \frac{\pi}{4} \times 5^2 \times 0.001}{t} = \frac{17.28}{t}$

$$\therefore t = \frac{17.28}{0.02374} = 727.83 s = 12.13\, min = 0.2022\, hr$$

[5] أنبوب بقطر صغير يتم ملئه بأستون $(acetone)$ $\rho = 0.79\, g/cm^3$ حتى $1.10 cm$ من أعلى الانبوب ويتم إعداده عند درجة حرارة مقدارها 20°C في تيار هواء هادئ .

بعد خمس ساعات هبط منسوب السائل إلى $2.05 cm$ من أعلى الأنبوب. أحسب انتشارية الأستون في الهواء بالـ cm^2/s إذا كان الضغط البارومتري يساوي $750\, mm\, Hg$. يكون ضغط بخار الأستون عند درجة حرارة 20°C مُكافِئاً لـ $180\, mm\, Hg$. (خُذ الوزن الجزيئي للأستون مُكافِئاً لـ 58) .

الحل:

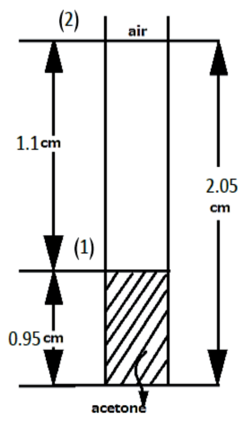
بالرجوع إلى الشكل رقم (7.9) أدناه :

$$t = 5hrs = 5 \times 3600s = 18000\ s$$

$$T = 20℃ = 20 + 273 = 293K$$

$$\rho_{acetone} = 0.79\ g/cm^3 = 790\ kg/m^3$$

$$D = ?$$



شكل رقم (7.9)

$$P = P_{barometric} = 750\ mm\ Hg$$

$$P_{ac_1} = 180mm\ Hg$$

$$P = \rho_{ac} g h_{ac} = \rho_m g h_m$$

$$790 \times h_{ac} = 13.6 \times 10^3 \times 0.18$$

$$\therefore h_{ac} = 3.1m$$

$$P_{ac_1} = \rho g h_{act} = 790 \times 9.81 \times 3.1 = 24015\ N/m^2 = 0.24\ bar$$

$$P_{ac_2} = \ 0\ (dry\ air)$$

$$P_b = 6790 \times g \times h_b = 13.6 \times 10^3 \times \mathrm{g} \times 0.75$$

$$\therefore h_b = 12.91m$$

$$P = P_b = 790 \times 9.81 \times 12.91 = 100051\ N/m^2 \simeq 1bar$$

$$P_{A_1} = P - P_{ac_1} = 1 - 0.24 = 0.76\ bar$$

$$P_{A_2} = P - P_{ac_2} = 1 - 0 = 1\ bar$$

$$\mathrm{m}^{\circ}_{acetone} = \frac{DAPM_{actone}}{\bar{R}T(x_2 - x_1)} \ln \frac{P_{A_2}}{P_{A_1}}$$

$$\mathrm{m}^{\circ}_{acetone} = \frac{D \times \frac{\pi}{4} d^2 \times 1 \times 10^5 \times 58}{8.314 \times 10^3 \times 293 \times 0.011} \ln \frac{1}{0.76} = 59.4 \times \frac{\pi}{4} d^2 D \rightarrow (*)$$

أيضاً ، $\mathrm{m}^{\circ}_{acetone} = \frac{\rho V}{t} = \frac{790 \times \frac{\pi}{4} d^2 \times 0.0095}{5 \times 3600} \rightarrow (**)$

بمساواة المعادلتين$(*)$ و $(**)$ نحصل على :

$$59.4 \times D \times \frac{\pi}{4} d^2 = \frac{790 \times \frac{\pi}{4} d^2 \times 0.0095}{5 \times 3600}$$

$$\therefore D = \frac{790 \times 0.0095}{5 \times 3600 \times 59.4} = 7.02 \times 10^{-6}\, m^2/s = 0.0702\, cm^2/s$$

[6] هواء رطب عند 27°C ، ضغط جوي $1.013\ bar$ ورطوبة نسبية مقدارها 35% يهب فوق سطح ترعة مربعة بطول ضلع $15m$ تحتوي على ماء عند 27°C . السرعة المتوسطة للهواء هي $6\, m/s$ وتكون موازية لزوج واحد من أضلاع (جوانب) الترعة . أحسب المُعدَّل في الساعة الذي يفقد عنده الماء من سطح الترعة.

