كتاب إنتقال حرارة وكتلة

أمثلة محلولة ومسائل إضافية

تأليف

أسامة محمد المرضي سليمان

استاذ مساعد ـ كلية الهندسة والتقنية

جامعة وادي النيل

عطبرة – السودان

يونيو 2018م

شكر وعرفان

الشكر والعرفان لله والتبريكات والصلوات على رسوله وخادمه محمد ﷺ وعلى آله وصحبه وجميع من تبعه إلى يوم القيامة.

لذكرى كُلٍ من أمي الغالية خضرة درار طه، وأبي العزيز محمد المرضي سليمان، وخالتي الحبيبة زعفران درار طه الذين تعلمت منهم القيمة العظيمة للعمل واحترام الوقت وترتيبه وتدبيره.

إلى زوجتي الأولى نوال عباس عبد المجيد وبناتي الثلاث رؤى، روان وآية تقديراً لحبهم وصبرهم ومثابرتهم في توفير الراحة والسكون خاصَّةً عندما تتعقد وتتشابك الأمور.

إلى زوجتي الثانية لمياء عبد الله علي فزاري التي مَثَّل حبها وتضرعها إلى الله الزخم الذي دفعني للمسير في طريق البحث والمعرفة الشائك.

يَوَّدُ الكاتب أن يتقدم بالشكر أجذله لكل من ساهم بجهده وفكره ووقته في إخراج هذا الكتاب بالصورة المطلوبة ويخص بذلك الزملاء الأساتذة بقسم الهندسة الميكانيكية بجامعة وادي النيل، وأيضاً الأخوة الأساتذة بقسم الهندسة الميكانيكية بجامعة البحر الأحمر وجامعة السودان للعلوم والتكنولوجيا.

الشكر والتقدير والعرفان للبروفيسور محمود يس عثمان الذي ساهم بقدر كبير في مراجعة وإعادة مراجعة محتويات الكتاب.

أُهدي هذا الكتاب لذكرى كُلٍ من بروفيسور صابر محمد صالح وبروفيسور الفاضل آدم عبد الله وبروفيسور مشارك عبد الجليل يوسف العطا وبروفيسور مشارك محي الدين إدريس حربة، الذين ساهموا في تأسيس الصرح الشامخ كلية الهندسة الميكانيكية عطبرة، رحمهم الله جميعاً وأسكنهم فسيح جناته مع الصديقين والشهداء وحسن أولئك رفيقاً.

أهدي هذا الكتاب بصفة أساسية لطلاب دبلوم وبكالوريوس الهندسة في جميع التخصصات خاصة طلاب قسم الهندسة الميكانيكية حيث يستعرض هذا الكتاب أمثلة محلولة ومسائل إضافية في إنتقال الحرارة والكتلة.

وأُعبِّر عن شكري وامتناني إلى المهندس أسامة محمود بمركز دانية لخدمات الطباعة والنشر بمدينة عطبرة الذي أنفق العديد من الساعات في طباعة، مراجعة وإعادة طباعة هذا الكتاب أكثر من مرة.

أخيراً، أرجو من الله سبحانه وتعالى أن يتقبَّل هذا العمل المتواضع والذي آمل أن يكون ذو فائدة للقارئ.

مقدمة

إنَّ مؤِّلف هذا الكتاب وإيماناً منه بالدور العظيم والمُقدَّر للأستاذ الجامعي في إثراء حركة التأليف والتعريف والترجمة للمراجع والكتب الهندسية يأمل أن يفي هذا الكتاب بمتطلبات برامج البكالوريوس والدبلوم لطلاب الهندسة الميكانيكية ، هندسة الإنتاج او التصنيع ، الهندسة الكهربائية والهندسة المدنية حيث يُغطِّى مناهج نظرية ومختبرية في انتقال الحرارة والكتلة. يتفق هذا الكتاب لغوياً مع القاموس الهندسي الموحَّد السوداني ، ويُعد الكتاب مرجعاً في مجاله حيث يمكن أن يستفيد منه الطالب والمهندس والباحث. هذا الكتاب مقتبس من مُذكرات مؤلفه في تدريسه لهذا المُقرر لفترة لا تقل عن ثلاثة عشر عاماً.

يهدف هذا الكتاب لتأكيد أهمية دراسة وسائل انتقال الحرارة والكتلة نظرياً ، عملياً ومُختبرياً . فقد اشتمل هذا الكتاب على صياغة بعض النماذج الرياضية في انتقال الحرارة والكتلة وتطويرها حتى الوصول إلى الصيغ النهائية المستخدمة في حل المسائل بالإضافة لإيراده بعض الأمثلة لنظم مستخدمة في التطبيقات العملية والمُختبرية.

يشتمل هذا الكتاب على أربعة فصول حيث يستعرض الفصل الأول أهمية التوصيل العابر (i.e. اللامستقر) في تطبيقات هندسة عديدة مثل محركات السيارات ، أفران المُعالجات الحرارية ، توزيع درجات الحرارة خلال زعانف التبريد لأسطوانات محركات الاحتراق الداخلي ، ريش التوربينات الغازية والبخارية وغيرها. يشرح هذا الفصل نظرية المقاومة الداخلية المهملة أو نظرية المواسعة الإجمالية في الأنظمة التي تكون فيها مقاومة التوصيل ($i.e.$ المقاومة الداخلية) صغيرة جداً أو يمكن تجاهلها مقارنة مع مقاومة الحمل . ($i.e.$ المقاومة الخارجية) يشتمل الفصل الأول أيضاً على طيف واسع من الأمثلة والمسائل المحلولة وغير المحلولة.

يستعرض الفصل الثاني إنتقال الحرارة بالغليان بينما يستعرض الفصل الثالث إنتقال الحرارة بالتكثيف. في نهاية كل فصل هنالك مجموعة من الأمثلة المحلولة ومسائل إضافية غير محلولة.

يشتمل الفصل الرابع من الكتاب على أساسيات انتقال الكتلة والتي يتم دراستها من حيث تعريف مصطلحاتها الأساسية ، أنواعها ، وتطبيقاتها. يشتمل هذا الفصل أيضاً على العديد من الأمثلة والمسائل التي نرجو أن تُبسِّط على القارئ هضم وفهم هذا المقرر.

إنَّ الكاتب يأمل أن يساهم هذا الكتاب في إثراء المكتبة الجامعية داخل السودان وخارجة في هذا المجال من المعرفة ويأمل من القارئ ضرورة إرسال تغذية راجعة إن كانت هنالك ثَمَّة أخطاء حتى يستطيع الكاتب تصويبها في الطبعة التالية للكتاب.

والله الموفق

المحتويـات

الفصل الأول

التوصيل العابر (غير المستقر)

Transient or Unsteady Conduction

1.1 مدخل:

التوصيل غير المستقر له أهمية كبيرة في مجالات هندسية عديدة ، كمثال عندما يتم تدوير المحرك فإنه يستغرق بعض الوقت قبل وصوله إلى الحالة المستقرة . ما يحدث خلال هذا الوقت يمكن أن يكون مُضراً بالمحرك ؛ مرة ثانية عندما يتم غمر قطعة ساخنة من معدن في سائل (Quenching) فإن التأريخ الزمني لتفاوتات درجة الحرارة يجب أن يكون معلوماً .

إحدى الحالات التي يجب اعتبارها هي عندما تكون المقاومة الداخلية (مقاومة التوصيل) للجسم صغيرة بحيث يمكن تجاهلها مقارنة بالمقاومة الخارجية (مقاومة الحمل). هذه المنظومة تسمى بمنظومة السعة الإجمالية (Lumped capacitance system) أو بنظرية المقاومة الداخلية المهملة (Negligible internal resistance theory) ، بما أن المقاومة الداخلية صغيرة ، الموصلية الحرارية عالية والتباين في درجة الحرارة خلال الجسم يمكن تجاهله .

1.2 : نظرية المقاومة الداخلية المهملة أو منظومة السعة الإجمالية :

هي المنظومة التي تكون عندها مقاومة التوصيل (المقاومة الداخلية) صغيرة أو يمكن تجاهلها مقارنة مع مقاومة الحمل (المقاومة الخارجية) .

يتم تحديد المقاومة الداخلية المهملة برقم (Biot) (بيوت) ، الذي هو النسبة بين مقاومة التوصيل ومقاومة الحمل.

$$Bi = \frac{hl}{k}$$ ، رقم بيوت

والذي يتم اثباته فيما يلي :

$$Bi = \frac{\text{مقاومة التوصيل}}{\text{مقاومة الحمل}} = \frac{\frac{x}{kA}}{\frac{1}{hA}} = \frac{x}{kA} \times \frac{hA}{1} = \frac{hx}{k}$$

حيث $x = l$ ، والذي يمثل البعد الخطي المميز أو الطول المميز للعنصر الذي تسري خلاله الحرارة .

$$\therefore Bi = \frac{hl}{k} \rightarrow (1.1)$$

عندما يكون $Bi \ll 0.1$ فإنه يتم افتراض أن المنظومة تعمل بنظرية المقاومة الداخلية المهملة أو بمنظومة السعة الإجمالية .

عند $Bi = 0.1$ فإن الخطأ يكون أقل من 5% ، وكلما قل رقم بيوت فإن الدقة تزداد .

من المعادلة (1.1) عاليه :

$\mathrm{h} \equiv$ معامل انتقال الحرارة بالحمل (Convective heat transfer coefficient)

$k \equiv$ الموصلية الحرارة (Thermal Conductivity)

$L \equiv$ الطول المميز (البعد الخطي المميز) (Characteristic length)

الطول المميز (البعد الخطي المميز) $= \frac{\text{حجم الجسم}}{\text{مساحة سطح جسم}} = \frac{V}{A_s} \rightarrow (1.2)$

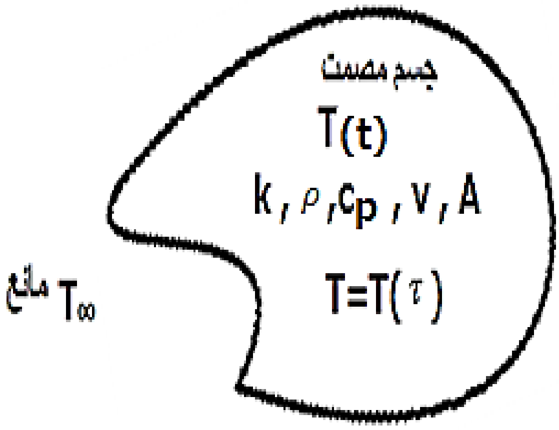
الطول المميز لسطح مستوٍ ، $L = \frac{t}{2}$

الطول المميز لأسطوانة ، $L = \frac{r}{2}$

الطول المميز لكرة ، $L = \frac{r}{3}$

الطول المميز لمكعب ، $L = \frac{d}{6}$

اعتبر جسماً ساخناً بشكل اعتباطي أو حكمي أو عشوائي كما هو واضح في الشكل (1.1) أدناه :



شكل رقم (1.1)

موازنة الطاقة عند أيَّ لحظة تتطلب أنَّ يكون مُعدَّل فقد الطاقة الداخلية للجسم مُساوياً لمُعدَّل الحمل من الجسم إلى المائع المحيط . والذي يمكن كتابته كما يلي :

معدل فقد الطاقة الداخلية للجسم = معدل الحمل من الجسم إلى المائع المحيط

$$q = -mc_p \cdot \frac{dT(t)}{d\tau} = -\rho V c_p \frac{dT(t)}{d\tau} = hA_s\left(T(t) - T_\infty\right) \rightarrow (1.3)$$