مُتوسط رقم نسيلت (*mean Nusselt number*) لانتقال الحرارة في سريان طولي فوق سطح مستوٍ يتم إعطاؤه بـ :

$$Nu = 0.036\, Pr^{1/3}\, (Re^{0.8} - 23100)$$

والعلاقة بين معامل انتقال الحرارة بالحمل h و مُعامِل انتقال الكُتلة بالحمل h_m يتم إعطاؤها بالمعادلة التالية:

$$\frac{h}{h_m} = \rho c_p \left(\frac{sc}{Pr}\right)^{2/3}$$

خذ مُعامِل الانتشار لبُخار الماء في الهواء عند درجة حرارة 27°C = $2.79 \times 10^{-5}\, m^2/s$.

الحل :

الهواء الرطب (moist air) :

$$T = 27°\mathrm{C} \text{ ، } P = 1.013\ bar$$

$$\phi = (relative\ humidity)\ \text{الرطوبة النسبية} = 0.35$$

$$C = 6m/s$$

التربة (Pond):

$$A = 15 \times 15\ m^2 \text{ ، } T = 27°\text{C}$$

معدل انتقال الكتلة بالحمل للماء ، $\dot{m}_w = ?$

$$\dot{m}_w = h_m A\left(C_{w_1} - C_{w_2}\right)$$

$$sh = \frac{h_m L}{D}$$

$$\therefore h_m = \frac{shD}{L}$$

$$C_{w_1} - C_{w_2} = \frac{M_w}{\bar{R}T}\left(P_{w_1} - P_{w_2}\right)$$

$$\phi = \frac{P_s}{P_g} = \frac{\text{الضغط الجزئي لبخار الماء في الهواء}}{\text{الضغط الجزئي لبخار الماء في الهواء في الحالة المشبعة عند نفس درجة الحرارة}}$$

من جداول البخار عند 27°C :

$$P_g = 0.03564\ bar$$

$$P_s = \phi P_g = 0.35 \times 0.03564 = 0.012471\ bar$$

$$P_g = P_{w_1} = 0.03564\ bar$$

$$P_s = P_{w_2} = 0.012471\ bar$$

$$\therefore C_{w_1} - C_{w_2} = \frac{18}{8.314 \times 10^3(27 + 273)}(0.03564 - 0.012471) \times 10^5 = 0.01672\ kg/m^3$$

$$h_m = \frac{h}{\rho c_p \left(\frac{sc}{pr}\right)^{2/3}}$$

$$Nu = \frac{hl}{k}$$

من جداول (Dry air at law pressures) عند 27°C (أو $273 + 27 = 300K$) :

$$Pr = 0.707 \text{ ، } Re = \frac{\rho cL}{\mu} \text{ ، } \rho = 1.177\ kg/m^3$$

$$\mu = 1.846 \times 10^{-5}\ kg/ms$$

$$Re = \frac{1.177 \times 6 \times 15}{1.846 \times 10^{-5}} = 5.74 \times 10^6$$

$$Nu = 0.036 \times 0.707^{1/3}[(5.74 \times 10^6)^{0.8} - 23100] = 7448.31$$

$$Nu = \frac{hL}{k}$$

من الجداول ، $$k = 2.624 \times 10^{-5}\, kw/mK$$

$$7448.31 = \frac{h \times 15}{2.624 \times 10^{-5} \times 10^3}$$

$$\therefore\ h = 13.03\, w/m^2k$$

$$sc = \frac{\nu}{D} = \frac{\mu}{\rho D} = \frac{1.846 \times 10^{-5}}{1.177 \times 2.79 \times 10^{-5}} = 0.562$$

$$h_m = \frac{13.03}{1.177 \times 1.0049 \times 10^3 \left(\frac{0.562}{0.707}\right)^{2/3}} = 0.01284\, m/S$$

من الجداول ، $$c_P = 1.0049\, kj/kg\, k$$

$$\mathrm{m}^{\circ}_{w} = h_m A\left(C_{w_1} - C_{w_2}\right)$$

$$= 0.01284 \times 15^2(0.01672) = 0.0483\, kg/s$$

$$= 0.0483 \times 3600 = 174\, kg/hr$$

7.7 مسائل إضافية محلولة في انتقال الكتلة :

مثال (1) :

الأوزان الجزيئية لمكونتين A و B لخليط غازي هما 24 و 48 على الترتيب . وُجدَ أنَّ الوزن الجزيئي للخليط الغازي هو 30°C . إذا كان تركيز الكتلة للخليط هو $1.2\, kg/m^3$ ، حدِّد الآتي :

i] كسور المول.

ii] كسور الكتلة.

iii] الضغط الكلي إذا كانت درجة حرارة الخليط هي $290\ K$.

الحل :

مُعطى :

$T = 290\ K$ ، $\rho = 1.2\ kg/m^3$ ، $M = 30$ ، $M_B = 48$ ، $M_A = 24$

تركيز المول للخليط ، $C = \frac{\rho}{M} = \frac{1.2}{30} = 0.04$

أيضاً ، $C_A + C_B = C$

أو ، $C_A + C_B = 0.04 \rightarrow (i)$

و $\rho_A = M_A C_A = 24 C_A$ ، $\rho_B = M_B C_B = 48 C_B$

ولكن ، $\rho_A + \rho_B = \rho$

$$\therefore 24C_A + 48C_B = 1.2 \rightarrow (ii)$$

بحل المعادلتين (i) و (ii) آنياً نحصل على :

$$C_A = 0.03\ kg\ mole/m^3$$

و $C_B = 0.01\ kg\ mole/m^3$

$$\therefore \rho_A = M_A C_A = 24 \times 0.03 = 0.72\ kg/m^3$$

$$\rho_B = M_B C_B = 48 \times 0.01 = 0.48\ kg/m^3$$

i] كسور المول x_A و x_B = ؟

$$x_A = \frac{C_A}{C} = \frac{0.03}{0.04} = 0.75$$

$$x_B = \frac{C_B}{C} = \frac{0.01}{0.04} = 0.25$$

ii] كسور الكتلة ، w_A و w_B = ؟

$$w_A = \frac{\rho_A}{\rho} = \frac{0.72}{1.2} = 0.6$$

$$w_A = \frac{\rho_B}{\rho} = \frac{0.48}{1.2} = 0.4$$

iii] الضغط الكلي عند $T = 290K$ ، $P = ?$

باستخدام معادلة الغاز المثالي للخليط ، نحصُل على :

$$PV = mRT$$

$$Or \text{ ،} \quad p = \frac{m}{V}RT = \rho RT = \rho\frac{\bar{R}}{M}T$$

$$\therefore P = 1.2 \times \frac{8.314}{30} \times 290 = 96.4 \ kPa$$

مثال (2) :

وعاء يحتوي على خليط ثنائي من O_2 و N_2 ، بضغوط جزئية بنسبة 21% و79% عند درجة حرارة 15°C .

إذا كان الضغط الكلي للخليط يساوي $1.1\ bar$. أحسب الآتي:

i] تركيزات المول لكل عينة (أو مُكوّنِ).

ii] كثافة الكُتلة لكل مُكوّنِ أو تركيزات الكتلة لكل مُكوّنِ.

iii] كسور الكتلة لكل مُكوّنِ.

iv] كسور المول لكل مُكوّنِ.

الحل:

مُعطى :

$$P = 1.1\ bar = 1.1 \times 10^5\ N/m^2 \text{ ،} T = 15 + 273 = 288K$$

i] تركيزات المول، C_{O_2} ، C_{N_2} = ؟

$$C_{O_2} = \frac{P_{O_2}}{\bar{R}T} = \frac{0.21 \times 1.1 \times 10^5}{8.314 \times 10^3 \times 288} = 0.00965\ kg\,mole/m^3$$

$$C_{N_2} = \frac{P_{N_2}}{\bar{R}T} = \frac{0.79 \times 1.1 \times 10^5}{8.314 \times 10^3 \times 288} = 0.0363\ \ kg\,mole/m^3$$

ii] كثافات الكتلة ، ρ_{O_2} ، ρ_{N_2} = ؟

$$\rho = MC$$

$$\rho_{O_2} = M_{o_2} \times C_{o_2} = 32 \times 0.00965 = 0.309\,kg/m^3$$

$$\rho_{N_2} = M_{N_2} \times C_{N_2} = 28 \times 0.0363 = 1.016\,kg/m^3$$

iii] كسور الكتلة w_{O_2} ، w_{N_2} = ؟

كثافة الكتلة الكلية (للخليط) أو تركيز الكتلة للخيط ، $\rho = \rho_{O_2} + \rho_{N_2}$

$$= 0.309 + 1.016 = 1.325\, kg/m^3$$

$$w_{O_2} = \frac{\rho_{O_2}}{\rho} = \frac{0309}{1.325} = 0.233$$

$$w_{N_2} = \frac{\rho_{N_2}}{\rho} = \frac{1.016}{1.325} = 0.767$$

iv] كسور المول ، x_{O_2} ، x_{N_2} = ؟

تركيز المول للخليط ، $C = C_{o_2} + C_{N_2} = 0.00965 + 0.0363 \simeq 0.046\, kg\ mole/m^3$

$$x_{O_2} = \frac{C_{O_2}}{C} = \frac{0.00965}{0.046} = 0.21$$

$$x_{N_2} = \frac{C_{N_2}}{C} = \frac{0.0363}{0.046} = 0.79$$

ملحوظة : كسور المول تكون مساوية لكسور الضغط الجزئي

Note: The molar fractions are equal to the partial pressure fractions

مثال (3) :