ضع $\left(T(t) - T_\infty\right) = \theta$ ،

$$\therefore \theta = T(t) - T_\infty \rightarrow (1.4)$$

حيث $\theta \equiv$ فرق درجة الحرارة عند أي لحظة زمنية

و $T(t) \equiv$ درجة حرارة الجسم المصمت

و $T_\infty \equiv$ درجة حرارة المائع المحيط

وبالتالي:

$$\frac{dT(t)}{d\tau} = \frac{d\theta}{d\tau} \rightarrow (1.5)$$

بتعويض المعادلتين (1.4) و (1.5) في المعادلة (1.3) نحصل على :

$$\therefore -\rho V c_p \frac{d\theta}{d\tau} = hA_s\theta \rightarrow (\mathbf{1.6})$$

وبإعادة ترتيب المعادلة (1.6) عاليه،

$$-\rho V c_p \frac{d\theta}{\theta} = hA_s d\tau \rightarrow (1.7)$$

إذا كانت درجة حرارة الجسم عند زمن صفري ، $\tau = 0$ هي T_O ، فإن فرق درجة الحرارة الابتدائي للجسم أو فرق درجة الحرارة عند زمن صفري : $\theta_O = T_O - T_\infty$

بتكامل المعادلة (1.7) عاليه :

$$-\rho V c_P \int_{\theta_o}^{\theta} \frac{d\theta}{\theta} = \int_{\tau=0}^{\tau=\tau} hA_s d\tau$$

$$-\rho V c_P \ln\frac{\theta}{\theta_o} = hA_s\tau \rightarrow (1.8)$$

بما أنَّ : $\log_e \frac{\theta}{\theta_o} = \frac{-hA_s\tau}{\rho V c_P}$

بالتالي فإن : $$\frac{\theta}{\theta_o} = e^{\frac{-hA_s\tau}{\rho V c_P}} \rightarrow (1.9)$$

لكن

$$\frac{hAs\tau}{\rho V c_P} = \frac{hV}{kA_s} \cdot \frac{{A_s}^2 k}{V^2 \rho c_P} \cdot \tau \quad \rightarrow (1.10)$$

حيث : $V = A_s l$

و (Fourier number) رقم فورير $\frac{k}{\rho c_P l^2}\tau = Fo$

حيث FO هو رقم فورير ، وهو رقم لا بعدي و $Bi = \frac{hl}{k}$ ، وهو أيضاً رقم لا بعدي .

$$\therefore \frac{hA_s\tau}{\rho V c_P} = Bi \times FO \rightarrow (1.11)$$

بالتالي باستخدام المعادلات (1.9) ، (1.10) و (1.11) نحصل على المعادلة التالية:

$$\frac{\theta}{\theta_o} = \frac{T(t) - T_\infty}{T_O - T_\infty} = e^{-Bi \times FO} \rightarrow (1.12)$$

حيث θ هو فرق درجة الحرارة عند أي لحظة زمنية و θ_o هوفرق درجة الحرارة عند زمن صفري $(\tau = 0)$.

$$\therefore \theta = \theta_O e^{-Bi \times FO} \rightarrow (1.13)$$

معدل انتقال الحرارة اللحظي يتم الحصول عليه من مُعدَّل الحمل عند تلك اللحظة كما موضح في المّعادلة (1.14) أدناه :

$$\acute{q}(\tau) = hA_s\theta = hA_s\theta_o e^{-Bi \times FO} \rightarrow (1.14)$$ ، مُعدَّل انتقال الحرارة اللحظي

كما يمكن الحصول على مّعدل انتقال الحرارة الكلي بتكامل المعادلة (1.14) أعلاه كما يلي :

$$Q(t) = \int_{\tau=0}^{\tau=\tau} \acute{q}(\tau) = \int hA_s\theta_0 e^{-Bi \times FO} \rightarrow (1.15)$$ ، مُعدَّل انتقال الحرارة الكلي

لكن ، $Bi \times FO = \frac{hA_s\tau}{\rho V C_P}$

بالتالي يمكن التعبير عن المعادلة (1.15) كالآتي :

$$Q(t) = \int_{\tau=0}^{\tau=\tau} \acute{q}(\tau) = \int hA_s\theta_0 e^{\frac{-hA_S\tau}{\rho Vc_P}} \rightarrow (1.16)$$

وبإجراء التكامل نحصل على:

$$= hA_s\theta_o \left[\frac{e^{-\frac{hA_S\tau}{\rho Vc_P}}}{\frac{hA_S}{\rho Vc_P}}\right]$$

$$= hA_s\theta_o \left[\frac{-\rho Vc_P}{hAs} e^{\frac{-hA_S\tau}{\rho Vc_P}}\right]_0^{\tau}$$

$$= hA_s\theta_o \left[\frac{-\rho Vc_P}{hA_s} e^{\frac{-hA_S\tau}{\rho Vc_P}} + \frac{\rho Vc_P}{hA_s}\right]$$

$$= \mathrm{hA}_s\theta_o \cdot \frac{\rho Vc_P}{hA_s}\left[1 - e^{\frac{-hA_S\tau}{\rho Vc_P}}\right]$$

$$\because \frac{hA_S\tau}{\rho Vc_P} = Bi \times FO$$

$$\therefore \frac{hA_S}{\rho Vc_P} = \frac{Bi \times FO}{\tau}$$

بالتالي يمكن التعبير عن مٌعدل انتقال الحرارة الكلي كالآتي :

$$\therefore Q(t) = hA_s\theta_O \cdot \frac{\tau}{Bi \times FO}\left(1 - e^{-Bi \times FO}\right) \rightarrow (1.17)$$

إذا تم إحلال الجسم المصمت بمائع يتم تقليبه باستمرار فإن فرق درجة الحرارة سوف لا يتغير مع الزمن(يظل ثابتاً مع الزمن) ، يمكن بالتالي اعتبار المائع بمقاومة داخلية يمكن تجاهلها ($i.e.$ مقاومة داخلية مهملة) .

1.3 أمثلة محلولة في التوصيل العابر :

مثال (1):

محامل كروية من فولاذ الكروم $\left\{\propto = 1.3\times10^{-5}\, {m^2}/{s}\ ،\ k = 50\, {W}/{mK}\right\}$ ، يتم معالجتها حرارياً بتسخينها إلى درجة حرارة $650℃$ وبعد ذلك غمرها في زيت عند درجة حرارة $55℃$. للمحامل الكروية قطر مقداره $4cm$ ومعامل انتقال الحرارة بالحمل بين المحامل والزيت هو $300\, {W}/{m^2K}$ حدِّد الآتي:

[i] الزمن الذي تبقى فيه المحامل في الزيت قبل أن تنخفض درجة حرارتها إلى $200℃$.

[ii] الحرارة الكلية المزالة من كل محمل خلال هذه الفترة الزمنية.

[iii] معدل انتقال الحرارة اللحظي من المحامل عندما يتم وضعها أولاً في الزيت وعندما تصل درجة حرارتها $200℃$.

الحل :

محامل كروية من فولاذ الكروم ،

$k = 50\, {W}/{mk}$ ، الموصلية الحرارية

$\propto = 1.3\times10^{-5}\, {m^2}/{s}$ ، الانتشارية الحرارية

$T_o = 650℃$ (درجة حرارة الجسم عند زمن صفري $\tau = 0$)

$T_\infty = 55℃$ ، درجة حرارة الزيت

$\therefore r = 0.02m$ ، $d = 4cm = 0.04m$ ، قطر المحامل الكروية

$h = 300\, {W}/{m^2K}$ ، معامل انتقال الحرارة بالحمل

معطى درجة حرارة المحامل بعد التبريد ، $T(t) = 200℃$ والتي يتم تعريفها أيضاً كدرجة الحرارة عند لحظة زمنية مُعينة .

i] $\tau =?$ ، الزمن الذي تبقى فيه المحامل في الزيت قبل أن تنخفض درجة حرارتها إلى $200℃$.

$Bi = \frac{hl}{k}$ ، رقم بيوت

$L = \frac{\text{حجم الجسم}}{\text{مساحة سطح الجسم}} = \frac{V}{A_s}$ الطول المميز (البعد الخطي المميز)

$\mathrm{v} = \frac{4}{3}\pi r^3$ ، حجم الكرة

$A_s = 4\pi r^2$ ، مساحة سطح الكرة

$$\therefore L = \frac{V}{A_s} = \frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{4\pi r^2} = \frac{r}{3}$$

$$Bi = \frac{hr}{3k} = \frac{300 \times 0.02}{3 \times 50} = 0.04$$

بما أن $Bi \ll 0.1$ ، فسيكون هنالك منظومة سعة إجمالية أو يمكن اعتبار نظرية المقاومة الداخلية المهملة .

$$\frac{\theta}{\theta_o} = \frac{T(t) - T_\infty}{T_O - T_\infty} = e^{-Bi \times FO}$$ ، $\frac{\text{فرق درجة الحرارة اللحظي}}{\text{فرق درجة الحرارة عند زمن صفري}}$

$$Fo = \frac{k}{\rho c_P L^2} \cdot \tau = \frac{\propto \tau}{L^2} = \frac{1.3 \times 10^{-5} \times \tau}{\left(\frac{0.02}{3}\right)^2} = 0.2925\tau$$

$$\frac{T(t) - T_\infty}{T_O - T_\infty} = e^{-0.04 \times 0.2925\tau} = \frac{200 - 55}{650 - 55} = \frac{\theta}{\theta_o}$$ ، $\frac{\text{فرق درجة الحرارة عند أي لحظة}}{\text{فرق درجة الحرارة عند زمن صفري}}$

$$0.2437 = e^{-0.0117\tau}$$

$$-0.0117\ \tau\ loge = \log 0.2437$$

$$\therefore \tau = \frac{\log 0.2437}{loge\ \times -0.0117} = \frac{\log 0.2437}{-0.0117\ loge} = 120.7\ seconds$$

ii] الحرارة الكلية المزالة من كل محمل خلال هذه الفترة الزمنية $Q(t) =$ ؟

الحرارة الكلية المزالة من كل محمل ، $Q(t) = hA_s\theta_O\left(1 - e^{-Bi\times FO}\right)\frac{\tau}{Bi\times FO}$

$$\therefore Q(t) = 300 \times 4\pi \times 0.02^2(650 - 55)\left(1 - e^{(-0.4\times0.2925\times120.7)}\right) \times \frac{120.7}{0.4 \times 0.2925 \times 120.7}$$

بالتالي فإن الحرارة الكلية المّزالة من كل محمل يتم إعطاؤها بالآتي :

$$Q(t) = 58005.4\ w.s\ or\ J$$

$$\simeq 5.8 \times 10^4\ w.s\ or\ J$$

iii] معدل انتقال الحرارة اللحظي $\acute{q}$ من المحامل.

1] عندما يتم وضعها أولاً في زيت: (أي عند $\tau = 0$)

$$\acute{q}\ (o) = hA_s\theta_0 = 300 \times 4\pi \times 0.02^2(650 - 55) = 897.24\ w$$

2] عندما تصل إلى درجة حرارة 200°C :

$$\acute{q}\ (\tau) = hA_s\theta_0 e^{-Bi\times FO} = 897.24 \times e^{(-0.4\times0.2925\times120.7)} = 218.6w$$

مثال (2) :

منتج من عملية كيميائية يكون في شكل حبيبات تكون تقريباً كروية بقطر متوسط $d = 4mm$. هذه الحبيبات تكون بداية عند $403K$ ويجب تبريدها إلى درجة حرار قصوى مقدارها $343K$ قبل إدخالها إلى

مستودع للتخزين . هذا يقترح تبريد هذ الحبيبات إلى درجة الحرارة المطلوبة بتمريرها أسفل قناة مائلة ميلاً خفيفاً حيث تكون مُعرَّضة لسريان من الهواء عند $323K$. إذا كان طول القناة مُحدَّد بـ $3m$ ، احسب السرعة القصوى للحبيبات على طول القناة والحرارة الكلية المنتقلة من حبيبة واحدة .

انتقال الحرارة من سطح الحبيبة إلى سريان الهواء يمكن اعتباره كأجراء حدي بـ $2 = \frac{hd}{k_a}$

حيث:

$h \equiv$ معامل انتقال الحرارة عند سطح الحبيبة.

$k_a \equiv$ الموصلية الحرارية للهواء $= 0.13\ w/mK$

بيانات أخرى : كثافة مادة الحبيبة ، $\rho = 480kg/m^3$

سعة الحرارة النوعية ، $c_P = 2kj/kg\ K$

يمكن افتراض أنه يمكن استخدام نظرية المقاومة الداخلية المهملة أو منظومة السعة الإجمالية .

الحل:

حبيبات كروية $d = 4mm = 0.004$ ، $\therefore r = 0.002m$

(درجة الحرارة الأولية للحبيبات) $T_o = 403K$ ، درجة الحرارة عند زمن صفري

(درجة حرارة التبريد المطلوبة للحبيبات) $T(t) = 343K$ ، درجة الحرارة عند أي لحظة زمنية

(درجة حرارة الهواء) $T_\infty = 323K$ ، درجة حرارة المائع المحيط

$L = 3m$ ، الطول المميز للقناة

السرعة القصوى للحبيبات على طول القناة =؟ (v_{max})

الحرارة الكلية المنتقلة من حبيبة واحدة = ؟ $\left(Q(t)\right)$

انتقال الحرارة من سطح الحبيبة إلى سريان الهواء يتم تحديده بـ $\frac{hd}{k_a} = 2$

$$\mathrm{k}_a = 0.13\, {}^{w}\!/_{mK}$$

$$\rho_{pellet} = 480\, {}^{kg}\!/_{m^2}$$

$$c_P = 2\, {}^{kj}\!/_{kg\,K} = 2 \times 10^3\, {}^{j}\!/_{kgK}$$

يتم افتراض أنه يمكن استخدام نظرية المقاومة الداخلية المهملة أو نظرية المواسعة الإجمالية .

السرعة القصوى ، $v_{max} = \frac{L}{\tau}$

رقم بيوت ، $Bi = \frac{hL}{k}$

الطول المميز (البعد الخطي المميز) ، $L = \frac{r}{3} = \frac{0.002}{3}$

$$Bi = \frac{hr}{3k} = \frac{0.002h}{3k}$$

$$\frac{hd}{k_a} = 2\ , \frac{h \times 0.004}{0.13} = 2$$

$$\therefore h = \frac{2 \times 0.13}{0.004} = 65 w/m^2K$$

$$Bi = \frac{0.002 \times 65}{3k} = \frac{0.13}{3k}$$

$$\frac{\theta}{\theta_O} = \frac{T(t) - T_\infty}{T_O - T_\infty} = e^{-Bi \times FO}$$

$$\frac{\theta}{\theta_o}=\frac{343-323}{403-323}=e^{\frac{-0.13}{3k}\times FO}$$

$$FO=\frac{k}{\rho c_P L^2}\cdot\tau=\frac{k}{480\times 2\times 10^3\times\left(\frac{0.002}{3}\right)^2}\cdot\tau$$

$$FO=2.34375k\tau$$

$$\frac{\theta}{\theta_o}=0.25=e^{\frac{-0.13}{3k}\times 2.34375\ k\tau}$$

$$=e^{-0.1015625\tau}$$

$$log0.25=-0.1015625\tau\ log\ e$$

$$\therefore \tau=\frac{\log 0.25}{loge\times -0.1015625}=\frac{\log 0.25}{-0.1015625\log e}=13.65\ seconds$$

السرعة القصوى للحبيبات على طول القناة ، $v_{max}=\frac{L}{\tau}=\frac{3}{13.65}=0.22m/s$

الحرارة الكلية المنتقلة من حبيبة واحدة ، $Q(t)=hA_s\,\theta_o\left[1-e^{-Bi\times FO}\right]\frac{\tau}{Bi\times FO}$

$$\therefore Q(t)=65\times 4\pi\times 0.002^2(403-323)\left(1-e^{\left(\frac{-0.13}{3k}\times 2.34375k\times 13.65\right)}\right)$$

$$\times\frac{13.65}{\frac{0.13}{3}\times 2.34375\times 13.6}$$

$$=1.93j/pellet$$

مثال 3:

قطعة من فولاذ الكروم طولها $7.4cm$ (الكثافة $8780\ kg/m^3$، $k=50w/mK$ ، $c_P=440j/kgK$) كتلتها 1.27kg يتم درفلتها إلى اسطوانة مصمتة ويتم تسخينها إلى درجة حرارة 600°C وتغمر في الزيت عند 36°C . وضِّح أنَّه يمكن استخدام نظرية المقاومة الداخلية المهملة أو نظرية المواسعة الإجمالية (Lumped capacitance system) . أوجد درجة حرارة الأسطوانة بعد $4min$ ، وأوجد أيضاً انتقال الحرارة اللحظي عند بداية فترة الغمر وبعد $4min$ ، ما هو انتقال الحرارة خلال هذه الفترة ؟ يمكن أخذ معامل انتقال الحرارة بالحمل بين الزيت والاسطوانة عند $280w/m^2K$.

الحل :

قطعة من فولاذ الكروم ،

$$\rho = 8780kg/m^3 \text{ ، } k = 50 {}^{w}/_{mK} \text{ ، } c_p = 440 {}^{j}/_{kgK}$$

يتم درفلتها إلى اسطوانة مصمتة ،

$$m = 1.27kg$$

$$T_O = 600℃ \text{ ، } T_\infty = 36℃$$

$$h = 280w/m^2K$$

$$T(t) =? \quad \acute{q}(0) =? \; \acute{q}(\tau) =? \; Q(t) =?$$

$$Bi = \frac{hL}{k}$$

$L = \frac{\text{حجم الاسطوانة}}{\text{مساحة سطح الاسطوانة}} = \frac{V}{A_S}$ ، الطول المميز (البعد الخطي المميز)

$$L = \frac{\pi r^2 L}{2\pi r L} = \frac{r}{2}$$

$Bi = \frac{hr}{2k}$ ، رقم بيوت

$V = \frac{m}{\rho} = \frac{1.27}{8780} \; m^3$ ، حجم قطعة فولاذ الكروم

$L = 7.4cm = 0.074\ m$ ، طول قطعة فولاذ الكروم

$$\because V = \pi r^2 L = \frac{1.27}{8780}$$

$$\therefore r = \sqrt{\frac{1.27}{8780} \times \frac{1}{\pi \times 0.074}} = 0.02886\ m$$

$$Bi = \frac{hr}{2k} \text{ ، } \therefore\ Bi = \frac{280 \times 0.02886}{2 \times 50} = 0.081$$

بما أن $Bi \ll 0.1$ فإنه يمكن استخدام نظرية المقاومة الداخلية المهملة أو منظومة المواسعة الإجمالية .

$T(t) = ?$ ، درجة حرارة الأسطوانة بعد $4min$

$$\tau = 4 \times 60 = 240\ S$$

$$\frac{\text{فرق درجة الحرارة اللحظي}}{\text{فرق درجة الحرارة عند زمن صفري}} \text{ ، } \frac{\theta}{\theta_O} = \frac{T(t) - T_\infty}{T_O - T_\infty} = e^{-Bi \times FO}$$

$$Fo = \frac{k}{\rho c_P L^2} \cdot \tau$$

$$Fo = \frac{50 \times 240}{8780 \times 440 \times \left(\frac{0.02886}{2}\right)^2} = 14.92$$

$$\therefore \frac{\theta}{\theta_o} = \frac{T(t) - 36}{600 - 36} = e^{-0.081 \times 14.92}$$

$$\frac{T(t) - 36}{564} = e^{-1.20852}$$

$$\therefore \mathrm{T}(t) = 564 e^{-1.20852} + 36 = 204.43℃$$

انتقال الحرارة اللحظي عند بداية فترة الغمر (عند زمن ، $\tau = 0$) ،

$$\acute{q}(o) = hA_s\theta_o = 280 \times 2\pi \times 0.02886 \times 0.074(600 - 36)$$

$$= 2119.07w \simeq 2.12kw$$

انتقال الحرارة اللحظي بعد $4min$ (عند زمن $\tau = 4$) ،

$$\acute{q}(\tau) = hA_s\theta_o e^{-Bi\times FO} = 2119.07e^{-1.20852} = 632.84w \simeq 0.633kw$$

انتقال الحرارة الكلي خلال هذه الفترة $(\tau = 4min)$ ،

$$Q(t) = hA_S\theta_o\left(1 - e^{-Bi\times Fo}\right)\frac{\tau}{Bi\times Fo}$$

$$= 2119.07(1 - e^{-1.20852}) \times \frac{240}{1.20852}$$

$$= -295191\,J$$

$$\simeq 295.2\;k\,j$$

مثال (4) :

قطعة من الالمنيوم $\left(c_P = 896\,j/kg\,K\;،\,k = 216\,w/mK\;\;،\,\rho = 2705\,kg/m^3\right)$ كتلتها $4.78kg$ ،و تكون بدايةً عند درجة حرارة 290°C ويتم غمرها في مائع عند 15°C .

معامل انتقال الحرارة بالحمل هو $54\,w/m^2K$. بأخذ الالمنيوم ككرة لديه نفس الكتلة المعطاة ، قدِّر الزمن المطلوب لتبريد الألمونيوم إلى 90°C . أوجد أيضاً الحرارة الكلية المنتقلة خلال هذه الفترة . (برِّر استخدامك لنظرية المقاومة الداخلية المُهملة).