حاوية مستطيلة من الفولاذ سمك حائطها 16mm يتم استخدامها لتخزين هيدروجين غازي عند ضغط عالي .تركيزات المول للهيدروجين في الفولاذ عند السطح الداخلي والخارجي هما $1.2\ kg\ mole/m^3$ وصفر على الترتيب . بافتراض معامل انتشار للهيدروجين في الفولاذ مساوٍ لـ $0.248 \times 10^{-12}\, m^2/s$ ، أحسب مُعدَّل الانتشار المولي للهيدروجين خلال الفولاذ .

الحل:

بالرجوع إلى الشكل (7.10) أدناه :

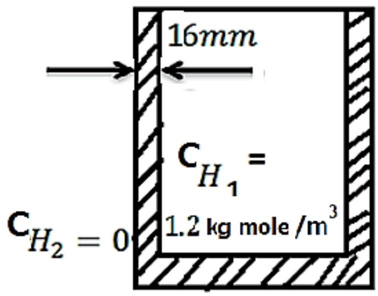
معطى :

$$C_{H_1} = 1.2\ kg\ mole/m^3 \ \text{،}\ \Delta x = x_2 - x_1 = 16mm = 0.016m$$

$$D_H = 0.248 \times 10^{-12}\, m^2/S \ \text{،}\ C_{H_2} = 0$$

$N_H = ?$ ، مُعدَّل الانتشار المولي للهايدروجين

مفترضاً بعد واحد وحالة مستقرة:



شكل رقم (7.10)

$$N_H = \frac{\mathring{m}_H}{A} = D_H\left[\frac{C_{H_1} - C_{H_2}}{x_2 - x_1}\right]$$

$$= 0.248 \times 10^{-12}\left[\frac{1.2 - 0}{0.016}\right] = 18.6 \times 10^{-12} kg\, mole/s.m^2$$

مثال (4) :

غاز الأمونيا والهواء في انتشار مضاد متساوي المولات في حاوية اسطوانية قطرها $3.5mm$ وطولها $25m$. يكون الضغط الكلي مُساوياً لواحد ضغط جوي ودرجة الحرارة 27°C . أحد طرفي الأنبوب يتم توصيله بمستودع من الأمونيا والطرف الآخر يكون مفتوحاً إلى الجو . إذا كانت انتشارية الكتلة للخليط هي $0.3 \times 10^{-4}\, m^2/s$ ، أحسب مُعدلات انتشار الكتلة للأمونيا في الهواء خلال الأنبوب بالـ kg/h .

الحل :

$$P_{A_2} = 0 \text{ ، } P_{A_1} = 1\, atmos. = 1.01325 \times 10^5\, N/m^2 \text{ ، } \Delta x = x_2 - x_1 = 25m$$

$$d = 3.5mm = 0.0035m$$

$$T = 27 + 273 = 300K \text{ ، } D = 0.3 \times 10^{-4}\, m^2/s = 0.3 \times 10^{-4} \times 3600$$

$$= 0.108\, m^2/h$$

أجعل الرموز التحتية A و B ترمز للأمونيا NH_3 وللهواء على الترتيب .

مُعدَّل الانتشار المولي المستقر للمُكوِّنة (A)(للأمونيا)، $N_A = \frac{m^\circ_A}{M_A} = \frac{D_A}{\bar{R}T}\left[\frac{P_{A_1}-P_{A_2}}{x_2-x_1}\right] [\because D_{AB} = D_{BA} = D]$

$$N_A = \frac{0.108 \times \left(\frac{\pi}{4} \times 0.0035^2\right)}{8.314 \times 10^3 \times 300}\left[\frac{1.01325 \times 10^5 - 0}{25}\right] = 1.6885 \times 10^{-9} kg$$

مُعدَّل انتقال الكُتلة للأمونيا ، $\mathbf{m^\circ_{NH_3}}$ **or** $\mathbf{m^\circ_A = N_A M_A = 1.6885 \times 10^{-9} \times 17 = 28.7 \times 10^{-9}\, kg/h}$