الحل :

قطعة من الالمونيوم

$$\rho = 2705\,kg/m^3\;\;, \qquad k = 216\;w/mK\;,\;\; c_P = 896\;J/kg\;K$$

$m = 4.78kg$ ، $T_O = 290℃$ ، $T_\infty = 15℃$ ، $h = 54\, w/m^2K$ ، $T(t) = 90℃$

$\tau = ?$

$Q(t) = ?$

$$\frac{\text{فرق درجة الحرارة اللحظي}}{\text{فرق درجة الحرارة عند زمن صفري}} \text{ ، } \frac{\theta}{\theta_o} = \frac{T(t) - T_\infty}{T_O - T_\infty} = e^{-Bi \times FO} \quad \to (1)$$

$$Bi = \frac{hL}{k}$$

$$L = \frac{\text{حجم الكرة}}{\text{مساحة سطح الكرة}} = \frac{V}{A_S} = \frac{r}{3}$$ ، الطول المُميَّز (البعد الخطي المميز)

$$\therefore Bi = \frac{hr}{3k} \quad \to \quad (2)$$

$$\rho = \frac{m}{V} \quad ,V = \frac{m}{\rho} = \frac{4.78}{2705} = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$\therefore \text{r} = \sqrt[3]{\frac{4.68}{2705} \times \frac{3}{4\pi}} = 0.075m$$

$$Bi = \frac{54 \times 0.075}{3 \times 216} = 0.00625$$

بما أن $Bi \ll 0.1$ فيمكن استخدام نظرية المقاومة الداخلية المهملة .

$$Fo = \frac{k}{\rho c_P L^2} \cdot \tau = \frac{216 \cdot \tau}{2705 \times 896 \times \left(\frac{0.075}{3}\right)^2}$$

$$Fo = 0.1426\tau$$

$$\frac{\theta}{\theta_o} = \frac{90 - 15}{290 - 15} = e^{-0.00625 \times 0.1426\tau}$$

$$\frac{75}{275} = e^{-8.9125\times10^{-4}\tau}$$

$$\log\frac{75}{275} = -8.9125\times10^{-4}\tau\ \log e$$

$$\tau = \frac{\log\frac{75}{275}}{-8.9125\times10^{-4}\log e} = 1457.8\,seconds$$

معدل انتقال الحرارة الكلي ،

$$Q(t) = hA_S\theta_o\left(1-e^{-Bi\times Fo}\right)\frac{\tau}{Bi\times Fo}$$

$$\therefore Q(t) = 54\times4\pi\times0.075^2(290-15)\left(1-e^{-8.9125\times10^{-4}\times1457.8}\right)$$

$$\times\frac{1457.8}{8.9125\times10^{-4}\times1457.8}$$

$$\therefore Q(t) = 856552\,J$$

أو $\simeq 856.6kj$

1.4 مسائل إضافية محلولة في التوصيل العابر :

[1] لوحة رفيعة من النحاس بالأبعاد $50cm\times50cm$ وبسمك $6.25mm$ لها درجة حرارة منتظمة مقدارها 300°C . تم خفض درجة حرارة اللوحة فجأة إلى 36°C . أحسب الزمن الذي تتطلبه اللوحة للوصول إلى درجة حرارة مقدارها 108°C.

خذ: $h = 90\,w/m^2°\text{C}\ ,k = 370\ w/m°\text{C}\ \ ,C_p = 0.38\,kj/kg\ °\text{C}\ ,\rho = 9000\ kg/m^3$

الحل :

$L = \frac{\text{حجم اللوحة}}{\text{مساحة سطح اللوحة}} = \frac{V}{A_s} = \frac{t}{2} = \frac{0.00625}{2} = 0.003125$ ، الطول المميز للوحة مستوية (البعد الخطي المميز للوحة مستوية)

$Bi = \frac{hL}{k} = \frac{90 \times 0.003125}{370} = 7.6 \times 10^{-4}$ ، رقم بيوت

بما أن $Bi \ll 0.1$ ، بالتالي يمكن تطبيق نظرية المواسعة الإجمالية (التسخين أو التبريد النيوتوني) لحل هذه المسألة .

$$\frac{\theta}{\theta_O} = \frac{T(t) - T_\infty}{T_O - T_\infty} = e^{-Bi \times FO} \rightarrow (*)$$ ، $\frac{\text{فرق درجة الحرارة عند أي لحظة}}{\text{فرق درجة الحرارة عند زمن صفرى}}$

حيث :

$T_O \equiv$ درجة الحرارة الابتدائية للوحة $= 300°C$

$T(t) \equiv$ درجة الحرارة عند أي لحظة زمنية $= 108°C$

$T_\infty \equiv$ درجة حرارة المائع المحيط $= 36°C$

$Fo = \frac{k}{\rho c_P L^2} \cdot \tau = \frac{370}{9000 \times 0.38 \times 10^3 \times (0.003125)^2} \tau = 11.0784\tau$ ، رقم فورير

من المعادلة $(*)$:

$$\frac{108 - 36}{300 - 36} = e^{-7.6 \times 10^{-4} \times 11.0784\tau}$$

$$\frac{72}{264} = e^{-8.42 \times 10^{-3}\tau}$$

$$0.2727 = e^{-8.42 \times 10^{-3}\,\tau}$$

$$\ln 0.2727 = -8.42 \times 10^{-3} \tau \ln e$$

$$\therefore \tau = \frac{\ln 0.2727}{-0.00842} = \frac{-1.2994}{-0.00842} = 154.32\ s$$

[2] لوح من سبيكة الألمنيوم بالأبعاد $400mm \times 400mm \times 4mm$ عند درجة حرارة $200°\text{C}$ يتم غمره فجأة في اكسجين سائل عند درجة حرارة $-183°\text{C}$. مبتدئا من الأسس الأولية أو مشتقاً التعبيرات الضرورية حدِّد الزمن المطلوب لكي يصل اللوح إلى درجة حرارة $-70°\text{C}$. افترض الخواص التالية:

$$\rho = 3000\ kg/m^3\ \ , c_P = 0.8\ kj/kg°\text{C}\ \ , h = 20{,}000\ kj/m^2h°\text{C}$$

الحل:

$L = \frac{t}{2} = \frac{4}{2} = 2mm = 0.002\ m$ ، الطول المٌميَّزللوح الالمونيوم

$Bi = \frac{hL}{K}$ ، رقم بيوت

k للألمنيوم عند درجات حرارة منخفضة يمكن اخذها مساوية لـ $214\ w/m°\text{C}$ أو $770.4\ kj/mh°\text{C}$.

$$Bi = \frac{20000 \times 0.002}{770.4} = 0.0519$$

بما أن $Bi \ll 0.1$ ، بالتالي يمكن استخدام أسلوب المواسعة الإجمالي (Lumped capacitance method) لحل المسألة .

يُعطى توزيع درجة الحرارة بـ ،

$$\frac{\theta}{\theta_o} = \frac{T(t) - T_\infty}{T_O - T_\infty} = e^{Bi \times FO} \rightarrow (*)$$ ، $\frac{\text{فرق درجة الحرارة اللحظي}}{\text{فرق درجة الحرارة عند زمن صفري}}$

لاشتقاق هذه العلاقة ارجع إلى التحليل النظري .

رقم فورير ، $Fo = \frac{k}{\rho c_P L^2} \cdot \tau = \frac{214}{3000 \times 0.8 \times 10^3 \times (0.002)^2} \cdot \tau = 22.3\tau$

من المعادلة $(*)$:

$$\frac{-70 - (-183)}{200 - (-183)} = e^{-0.0519 \times 22.3\tau}$$

$$\frac{113}{383} = e^{-1.15737\tau}$$

$$0.29504 = e^{-1.15737\tau}$$

$$\ln 0.29504 = -1.15737\tau \ln e$$

$$\tau = \frac{\ln 0.29504}{-1.15737} = \frac{-1.22064}{-1.15737} = 1.0547s \simeq 1.055s$$

[3] كرة مصمتة من النحاس بقطر $10cm$، $\left[\boldsymbol{k = 386\, w/mK} \text{ ، } \boldsymbol{c_P = 383\, J/kg\, K} \text{ ، } \boldsymbol{\rho = 8954\, kg/m^3}\right]$ ، تكون ابتدائيا عند درجة حرارة منتظمة $T_O = 250°C$ ، يتم غمرها فجأة في مائع يتم رجَّه جيداً ، ويتم إعداده عند درجة حرارة منتظمة $T_\infty = 50°C$. معامل انتقال الحرارة بين الكرة والمائع هو $h = 200\, w/m^2K$. حدِّد درجة حرارة الكرة النحاسية عند $\tau = 5min$ بعد الغمر .

الحل:

معطى :

$$k = 386\, w/mK \ , \quad c_P = 383\, J/kg\, K \ , \quad \rho = 8954\, kg/m^3 \ , \quad d = 10cm$$

$$\tau = 5 \min = 5 \times 60 = 300\, s \ , h = 200\, w/m^2K \ , T_\infty = 50°C \ , \quad T_O = 250°C$$

الطول المميز للكرة ، $L = \frac{r}{3} = \frac{0.05}{3} = 0.01667m$

رقم بيوت ، $Bi = \frac{hL}{k} = \frac{200 \times 0.01667}{386} = 8.64 \times 10^{-3}$

بما أن $Bi \ll 0.1$ بالتالي يمكن استخدام أسلوب المواسعة الإجمالي (نظرية المقاومة الداخلية المهملة) لحل المسألة .

يُعطى توزيع درجة الحرارة بـ :

$$\frac{\text{فرق درجة الحرارة اللحظي}}{\text{فرق درجة الحرارة عند زمن صفري}} \text{ ، } \frac{\theta}{\theta_o} = \frac{T(t) - T_\infty}{T_O - T_\infty} = e^{-Bi \times FO} \quad \rightarrow (*)$$

$$\text{رقم فورير ، } Fo = \frac{k}{\rho c_P L^2} \cdot \tau = \frac{386}{8954 \times 383 \times (0.01667)^2} = 0.405\tau$$

من المعادلة $(*)$:

$$\frac{T(t) - 50}{250 - 50} = e^{-0.00864 \times 0.405\tau}$$

$$\frac{T(t) - 50}{200} = e^{-3.5 \times 10^{-3} \times \tau}$$

$$\therefore \frac{T(t) - 50}{200} = e^{-3.5 \times 10^{-3} \times 300} = e^{-1.05}$$

$$\text{درجة الحرارة بعد 5 دقائق من الغمر ، } T(t) = 200e^{-1.05} + 50 = 120\ ^\circ\text{C}$$

[4] يتم قياس متوسط معامل انتقال الحرارة الحملي لسريان هواء عند درجة حرارة 90°C فوق لوح مستوٍ

بملاحظة تأريخ درجة الحرارة بالنسبة للزمن للوح من النحاس بسمك $40mm$ ($k = 370\, w/m\,^\circ\text{C}$ ، $c_p = 0.38\, kj/kg^\circ\text{C}$ ، $\rho = 9000\, kg/m^3$) يتم تعريضه لهواء عند 90°C . في إحدى الاختبارات التي أُجريت ، درجة الحرارة الابتدائية للوح هي 200°C ، وخلال $4.5min.$ انخفضت درجة الحرارة بمقدار 35°C . أوجد معامل انتقال الحرارة لهذه الحالة . تجاهل المقاومة الحرارية الداخلية.

الحل:

معطى : $T_\infty = 90^\circ\text{C}$ ، $t = 40mm = 0.04m$ ، $\rho = 9000\, kg/m^3$ ، $c_P = 0.38\, kj/kg^\circ\text{C}$

$\tau = 4.5min = 270\ s$ ، $T(t) = 200 - 35 = 165℃$ ، $T_O = 200℃$ ،

الطول المميز أو البُعد الخطي المميز للوح مستوٍ ، $L = \frac{t}{2} = \frac{0.04}{2} = 0.02m$

$$Bi = \frac{hL}{k} = \frac{0.02h}{370} = 5.4054 \times 10^{-5}h$$

$\frac{\text{فرق درجة الحرارة اللحظي}}{\text{فرق درجة الحرارة عند زمن صفري}}$ ، $\frac{\theta}{\theta_o} = \frac{T(t)-T_\infty}{T_O-T_\infty} = e^{-Bi\times Fo} \rightarrow (*)$

$$Fo = \frac{k}{\rho c_P L^2} \cdot \tau = \frac{370}{9000 \times 0.38 \times 10^3 \times (0.02)^2} \cdot \tau = 0.2747\tau = 0.27047 \times 270$$
$$= 73.027$$

من المعادلة $(*)$:

$$\frac{165 - 90}{200 - 90} = e^{-5.4054\times10^{-5}h\times73.027}$$

$$\frac{75}{110} = e^{-3.9474\times10^{-3}h}$$

$$\ln\left(\frac{75}{110}\right) = -3.9474 \times 10^{-3}h \ln e$$

$$\Rightarrow h = 97\ w/m^2℃$$

∴ مُعامل انتقال الحرارة الحملي لسريان الهواء = $97\ w/m^2\ ℃$

[5] معاملات انتقال الحرارة لسريان هواء عند $28℃$ فوق كرة بقطر $12.5mm$ يتم قياسها بمشاهدة تأريخ درجة الحرارة ضد الزمن لكرة نحاسية بنفس الأبعاد .

درجة حرارة الكرة النحاسية $\left(\rho = 8850\ kg/m^3\right.$ و $\left.c_P = 0.4\ kj/kg\ K\right)$ ، يتم قياسها بواسطة اثنان من المزدوجات الحرارية ، أحداهما يتم وضعه في المنتصف والآخر بالقرب من السطح . سَجَّل المزدوجان

الحراريان نفس درجة الحرارة في لحظة معطاة . في أحد الاختبارات كانت درجة الحرارة الابتدائية للكرة $65°C$ وفي $1.15\ min$. انخفضت درجة الحرارة بمقدار $11°C$. أحسب معامل انتقال الحرارة في هذه الحالة.

الحل:

معطى : $T_\infty = 28\ °C$ ، $d = 12.5mm = 0.0125m$ ، $r = \frac{0.0125}{2} = 0.00625\ m$ ،

$$\tau = 1.15\text{min} = 69\ \text{s} ، T(t) = 65 - 11 = 54°C ، T_O = 65°C ، \rho = 8850\ \text{kg/m}^3 ، C_P = 0.4\ \text{kj/kg°C}$$

$L = \frac{r}{3} = \frac{0.00625}{3} m$ ، الطول المميز أو البعد الخطي المميز لكرة

$$Bi = \frac{hL}{k} = \frac{h(r/3)}{k} = \frac{h \times 0.00625}{3k} = \frac{0.00625h}{3k}$$

بما أنه يُراد حساب مُعامِل انتقال الحرارة ، بالتالي افترض أنَّ المقاومة الداخلية يتم تجاهُلها وأنَّ $Bi \ll 0.1$.

($i.e.$ يتم افتراض نظرية المقاومة الداخلية المهملة او نظرية المواسعة الإجمالية) .

معادلة توزيع درجات الحرارة :

$$\frac{\text{فرق درجة الحرارة اللحظي}}{\text{فرق درجة الحرارة عند زمن صفري}} ، \frac{\theta}{\theta_o} = \frac{T(t) - T_\infty}{T_O - T_\infty} = e^{-Bi \times FO} \rightarrow (*)$$

$$Fo = \frac{k}{\rho c_P L^2} \cdot \tau = \frac{k \times 69}{8850 \times 0.4 \times 10^3 \times \left(\frac{0.00625}{3}\right)^2} = 4.491k$$

من المعادلة $(*)$:

$$\frac{54 - 28}{65 - 28} = e^{\frac{-0.0065h}{3k} \times 4.491k}$$

$$\frac{26}{37} = e^{\frac{-0.0065h\times4.491}{3}} = e^{-9.356h}$$

$$0.7027 = e^{-9.356h}$$

$$\ln 0.7027 = -9.356h \ln e$$

$$\therefore h = \frac{\ln 0.7027}{-9.356} = 37.31\, w/m^2K$$

∴ معامل انتقال الحرارة الحملي لسريان الهواء = $37.31\, w/m^2K$

[6] كرة فولاذية بقطر $50mm$ وعند درجة حرارة $900°\text{C}$ يتم وضعها في جو ساكن عند درجة حرارة $30°\text{C}$.

أحسب مُعَّدل التبريد الابتدائي للكرة بالـ $°\text{C}/min$. خذ الخواص التالية :

$h = 30\, w/m^2°\text{C}$ ، (للفولاذ) $c_P = 2\, kj/kg°\text{C}$ ، $\rho = 7800\, kg/m^3$

تجاهل المقاومة الحرارية الداخلية .

الحل :

معطى : $\rho = 7800\, kg/m^3$ ،$T_\infty = 30°\text{C}$ ، $T_O = 900°\text{C}$ ، $r = \frac{50}{2} = 25mm = 0.025m$

$\tau = 1 \min = 60s$ ، $h = 30\, w/m^2°\text{C}$ ، $c_P = 2\, kj/kg°\text{C}$ ،

تفاوت درجة الحرارة في الكرة بالنسبة للزمن ، بتجاهل المقاومة الحرارية الداخلية يعطى بـ :

$$\frac{\theta}{\theta_o} = \frac{T(t) - T_\infty}{T_O - T_\infty} = e^{-Bi\times FO} \rightarrow \ (*)$$ ، $\dfrac{\text{فرق درجة الحرارة اللحظي}}{\text{فرق درجة الحرارة عند زمن صفري}}$

$$Bi = \frac{hL}{k}$$

الطول أو البُعد الخطي المُميَّز لكرة ، $L = \frac{r}{3} = \frac{0.025}{3}$

$$Bi = \frac{30\times 0.025}{3k} = \frac{0.25}{k}$$

$$Fo = \frac{k}{\rho c_P L^2}\cdot \tau = \frac{k\times 60}{7800\times 2\times 10^3\times \left(\frac{0.025}{3}\right)^2} = 0.0554k$$

$$\frac{T(t) - 30}{900 - 30} = e^{\frac{-0.25}{k}\times 0.0554k} = e^{-0.01385} = 0.98625$$

$$\therefore T(t) = 0.98625\times 870 + 30 = 858 + 30 = 888℃$$

$\therefore$ مُعدَّل التبريد $= \dfrac{T_O - T(t)}{\tau} = 900 - 888 = 12℃/min$

$\therefore$ مُعدَّل التبريد الابتدائي للكرة = $12\ ℃/min.$

[7] كتلة اسطوانية مصمتة بقطر $10cm$ وبطول $30cm$ يتم تمريرها خلال فرن معالجة حرارية طوله $6m$. يجب أن تصل الكتلة إلى درجة حرارة مقدارها $800℃$ قبل إخراجها من الفرن . يكون غاز الفرن عند درجة حرارة $1250℃$ ، ودرجة الحرارة الابتدائية للكتلة هي $90℃$. ما هي السرعة القصوى التي يجب أن تتحرك بها الكتلة في الفرن لتصل إلى درجة الحرارة المطلوبة ؟

معامل انتقال الحرارة السطحي المتحد للإشعاع والحمل هو $100\, w/m^2℃$.خذ الخواص التالية : $(steel)\ k = 40\, w/m℃$ والانتشارية الحرارية للفولاذ $\propto = 1.16\times 10^{-5}\, m^2/s$.

الحل :

$T_\infty = 90℃$ ، $T(t) = 800℃$ ،$T_O = 1250℃$ ، $\mathrm{L} = 30cm = 0.3m$ ، $d = 10cm = 0.1m$

.$\propto = 1.16 \times 10^{-5}\, m^2/s$ ، $h = 100\, w/m^2℃$ ، $k = 40\, w/m℃$

$L = \frac{V}{A_s} = \frac{\frac{\pi}{4}d^2L}{\left[\pi dL + \frac{\pi}{4}d^2 \times 2\right]}$ ، الطول المُمَيّز لأسطوانة (البعد الخطي المميز لأسطوانة)

$$= \frac{dL}{4L + 2d} = \frac{0.1 \times 0.3}{4 \times 0.3 + 2 \times 0.1} = \frac{0.03}{1.2 + 0.2} = \frac{0.03}{1.4} = 0.02143$$

$$Bi = \frac{hL_c}{k} = \frac{100 \times 0.02144}{40} = 0.0536$$

بما أنَّ $Bi \ll 0.1$ ، بالتالي يمكن تجاهل المقاومة الحرارية الداخلية للكتلة لسريان حرارة بالتوصيل.($i.e.$ يتم افتراض نظرية المقاومة الداخلية المهملة او نظرية المواسعة الإجمالية) .

علاقة الزمن ضد درجة الحرارة يُعطى بـ :

$$\frac{\text{فرق درجة الحرارة اللحظي}}{\text{فرق درجة الحرارة عند زمن صفري}} ،\frac{\theta}{\theta_o} = \frac{T(t) - T_\infty}{T_O - T_\infty} = e^{-Bi \times FO} \rightarrow (*)$$

$$Fo = \frac{k}{\rho c_P L^2} \cdot \tau = \frac{\propto \tau}{L^2} = \frac{1.16 \times 10^{-5}\tau}{(0.02143)^2} = 0.02526\tau$$

من المعادلة $(*)$:

$$\frac{800 - 90}{1250 - 90} = e^{-0.0536 \times 0.02526\tau}$$

$$\frac{710}{1160} = e^{-1.354 \times 10^{-3}\tau}$$

$$0.612 = e^{-1.354 \times 10^{-3}\tau} = e^{-0.001354\tau}$$

$$\ln 0.612 = -0.001354\tau \ln e$$

$$\tau = \frac{\ln 0.612}{-0.001354} = 362.6s$$

سرعة الكتلة المارة خلال الفرن ، $v = \frac{\text{طول الفرن}}{\text{الزمن}} = \frac{6}{362.6} = 0.01655\, m/s$

[8] كرة من الفولاذ الطري بقطر $15mm$ $(k = 42\, w/m℃)$ ، يتم تعريضها لسريان هواء تبريد عند $20℃$ ينشأ عنه مُعامل حمل $h = 120\, w/m^2℃$. حدِّد الآتي :

(i) الزمن المطلوب لتبريد الكرة من $550℃$ إلى $90℃$.

(ii) مُعدَّل انتقال الحرارة اللحظي بعد 2 دقيقة من بداية التبريد.

(iii) الحرارة الكلية المنتقلة من الكرة خلال الـ 2 دقيقة الأولى .

للفولاذ الطري خُذ الخواص التالية:

$$\alpha = 0.045\, m^2/h \text{ ، } c_P = 475 J/kg℃ \text{ ، } \rho = 7850\, kg/m^3$$

الحل:

معطى : $r = \frac{15}{2} = 7.5mm = 0.0075m$ ، $k = 42\, w/m℃$ ، $T_\infty = 20℃$ ،

$T_o = 550℃$ ، $T(t) = 90℃$ ، $h = 120\, w/m^2℃$.

[i

$L = \frac{r}{3} = \frac{0.0075}{3} = 0.0025m$ ، الطول المميز (البعد الخطي المميز لكرة)

$$Bi = \frac{hL}{k} = \frac{120 \times 0.0025}{42} = 0.007143$$

$$Fo = \frac{k}{\rho c_P L^2} \cdot \tau = \frac{\propto \tau}{L^2} = \frac{0.045 \times \tau}{(0.0025)^2} = 7200\tau (where\ \ \tau\ \ is\ in\ hours)$$

بما أن $Bi \ll 0.1$ ، بالتالي يمكن استخدام نظرية المواسعة الإجمالية أو نظرية المقاومة الداخلية المهملة لحل هذه المسألة .