مُعدَّل انتقال الكُتلة للهواء ، $m^\circ_{air} = m^\circ_B = N_B M_B$

بما أنَّ الانتشار مضاد ومتساوي المولات ،

$$N_A + N_B = 0$$

أو $N_B = -N_A = -1.6885 \times 10^{-9} kg\, mole/h$

$$\therefore m^\circ_{air} = m^\circ_B = -1.6885 \times 10^{-9} \times 29 = -48.97 \times 10^{-9}\, kg/h$$

7.8 مسائل غير محلولة في انتقال الكتلة:

[1] الأوزان الجزيئية لمُكونتين A وB لخليط غازي هما 20 و40 على الترتيب . وُجد أنَّ الوزن الجزيئي للخليط الغازي هو 25. إذا كان تركيز الكتلة للخليط هو $1\, kg/m^3$ ، حدِّد الآتي:

[i] كسور المول للمكونتين .

[ii] *كسور الكتلة للمكونتين .*

[iii] مقدار الضغط الكلي إذا كانت درجة حرارة الخليط 27°C .

$Ans.\left\{(i)0.75\right.$ ،0.25 ؛ $(ii)0.6$ ، 0.4 ؛ $\left.(iii)\ 99.8kpa\right\}$

[2] وعاء يحتوي على خليط ثنائي من الأكسجين والنيتروجين بضغوط جزئية بالنسبة 0.21 و0.79 عند درجة حرارة 27°C . إذا كان الضغط الكلي للخليط هو $1bar$. حدِّد :

[i] تركيز المول لكل مُكوِّنة.

[ii] *كثافة الكُتلة لكل مُكوِّنة .*

[iii] كسر الكُتلة لكل مُكوِّنة.

[iv] كسر المول لكل مُكوِّنة.

$Ans.\{(i)0.00842 kg\ mole/m^3$ ، $0.03167 kg\ mole/m^3$ ؛ $(ii)0269\ \ kg/m^3$ ، $0.887\ kg/m^3$ ؛ $(iii)0.233$ ، 0.767 ؛ $(iv)0.21$ ، $0.79\}$

[3] حاوية من الفولاذ مستطيلة بسمك حائط $15mm$ يتم استخدامها لتخزين هايدروجين غازي عند ضغط عالي . تركيز المول للهايدروجين في الفولاذ عند السطح الداخلي والخارجي هما $1\ kg\ mole/m^3$،وصفر على الترتيب . مفترضاً أنَّ مُعامل انتشار الهيدروجين في الفولاذ هو $25 \times 10^{-2}\ m^2/s$ ، أحسب مُعدَّل الانتشار المولي للهيدروجين خلال الفولاذ.

$Ans.\{16.66 \times 10^{-2}\ kg\ mole/s.m^2\}$

[4] وعاء عُمقه $30mm$ يتم ملئه بماء حتى منسوب $15mm$ ويتم تعريضه لهواء جاف عند $40°C$. بافتراض أنَّ انتشارية الكُتلة تساوي $0.25 \times 10^{-4}\ m^2/s$ ، أحسب الزمن المطلوب لتبخُر جميع الماء.

$Ans.\{47.14h\}$

[5] هواء عند 1 ضغط جوي و25 درجة مئوية ، يحتوي على كميات صغيرة من اليود ينساب بسرعة $6.2\ m/s$ داخل أنبوب قطره 35mm . أحسب معامل انتقال الكُتلة لليود .الخواص الحرارية الفيزيائية للهواء هي:

$$D = 0.82 \times 10^{-5}\ m^2/S \text{ و } \nu = 15.5 \times 10^{-6}\ m^2/s$$

$Ans.\{h_m = 0.0197\ m/s\}$

[6] هواء عند $20°C$ $\{\nu = 15.06 \times 10^{-6}\ m^2/s$ ، $\rho = 1.205\ kg/m^3$ ، $D = 4.166 \times 10^{-5}\ m^2/s\}$ يسري فوق وعاء بطول $320mm$ ، وبعرض 420 mm ملئ بماء. يسري الهواء بسرعة $2.8\ m/s$. الضغط الكلي للهواء المتحرك هو $1atmos.$ والضغط الجزئي للماء في الهواء هو $0.0068bar$. إذا كانت درجة الحرارة عند سطح الماء هي $15°C$، أحسب مُعّدل تبخر الماء؟

لسريان طباقي أو رقائقي خذ رقم شيروود ، $\mathrm{sh} = \frac{h_m L}{D} = 0.664(Re)^{0.5}(sc)^{-0.33}$.