تفاوت درجة الحرارة مع الزمن يُعطى بـ :

$$\frac{\theta}{\theta_o} = \frac{T(t) - T_\infty}{T_O - T_\infty} = e^{-Bi \times FO} \rightarrow (*)$$

، $\frac{\text{فرق درجة الحرارة عند أي لحظة}}{\text{فرق درجة الحرارة عند زمن صفري}}$

بتعويض القيم المتحصل عليها :

$$\frac{90 - 20}{550 - 20} = e^{-0.007143 \times 7200\tau}$$

$$0.132 = e^{-51.43\tau}$$

$$\ln 0.132 = -51.43\tau \ln e$$

$$\therefore \tau = \frac{\ln 0.132}{-51.43} = 0.03937h = 141.7s$$

[ii

$$\acute{q}(\tau) = hA_s\theta_o e^{-Bi \times Fo} = 120 \times 4\pi \times (0.0075)^2(550 - 20)e^{-51.43 \times \frac{2}{60}} = 8.1w$$

[iii

$$Q(t) = hA_s\theta_o\left(1 - e^{-Bi \times Fo}\right)\frac{\tau}{Bi \times Fo}$$

$$= 120 \times 4\pi(0.0075)^2(550-20)\left(1-e^{-51.43\times\frac{2}{60}}\right)\frac{2/_{60}}{51.43\times\frac{2}{60}} = 2580.15\,J$$

$$\simeq 2.58kJ$$

[9] شريحة مزخرفة من البلاستيك على كرة نحاسية قطرها $10mm$ يتم معالجتها في فرن عند $75°C$. بعد إزالتها من الفرن ، يتم تعريض الكرة لسريان هواء عند $10\,m/s$ ، و$23°C$. قدِّر الزمن المأخوذ لتبريد الكرة إلى $35°C$ باستخدام نظرية المواسعة الإجمالية.

استخدم العلاقة أو الارتباط التالي :

$$Nu = 2 + \left[0.4(Re)^{0.5} + 0.06(Re)^{2/_3}\right](Pr)^{0.4}\left[\frac{\mu_a}{\mu_s}\right]^{0.25}$$

لتحديد معامل الارتباط h ، استخدم الخواص التالية للهواء والنحاس:

للنحاس : $\rho = 8933\,\mathrm{kg/m^3}$ ، $k = 400\,\mathrm{w/mK}$ ، $c_P = 380\,\mathrm{J/kg°C}$

للهواء عند $23°C$: $\mu_a = 18.16\times10^{-6}\mathrm{N.s/m^3}$ ، $\nu = 15.36\times10^{-6}\ \mathrm{m^2/s}$

$k = 0.0258\,w/mK$ ، $pr = 0.709$ و μ_s للكرة عند $35\ °C$ هي $19.78\times10^{-6}\,\mathrm{N.s/m^2}$

الحل :

$d = 10mm = 0.01m$ ، $T_O = 75°C$ $C_a = 10\,m/s$ ، $T_\infty = 23°C$ ، $T(t) = 35°C$.

$$Re = \frac{\rho C d}{\mu} = \frac{Cd}{\nu} = \frac{10\times0.01}{15.36\times10^{-6}} = 6510$$

$$Nu = 2 + \left[0.4(6510)^{0.5} + 0.06(6510)^{2/_3}\right](0.709)^{0.4}\left[\frac{18.16\times10^{-6}}{19.78\times10^{-6}}\right]^{0.25}$$

$$= 2 + [32.27 + 20.92] \times 0.87 \times 0.979 = 47.3$$

$$or\ Nu = \frac{hd}{k} = 47.3$$

$$h = \frac{Nu.k}{d} = \frac{47.3 \times 0.0258}{0.01} = 122\, w/m^2 ℃$$

$$\frac{\text{فرق درجة الحرارة عند أي لحظة}}{\text{فرق درجة الحرارة عند زمن صفري}} \text{ ،} \quad \frac{\theta}{\theta_o} = \frac{T(t) - T_\infty}{T_O - T_\infty} = e^{-Bi \times FO} \rightarrow (*)$$

$$Bi = \frac{hL_c}{k}$$

$L_c = \frac{r}{3} = \frac{0.005}{3}$ ، الطول المُمَّيز أو البعُد الخطي المُمّيَز لكرة

$$Bi = \frac{hL_c}{k} = \frac{122 \times 0.005}{3 \times 400} = 5.083 \times 10^{-4}$$

$$Fo = \frac{k}{\rho c_P {L^2}_c} \cdot \tau = \frac{400}{8933 \times 380 \times \left(\frac{0.005}{3}\right)^2} \cdot \tau = 42.421\tau$$

من المعادلة $(*)$:

$$\frac{35 - 23}{75 - 23} = e^{-5.083 \times 10^{-4} \times 42.421\tau} = e^{-0.02156\tau}$$

$$\frac{12}{52} = 0.2308 = e^{-0.02156\tau}$$

$$\ln 0.2308 = -0.02156\tau \cdot \ln e$$

$$\therefore \tau = \frac{\ln 0.2308}{-0.02156} = 68s$$

∴ الزمن المطلوب لتبريد الكرة إلى 35℃ = 86 S

[10] بيضة بقطر متوسط مقداره $40mm$ تكون ابتدائياً عند درجة $20°C$ يتم وضعها في طوة بها ماء مغلي لمدة أربع دقائق . كم من الزمن يجب أن تأخذ بيضة مشابهة اذا تمَّ أخذها من ثلاجة عند $5°C$. خذ الخواص التالية للبيضة:

$$c_P = 2\,kj/kg°C \text{ ، } \rho = 1200\,kg/m^3 \text{ ، } k = 10\,w/m°C$$

ومعامل انتقال الحرارة ، $h = 100\,w/m^3°C$

استخدم نظرية المواسعة الاجمالية ($i.e.$ نظرية المقاومة الداخلية المهملة) لحل هذه المسالة.

الحل:

معطى : $\tau = 4\text{min} = 4 \times 60 = 240s$ ، $T_o = 20°C$ ، $r = \frac{40}{2} = 20mm = 0.02m$

$h = 100\,w/m^2°C$ ، $k = 10\,w/m°C$ ، $\rho = 1200\,kg/m^3$ ، $c_P = 2\,kj/kg°C$.

عند $\tau = ?$ ، $T_O = 5°C$

لاستخدم نظرية المواسعة الاجمالية ، فإن الشرط المطلوب هو $Bi < 0.1$.

$$Bi = \frac{hL_c}{k}$$

$L_c = \frac{r}{3} = \frac{0.02}{3}m$ ، الطول المميز أو البُعد الخطي المُمَّيز لكرة

$$Bi = \frac{100 \times 0.02}{3 \times 10} = 0.067$$

بما أن $Bi \ll 0.1$ ، بالتالي يمكن استخدام نظرية المواسعة الإجمالية .

تفاوت درجة الحرارة مع الزمن يُعطى بـ :

$$\frac{\theta}{\theta_o} = \frac{T(t) - T_\infty}{T_O - T_\infty} = e^{-Bi \times FO} \rightarrow \ (*)$$

$$Fo = \frac{k}{\rho c_P L^2} \cdot \tau = \frac{10}{1200 \times 2 \times 10^3 \left(\frac{0.02}{3}\right)^2} \times 240 = 22.5$$

من المعادلة $(*)$:

$$\frac{\text{فرق درجة الحرارة عند أي لحظة}}{\text{فرق درجة الحرارة عند زمن صفري}} \text{،} \frac{\theta}{\theta_o} = \frac{T(t) - 100}{20 - 100} = e^{-0.067 \times 22.5} = e^{-1.5075} = 0.2215$$

$$T(t) - 100 = -80 \times 0.2215$$

$$\therefore T(t) = 100 - 80 \times 0.2215 = 100 - 17.72 = 82.28℃ \quad say\ 82℃$$

مستخدماً المعادلة $(*)$ مرة أخرى ،

$$\frac{82 - 100}{5 - 100} = e^{-Bi \times FO}$$

$$Fo = 0.09375\tau$$

$$\frac{-18}{-95} = e^{-0.067 \times 0.09375\tau}$$

$$0.1895 = e^{-0.00628\tau}$$

$$\ln 0.1895 = -0.00628\tau \ln e$$

$$\therefore \tau = \frac{\ln 0.189s}{-0.00628} = 264.9s \ = 4.4145\ min$$

[11] كتلة اسطوانية ساخنة بقطر $50mm$ وبطول $200mm$ يتم اخذها من الفرن عند 800°C وغمرها في ماء حتى تهبط درجة حرارتها إلى 500°C . من بعد تم تعريضها مباشرة إلى هواء حتى تهبط درجة حرارتها

إلى 100°C . أوجد الزمن الكلي المطلوب للكتلة لتنخفض درجة حرارتها من 800°C إلى 100°C . خذ الخواص التالية:

$60\, w/m°C =$ (الموصلية الحرارية للكتلة) $\equiv k$

$200\ J/m\,°C =$ (الحرارة النوعية للكتلة) $\equiv c_P$

$800\, kg/m^3 =$ (كثافة مادة الكتلة) $\equiv \rho$

$200\, w/m^2\, °C =$ (معامل انتقال الحرارة في الماء) $\equiv h_w$

$20\, w/m^2 °C =$ (معامل انتقال الحرارة في الهواء) $\equiv h_a$

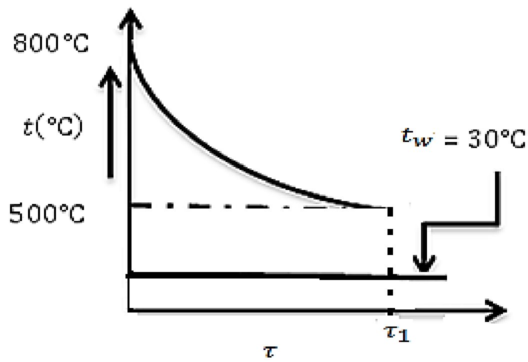
درجة حرارة الهواء أو الماء= 30°C

الحل :

معطى: $L = 200mm = 0.2m$ ، $r = \frac{50}{2} = 25mm = 0.025m$

الطول أو البُعد الخطي المُمَيَّز لأسطوانة ، $L_c = \frac{r}{2} = \frac{0.025}{2} m$

$$Bi = \frac{hL_c}{k} = \frac{hr}{2k} = \frac{200 \times 0.025}{2 \times 60} = 0.04167$$



شكل رقم (1.2)

بما أن $Bi \ll 0.1$ ، فإنَّ المقاومة الحرارية الداخلية يمكن تجاهلها وبالتالي يمكن استخدام نظرية المواسعة الإجمالية.

يمكن حساب الزمن الكلي بحساب τ_1 (الزمن المطلوب في الماء) و τ_2 (الزمن المطلوب في الهواء) وجمعهما بحيث أنَّ $\tau = \tau_1 + \tau_2$.

(i) تفاوت درجة الحرارة بالنسبة للزمن عندما يتم تبريد الكتلة في الماء يُعطى بـ :

(انظر الشكل (1.2))

$$\frac{\text{فرق درجة الحرارة عند أي لحظة}}{\text{فرق درجة الحرارة عند زمن صفري}} ، \frac{\theta}{\theta_o} = \frac{T(t) - T_\infty}{T_O - T_\infty} = e^{-Bi \times FO} \rightarrow (*)$$

$$Fo = \frac{k}{\rho c_P L^2} \cdot \tau = \frac{60\tau_1}{800 \times 200 \times \left(\frac{0.025}{2}\right)^2} = 2.4\tau_1$$

بالتعويض في المعادلة $(*)$:

$$\frac{500 - 30}{800 - 30} = e^{-0.04167 \times 2.4\tau_1}$$

$$0.61 = e^{-0.1\tau_1}$$

$$\ln 0.61 = \ln e^{-0.1\tau_1}$$

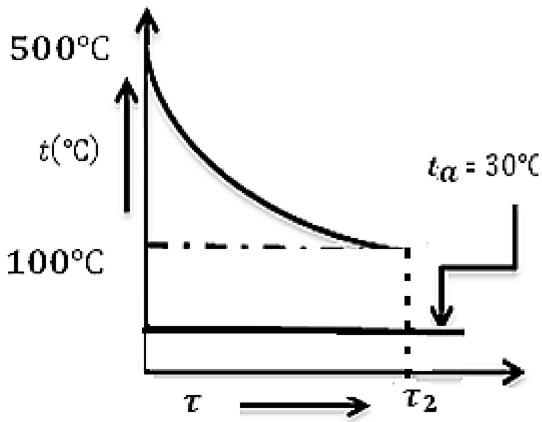
$$\ln 0.61 = -0.1\tau_1 \ln e$$

$$\therefore \tau_1 = \frac{\ln 0.61}{-0.1} = 4.943s \simeq 4.94s$$

(ii) تفاوت درجة الحرارة بالنسبة للزمن عندما يتم تبريد الكتلة في الهواء يعطى بـ :

(أنظر الشكل (1.3))

$$\frac{\text{فرق درجة الحرارة عند أي لحظة}}{\text{فرق درجة الحرارة عند زمن صفري}} \text{ ، } \frac{\theta}{\theta_o} = \frac{T(t) - T_\infty}{T_O - T_\infty} = e^{-Bi \times FO} \rightarrow (*)$$



شكل رقم (1.3)

$$Bi = \frac{hL_c}{k} = \frac{20 \times 0.025}{2 \times 60} = 0.004167$$

$$Fo = \frac{k}{\rho c_P {L_c}^2} \cdot \tau_2 = 2.4\tau_2$$

بالتعويض في المعادلة $(*)$:

$$\frac{100 - 30}{500 - 30} = e^{-0.004167 \times 2.4\tau_2}$$

$$\frac{70}{470} = e^{-0.01\tau_2}$$

$$0.149 = -0.01\tau_2 \ln e$$

$$\therefore \tau_2 = \frac{\ln 0.149}{-0.01} = \frac{-1.904}{-0.01} = 190.4$$

$\therefore$ الزمن الكلي ، $\tau = \tau_1 + \tau_2 = 4.94 + 195.4 = 195.34s\ or\ 3.256\ min$

1.5 مسائل غير محلولة في التوصيل العابر :

[1] شريحة من النحاس $\left(\rho = 900\,kg/m^3 \text{ ، } c = 380\,j/kg℃ \text{ ، } k = 370\,w/m℃\right)$ بالأبعاد $400mm \times 400mm \times 5mm$ لها درجة حرارة منتظمة مقدارها $250℃$ ، تم خفض درجة حرارتها فجأة إلى $30℃$. أحسب الزمن المطلوب للشريحة لتصل إلى درجة حرارة مقدارها $90℃$. افترض أن معامل انتقال الحرارة الحملي يُعطى بـ $90\,w/m^2℃$.

$Ans.\{\tau = 123.75s\}$

[2] شريحة من سبيكة الومنيوم مساحة سطحها $0.2\,m^2$ (للجانبين) ، سمكها $4mm$ ، وعند درجة حرارة $200℃$ يتم غمرها فجأة في اكسجين سائل عند درجة حرارة $-183℃$. أوجد الزمن المطلوب لتصل الشريحة إلى درجة حرارة مقدارها $-70℃$.

خذ : $h = 500\,w/m^2℃$ ، $c_P = 890\,j/kg℃$ ، $\rho = 2700\,kg/m^3$

$Ans \cdot \{23.45s\}$

[3] كرة من الزهر بقطر $200mm$ تكون بداية عند درجة حرارة منتظمة مقدارها $400℃$ ، يتم غمرها في زيت . درجة حرارة حمَّام الزيت هي $40℃$. إذا اصبحت درجة حرارة الكرة $100℃$ بعد 5 دقائق ، أوجد معامل انتقال الحرارة على سطح الكرة.

خذ : $\rho(cast\ iron) = 7000\,kg/m^3$ ، $c_P(cast\ iron) = 0.32\,kj/kg\,℃$

تجاهل المقاومة الحرارية الداخلية .

$Ans \cdot \{134\,kw/m^2\,℃\}$

[4] متوسط معامل انتقال الحرارة الحملي لسريان هواء عند $100℃$ فوق لوح مستوٍ ، يتم قياسه بملاحظة تأريخ (درجة الحرارة . الزمن) لشريحة من النحاس سمكها $30mm$ ويتم أخذ خواصها كما يلي :

$\left(\rho = 9000\, kg/m^3 \text{ ، } k = 370\, w/m℃ \text{ ، } c_P = 0.38\, kj/kg℃\right)$ يتم تعريضها للهواء عند $100℃$. في إحدى الإختبارات التي أجريت ، كانت درجة الحرارة الإبتدائية للوح هي $210℃$ ، وفي 5 دقائق انخفضت درجة الحرارة بمقدار $40℃$. أوجد معامل انتقال الحرارة لهذه الحالة . تجاهل المقاومة الحرارية الداخلية.

$Ans \cdot \{77.24\, w/m^2℃\}$

[5] كتلة اسطوانية من الفولاذ بقطر $150mm$ وبطول $400mm$ يتم إمرارها خلال فرن معالجة حرارية بطول $6m$. يجب أن تصل الكتلة إلى درجة حرارة $850℃$ قبل إخراجها من الفرن . يكون غاز الفرن عند $1280℃$ وتكون درجة الحرارة الابتدائية للكتلة $100℃$. ما هي السرعة القصوى التي يجب أن تتحرك بها الكتلة في الفرن للوصول إلى درجة الحرارة المطلوبة ؟

معامل انتقال الحرارة السطحي المتحد للإشعاع والحمل هو $100\, w/m^2\, ℃$.

خذ: $\propto = 0.46 \times 10^{-5}\, m^2/s$ ، $k(steel) = 45\, w/m\, ℃$

$Ans \cdot \{1.619 \times 10^{-3}\, m/s\}$

[6] كرة ساخنة من الفولاذ الطري $(k = 42.5\, w/m℃)$ بقطر $15mm$ يتم تبريدها بسريان هواء عند $27℃$. معامل انتقال الحرارة الحملي هو $114\, w/m^2℃$. حدِّد الآتي:

[i] الزمن المطلوب لتبريد الكرة من $540℃$ إلى $95℃$.

[ii] معدَّل انتقال الحرارة اللحظي بعد دقيقتان من بداية التبريد .

[iii] الطاقة الكلية المنتقلة من الكرة خلال الـ 2 دقيقة الأولى.

خذ خواص الفولاذ الطري كالآتي :

$$\left(\propto = 0.043\, m^2/h \text{ ، } c_P = 475\, j/kg℃ \text{ ، } \rho = 7850\, kg/m^3\right)$$

$Ans \cdot \left\{(i)2.104 \min \text{، } (ii)3.884w \text{ ، } (iii)1475.7j\right\}$

[7] معاملات انتقال الحرارة لسريان هواء عند $30℃$ فوق كرة بقطر $12.5\, mm$ يتم قياسها بملاحظة تأريخ درجة الحرارة ضد الزمن لكرة نحاسية بنفس الأبعاد. درجة حرارة الكرة النحاسية $\left(c_P = 0.375\, kj/kg\, ℃ \text{ ، } \rho = 8930\, kg/m^3\right)$ تمَّ قياسها بواسطة اثنان من المزدوجات الحرارية ، أحدهما موضوع عند المركز والآخر قريباً من السطح . يسجِّل كلا المزدوجان الحراريان نفس درجة الحرارة عند لحظة معطاة . في إحدى الاختبارات التي أجريت كانت درجة الحرارة الابتدائية للكرة هي $70℃$ وفي خلال $1.15 min$ انخفضت درجة الحرارة بمقدار $7℃$.أحسب معامل انتقال الحرارة الحملي لهذه الحالة .

$Ans \cdot \{194.5\, w/m^2\, ℃\}$

الفصل الثاني

انتقال الحرارة بالغليان

Heat Transfer by Boiling

2.1 مدخل (Introduction):

لقد تم سابقاً في انتقال الحرارة بالحمل دراسة أنظمة متجانسة ذات طور مفرد فقط. على أيَّ حال، هنالك إجراءات حمل معيَّنة ترتبط بتغير في الطور مثل الغليان والتكثيف. بينما يتضَّمن الغليان التغير من طور السائل إلى طور البخار لمادة مائعة فإنَّ التكثيف يشتمل على التغيُّر من طور البخار إلى طور السائل.

أسلوب إنتقال الحرارة بتغير الطور (i.e. عميات الغليان والتكثيف) له تطبيقات واسعة كما مذكور أدناه:

i/ تبريد المفاعلات النووية ومحركات الصواريخ (Cooling of nuclear reactors and rocket motors)

ii/ محطات القدرة البخارية (الغلايات والمكثِّفات) (Boilers and condensers).

iii/ أنظمة التبريد وتكييف الهواء (المبخِّرات والمكثفات) (Evaporators and condensers).

iv/ صهر المعادن في الأفران (Melting of metals in furnaces).

v/ المصافي وطواحين السكر (مبادلات حرارية) (Heat exchangers) (Refineries and sugar mills)

vi/ عملية التسخين والتبريد (Process heating and cooling).

2.2 الملامح الرئيسية لعمليات الغليان والتكثُّف:

(General Features of Boiling and Condensation)

عمليات الغليان والتكثيف تتضمَن الملامح الفريدة التالية:

i/ كنتيجة لتغير الطور في هذه العمليات، فإنَّ إنتقال الحرارة إلى أو من المائع يمكن حدوثه بدون تأثيره على درجة حرارة المائع.

ii/ معامل انتقال الحرارة والمعدّلات نتيجة للحرارة الكامنة المصحوبة بتغير الطور تكون عادة أكبر مقارنة بعملية الحمل العادية (i.e. بدون تغير في الطور).

iii/ يتم الحصول على معدل عالٍ لانتقال الحرارة بفرق درجة حرارة صغير.

2.3 الظواهر المصاحبة للغليان والتكثيف:

(Phenomena Accompanying Boiling and Condensation)

الظواهر المصاحبة للغليان والتكثيف تكون أكثر تعقيداً مقارنة بعملية الحمل العادية نتيجة للعوامل التالية:

i/ تأثيرات الحرارة الكامنة.

ii/ التوتر السطحي.

iii/ خصائص السطح والخواص الأخرى لأنظمة ذات طورين.

2.4 إنتقال الحرارة بالغليان (Boiling Heat Transfer):

مناحي عامة (General Aspects):

الغليان هو عملية إنتقال الحرارة بالحمل الذي يتضمَّن تغّيراً في الطور من حالة السائل إلى حالة البخار، أيضاً يتم تعريف الغليان كتبخّر عند سطح سائل مصمت. هذا يكون ممكناً فقط عندما تزيد درجة حرارة السطح (t_s) عن درجة حرارة التشبع المقابلة لضغط السائل (t_{sat}). يتم نقل الحرارة من السطح المصمت إلى السائل طبقاً للقانون:

$$Q = hA_s = (t_s - t_{sat}) = hA_s \Delta t_e$$

حيث، $\Delta t_e = (t_s - t_{sat})$ وتعرف بدرجة الحرارة الزائدة (Excess temperature)

1/ تطبيقات عملية الغليان (Applications of Boiling Process):

هنالك تطبيقات لعملية الغليان يتم توضيحها في الحالات التالية:

i/ إنتاج البخار (لتوليد القدرة وللعمليات الصناعية ولتسخين الفراغ) في محطات القدرة البخارية والنووية.

ii/ امتصاص الحرارة في أنظمة التبريد وتكييف الهواء.

iii/ التقطير وتنقية السوائل (Distillation and refining)

iv/ التركيز، التجفيف وتجفيف الأطعمة والمواد.