$Ans.\{2.421 \times 10^{-5}\ kg/s\ \ or\ 0.087\ kg/h\}$

[7] نتيجة لفتح عرضي لصمام فقد تدفق جزء من الماء على أرضية محطة صناعية . منسوب الماء المتدفق $1.2mm$ ودرجة الحرارة $25℃$. درجة حرارة وضغط الهواء هما $25℃$ و $1bar$ على الترتيب . الرطوبة النوعية للهواء هي $1.8\ g/kg$ من الهواء الجاف . مفترضاً $D = 0.25 \times 10^{-4}\ m^2/s$ وأنَّ التبخُر يحدُث بالانتشار الجزيئي خلال شريحة هواء سمكها $6mm$ ، حدد الزمن المطلوب لتبخر الماء بالكامل.

$Ans.\{t = 3.73h\}$

7.9 حل بعض المسائل السابقة في الفقرة (7.8) :

[1] حل المسألة رقم (6).

هواء عند :

$\boldsymbol{D = 4.166 \times 10^{-5}\ m^2/s}$ ، $\boldsymbol{\nu = 15.06 \times 10^{-6}\ m^2/s}$ ، $\boldsymbol{\rho = 1.205\ kg/m^3}$ ، $\boldsymbol{t_{air} = 20}℃$

أبعاد الوعاء:

طول= $0.32m = 230mm$ ، عرض = $0.42m = 420mm$

سرعة الهواء ، $C = 2.8\ m/s$ ، و $P_{air_{total}} = 1atmos = 1.01325bar$

$P_{w_2} = 0.0068bar$ ، $t_w = 15℃$

أحسب: $\dot{m}_w = ?$

لمعرفة نوع السريان ، دعنا أولاً نجد رقم رينولدز

$$Re = \frac{\rho CL}{\mu} = \frac{CL}{\nu} = \frac{2.8 \times 0.32}{15.06 \times 10^{-6}} = 0.595 \times 10^5$$

يمكن معاملة سريان الهواء كسريان فوق لوحٍ مستوٍ وبما أنَّ $Re < 5 \times 10^5$ فإن السريان سيكون رقائقياً.

رقم شيروود ، $\mathrm{sh} = \frac{h_m L}{D} = 0.664(Re)^{0.5}(SC)^{0.33}$

لكن ، SC (شميدت) رقم $= \frac{\nu}{D} = \frac{15.06\times10^{-6}}{4.166\times10^{-5}} = 0.3615$

$$\therefore Sh = 0.664(0.595 \times 10^5)^{0.5}(0.3615)^{0.33} = 115.772$$

$$or\ \ h_m = \frac{shD}{L} = \frac{115.772 \times 4.166 \times 10^{-5}}{0.32} = 0.0151\, m/s$$

من جداول (Further properties of water and steam or saturated water and steam) عند 15°C ،

$$P_{W_1}\left(\text{الضغط المُشبَّع للماء عند } 15°C\right) = 0.01704\ bar$$

$$h_{mp} = \frac{h_{mc}}{RT}$$

$h_{mp} = mass\ transfer\ coefficient\ based\ on\ pressure\ difference.$

$h_{mc} = mass\ transfer\ coefficient\ based\ on\ concentration\ difference.$

$$h_{mp} = \frac{0.0151}{287 \times (15 + 273)} = 1.827 \times 10^{-7}\, m/s$$

مُعدَّل انتشار كتلة الماء يُعطى بـ :

$$\mathrm{m}^{\circ}{}_{w} = h_{mp} A\left(P_{w_1} - P_{w_2}\right)$$

$$= 1.827 \times 10^{-7} \times (0.32 \times 0.42)(0.01704 - 0.0068) \times 10^5$$

$$= 2.6 \times 10^{-5}\, kg/s = 0.0937\, kg/h$$

[2] حل المسألة رقم (7).

منسوب الماء فوق الأرضية = $\boldsymbol{1.2mm}$ ، $\boldsymbol{T = 25 + 273 = 298k}$ ؛ $\boldsymbol{t_{air} = t_a = 25}$ ، $\boldsymbol{P_{air} = 1bar}$

الرطوبة النوعية للهواء ، $\omega = 1.8\, g/kg\ of\ dry\ air$

$$D = 0.25 \times 10^{-4}\, m^2/s$$

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 6mm = 0.006m$$

الزمن المطلوب لتبخر الماء بالكامل ، $t = ?$

من جداول (Further properties of water and steam) عند 25°C ،

$$P_g = P_{w_1} = 0.03166\ bar$$

يتم الحصول على P_{w_2} من تعبير الرطوبة النوعية الذي يُعطى بـ :

$$\omega = \frac{0.622P_{w_2}}{P - P_{w_2}}$$

الرطوبة النوعية أو محتوى الرطوبة (ω) :

$$1.8 \times 10^{-3} = \frac{0.622 \times P_{w_2}}{1 - P_{w_2}}$$ أو

$$1.8 \times 10^{-3}\left(1 - P_{w_2}\right) = 0.622P_{w_2}$$ أو

$$0.0018 - 0.0018P_{w_2} = 0.622P_{w_2}$$ أو

$$P_{w_2} = 0.00288\ bar$$ أو

$$(\mathrm{m}^{\circ}{}_{w})_{total} = \frac{DAM_w}{\bar{R}T} \cdot \frac{P}{(x_2 - x_1)} \ln\left[\frac{P - P_{w_2}}{P - P_{w_1}}\right]$$

$$= \frac{0.25 \times 10^{-4} \times 1 \times 18}{8.314 \times 10^3 \times 298} \times \frac{1 \times 10^5}{0.006} \ln\left[\frac{1 - 0.00288}{1 - 0.03166}\right]$$

$$= 0.003027 \ln\left[\frac{0.997}{0.968}\right] = 8.935 \times 10^{-3}\ kg/s.m^2$$

مقدار الماء الكُلي المُتبخِّر لكل m^2 من المساحة:

$$m = \rho V = 10^3 \times 1.2 \times 10^{-3} \times 1 = 1.2kg$$

الزمن المطلوب ، $t = \frac{1.2}{8.935 \times 10^{-5}}$ ، $s = \frac{1.2}{8.935 \times 10^{-5} \times 3600}$ ، $h = 3.73h$

7.10 تعريفات أساسية: (Fundamental definitions)

الرطوبة النوعية ، الرطوبة النسبية والتشبع المئوي :

: (Specific humidity , relative humidity and percentage saturation)

الرطوبة النوعية أو محتوى الرطوبة $(\boldsymbol{\omega})$:

$$\omega = \frac{m_s}{m_a} = \frac{\text{كتلة بخار الماء}}{\text{كتلة الهواء الجاف}} \qquad (1)$$

هي نسبة كتلة بخار الماء إلى كتلة الهواء الجاف في حجم مُعطى من الخليط .

الرموز التحتية s و a ترمزان للبخار والهواء الجاف .

بما أنَّ كلا الكتلتين تحتلان نفس الحجم V :

$$\omega = \frac{m_s}{m_a} = \frac{\rho_s V}{\rho_a V} = \frac{\frac{1}{v_s}}{\frac{1}{v_a}} = \frac{v_a}{v_s} \qquad (2)$$

v_a و v_s هما الحجوم النوعية للهواء الجاف والبخار على الترتيب .

بما أنَّ كل من البخار والهواء الجاف يتم اعتبارهما كغازات مثالية، بالتالي :

$$PV = mRT$$

$$m_s = \frac{P_S V}{R_s T} \quad \text{و} \quad m_a = \frac{P_a V}{R_a T}$$

$$R_S = \frac{\bar{R}}{M_s} \; and \; R_A = \frac{\bar{R}}{M_a}$$ ، أيضاً

بالتالي:

$$m_s = \frac{P_S V M_S}{\bar{R}T} \quad \text{و} \quad m_a = \frac{P_a V M_a}{\bar{R}T}$$

بالتالي بالتعويض في المعادلة (1) :

$$\omega = \frac{m_s}{m_a} = \frac{P_s V M_s}{\bar{R}T} \times \frac{\bar{R}T}{P_a V M_a} = \frac{M_s}{M_a} \times \frac{P_s}{P_a}$$

بالتالي،

$$\omega = \frac{18}{28.96} \times \frac{P_s}{P_a} = 0.622 \frac{P_S}{P_a}$$

إذا كان الضغط الكلي هو (P) ، فمن قانون دالتون للخلائط :

$$P = P_a + P_s$$

بالتالي ،

$$\omega = 0.622 \left[\frac{P_s}{P - P_s}\right] \qquad (3)$$

ملحوظة : الضغط الكلي هو عادة ما يتم التعبير عنه بالضغط البارومتري

الرطوبة النسبية للجو :(ϕ)

هي نسبة الكتلة الفعلية لبخار الماء في حجم مُعطى إلى كُتلة بخار الماء في الحالة المشبعة عند نفس درجة الحرارة.

$$\phi = \frac{m_s}{(m_s)_{sat.}}$$

ملحوظة : عادة ما يتم التعبير عن الرطوبة النسبية كنسبة مئوية

$$m_s = \frac{P_S V}{R_S T} \quad \text{و} \quad (m_s)_{sat.} = \frac{P_g V}{R_S T}$$

حيث P_g هو ضغط التشبُّع عند درجة حرارة الخليط

$$i.e. \quad \phi = \frac{P_S}{P_g} \qquad (4)$$

النسبة المئوية للتشبُّع **(Percentage saturation)**: ($\boldsymbol{\psi}$)

هي نسبة الرطوبة النوعية لخليط إلى الرطوبة النوعية لخليط في الحالة المُشبَّعة عند نفس درجة الحرارة .

$$\psi = \frac{\omega}{\omega_g} \qquad (5)$$

ملحوظة : عادة ما يتم تسمية النسبة $\boldsymbol{\frac{\omega}{\omega_g}}$ بالتشبع النسبي **(Relative saturation)** أو درجة التَشبُّع $(\boldsymbol{Degree\ of\ saturation})$

من المعادلات (3) ، (4) ، و (5) يمكن مُلاحظة :

$\psi = 100\phi \times \frac{(P-P_g)}{(P-P_s)}$ ، النسبة المئوية للتشبع (Percentage saturation)

الكتب والمراجع

الكتب والمراجع العربية:

1. أسامة محمد المرضي سليمان ، "مذكرات انتقال الحرارة الجزء الأول، الثاني والثالث" ، جامعة وادي لنيل ، كلية الهندسة والتقنية ، قسم الهندسة الميكانيكية، (2000م).

2. أسامة محمد المرضي سليمان ، "مذكرات انتقال الكتلة بالانتشار والحمل الجزء الأول، الثاني" ، جامعة وادي لنيل ، كلية الهندسة والتقنية ، قسم الهندسة الميكانيكية، (2005م).

3. أسامة محمد المرضي سليمان ، "مذكرات انتقال ديناميكا حرارية(1) و ديناميكا حرارية(2)" ، جامعة وادي لنيل ، كلية الهندسة والتقنية ، قسم الهندسة الميكانيكية، (2007م).

4. برهان محمود العلي ، أحمد نجم الصبحة ، بهجت مجيد مصطفى ، " ترجمة كتاب أساسيات انتقال الحرارة" ، مديرية دار الكتب للطباعة والنشر ، جامعة لموصل ، الجمهورية العراقية ،(1988م).

الكتب والمراجع الإنجليزية:

1. Eastop and M$_c$Conkey, "Applied Thermodynamics for Engineering Technologists", Longman Singapore Publishers LTD., Singapore, (1994).
2. Eastop T. D. and Croft D. R.,"Energy Efficiency", Longman Publisher, (1990).
3. Rogers and Mayhew," Engineering Thermodynamics Work and Heat Transfer", Longman Group Limited London and New York, Third Edition, (1980).
4. Bruges E. A.," Available Energy and second Law Analysis ", Academic Press, (1959).
5. Kauzmann W., "Kinetic Theory of Gases", Benjamin, (1966).
6. Schneider P. J.,"Temperature Response Charts", Wiley, (1963).
7. R. K. Rajput, "Heat and Mass Transfer", S. Chand and Company LTD., New Delhi, (2003).

نبـذة عـن المـؤلف:

أسامة محمد المرضي سليمان وُلِدَ بمدينة عطبرة بالسودان في العام 1966م. حاز على دبلوم هندسة ميكانيكية من كلية الهندسة الميكانيكية – عطبرة في العام 1990م. تحصَّل أيضاً على درجة البكالوريوس في الهندسة الميكانيكية من جامعة السودان للعلوم والتكنولوجيا – الخرطوم في العام 1998م ، كما حاز على درجة الماجستير في تخصص ميكانيكا المواد من جامعة وادي النيل – عطبرة في العام 2003م ودرجة الدكتوراه من جامعة وادي النيل في العام 2017م. قام بالتدريس في العديد من الجامعات داخل السودان، بالإضافة لتأليفه لثلاثين كتاب باللغة العربية ولعشرة كتب باللغة الإنجليزية بالإضافة لخمسين ورقة علمية منشورة في دور نشر ومجلات عالمية إلى جانب إشرافه على أكثر من ثلاثمائة بحث تخرج لكل من طلاب الماجستير، الدبلوم العالي، البكالوريوس، والدبلوم العام. يشغِل الآن وظيفة أستاذ مساعد بقسم الميكانيكا بكلية الهندسة والتقنية – جامعة وادي النيل. بالإضافة لعمله كاستشاري لبعض الورش الهندسية بالمنطقة الصناعية عطبرة. هذا بجانب عمله كمدير فني لمجموعة ورش الكمالي الهندسية لخراطة أعمدة المرافق واسطوانات السيارات والخراطة العامة وكبس خراطيش الهيدروليك.