(Concentration, dehydration and drying foods and materials) v/ تبريد الماكينات مثل المفاعلات النووية ومحركات الصواريخ حيث يتم إزالة كميات كبيرة من الحرارة في حجم صغير نسبياً (تكون معدلات الفقدان عاليه كـ $10^8 w/m^2$ ويكون معدل إنتقال الحرارة في الغلاية الحديثة في حدود $2 \times 10^5 w/m^2$).

2/ أشكال ظاهرة إنتقال الحرارة بالغليان (Types of Heat Transfer by Boiling):

ظاهرة انتقال الحرارة بالغليان يمكن أن تحدث في الأشكال التالية:

i/ الغليان الحوضي (Pool Boiling):

في هذه الحالة يكون السائل فوق السطح الساخن هو في الأساس راكد وحركته قرب السطح تكون نتيجة للحمل الحر والخلط الناشئ من نمو الفقاعات وانفصالها (Bubble growth and detachment).

يحدث الغليان الحوضي في غلايات البخار التي تعمل بالحمل الطبيعي.

ii/ الغليان بالحمل القسري (Forced Convection Boiling):

في هذه الحالة يتم استحاثة حركة السائل بوسائل خارجية (وايضاً بالحمل الطبيعي وبخلط الفقاعات المستحثة). يتم ضخ السائل وإجباره على السريان. هذا النوع من الغليان في غلايات الماء الأنبوبية (Water tube boiler) بحمل قسري.

iii/ التبريد تحت درجة التكثف او الغليان الموضعي (Sub – Cooled or Local Boiling):

في هذه الحالة تكون درجة حرارة السائل أسفل درجة حرارة التشبع، وتتكون الفقاعات في محيط سطح الحرارة (Vicinity of heat surface). تتكثفَ هذه الفقاعات بعد رحلة مرور قصيرة في السائل الذي يملك درجة حرارة أقل من درجة حرارة نقطة الغليان.

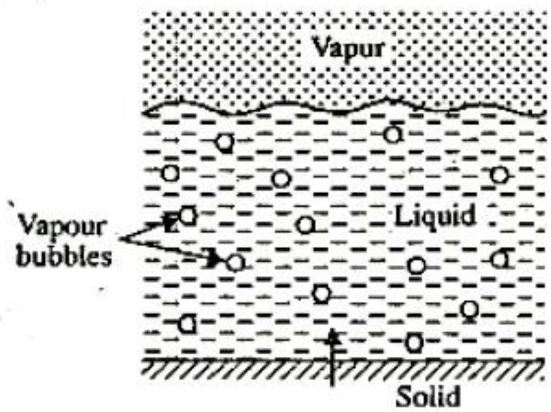
iv/ الغليان المشبَّع (Saturated Boiling):

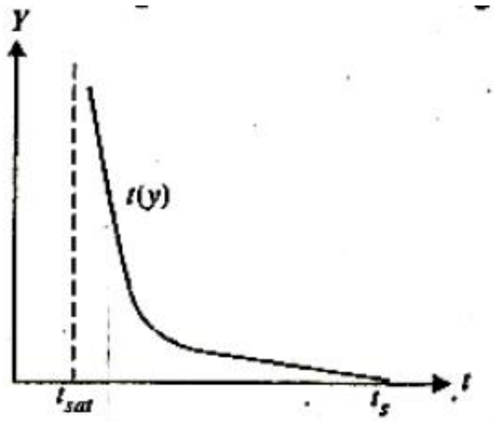
في هذه الحالة تزيد درجة حرارة السائل على درجة حرارة التشبَّع. فقاعات البخار المتكونة عند السطح المصمت (السطح البيني سائل – مصمت) يتم دفعها خلال السائل بتأثيرات الطفو وتهرب في الحال من السطح الحر (السطح البيني سائل – بخار).

3/ مناطق الغليان أو أنظمة الغليان (Boiling Regimes):

تعتمد عملية الغليان على طبيعة السطح، الخواص الفيزيائية الحرارية (Thermo – physical properties) للمائع وديناميكيات فقاعة البخار. نتيجة لإشراك عدد كبير من المتغيرات، فإنَّ المعادلات العامة التي توصف عملية الغليان لا تكون متاحة. بالرغم من ذلك، فقد تمَّ عمل تقدم ملحوظ في الوصول إلى فهم فيزيائي لآلية الغليان.

الشكل (2.1) أدناه يوضَح توزيع درجة الحرارة في غليان حوضي مشبع بسطح بيني لسائل – بخار. يُلاحظ من الشكل وبالرغم من أن هنالك إنخفاض حاد في درجة حرارة السائل القريب من السطح المصمت، فإن درجة الحرارة خلال معظم السائل تظل أعلى قليلاً من التشبع. نتيجة لذلك فإنَّ الفقاعات المتولدة عند السطح البيني لسائل مصمت ترتفع ويتم نقلها عبر السطح البيني لسائل – بخار. إذا كانت ظاهرة الغليان ناتجة من الغليان الحوضي أو من الغليان بالحمل القسري، فإن هنالك ثلاث أنظمة غليان (تبخر سطح بيني، غليان تنوّي (Nucleate boiling)، وغليان شرائحي (Film boiling) تكون متحدة مع فيض حرارة متزايد تدريجياً، كما موضَّح في الشكل (2.2). تم الحصول على هذا المنحنى المحدَّد بواسطة سلك من البلاتين مسخن كهربائياً، ومغمور في حوض ماء (عند درجة حرارة التشبع) وذلك بتغيير درجة حرارة سطحه وقياس فيض حرارة السطح q_s (Surface heat flux).

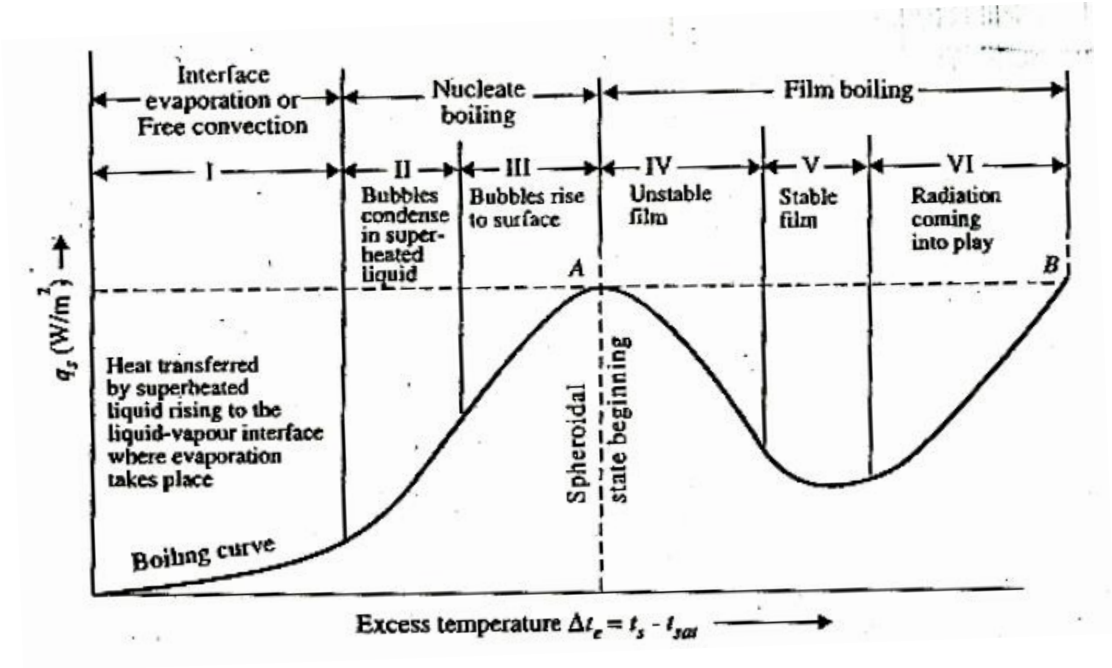




شكل (2.1) غليان حوضي بسطح بيني لسائل – بخار

i/ تبخر السطح البيني (Interface Evaporation):

يوجد تبخر السطح البيني (عملية التبخر بدون تكون فقاعات) في المنطقة I التي تُعرف بمنطقة الحمل الحر. هنا تكون درجة الحرارة الزائدة، Δt_e صغيرة جداً وتساوي $5^o c$ ، في هذه المنطقة يكون السائل القريب من السطح محمَّصاً قليلاً، تقوم تيارات الحمل بتدوير السائل ويحدث التبخر عند سطح السائل.



شكل (2.2) منحنى الغليان للماء

ii/ الغليان بالتنوؤ (Nucleate Boiling):

يوجد هذا النوع من الغليان في المناطق II و III . بالزيادة في قيمة Δt_e (درجة الحرارة الزائدة) يبدأ تكون الفقاعات على سطح السلك عند نقاط موضعية معينة. تتكثف الفقاعات في السائل قبل الوصول إلى سطح السائل. حقيقة هذه هي المنطقة II التي يبدأ عندها الغليان التنوؤي. بزيادة إضافية في Δt_e تتشكل الفقاعات بسرعة أكبر وترتفع إلى سطح السائل متسببّة في تبخُّر سريع، كما مبين في المنطقة III . هكذا يتم تمييز الغليان التنوؤي بتكوُّن فقاعات عند مواقع التنوؤ وتقليبات السائل الناتجة (Resulting liquid agitation). تقليب الفقاعات يستحث (ينتج) خلطاً لكمية كبيرة من المائع وهذا بدوره يقود لزيادة ملحوظة في فيض الحرارة ومعامل انتقال الحرارة بالغليان. (المعدَّة المستخدمة في الغليان يجب تصميمها لتشتغل في هذه المنطقة فقط).

يوجد الغليان التنوؤي حتى قيمة لـ Δt_e مساوية لـ $50^o c$. فيض الحرارة الأقصى المعروف بفيض الحرارة الحرج يحدث عند النقطة A (أنظر للشكل (2.2)) ويكون بمقدار $1\ Mw/m^2$.

iii/ الغليان الشرائحي (Film Boiling):

يتكون الغليان الشرائحي من المناطق IV ، V و VI . سلوك زيادة فيض الحرارة بزيادة درجة الحرارة الزائدة الملاحظ حتى المنطقة III يتم عكسه في المنطقة IV (التي تسمى بمنطقة الغليان الشرائحي). هذا ناتج عن التكون السريع جداً للفقاعات التي تغطي سطح التسخين وتمنع السائل الطازج الداخل من أخذ مكانه. تندمج الفقاعات في الحال وتكوّن شريحة بخار تغطي السطح بأكمله. بما أنَّ الموصلية الحرارية لشريحة البخار تكون أقلَّ من تلك للسائل فإنَّ فيض الحرارة ينخفض بنحو Δt_e . خلال مدى درجة الحرارة $50^o c < \Delta t_e < 150^o c$ تتفاوت الحالات بين غليان تنوؤي وغليان شرائحي ويسمى الطور بالغليان الإنتقالي (Transition boiling)، الغليان الشرائحي غير المستقر أو الغليان الشرائحي الجزئي (المنطقة IV). بالزيادة الإضافية في Δt_e يتم استقرار شريحة البخار وتتم التغطية الكاملة لسطح التسخين ببطانية بخار (Vapour blanket) ويكون فيض الحرارة هو الأدنى كما موضح في المنطقة V. درجات حرارة السطح المطلوبة لإعداد شريحة مستقرة تكون عالية وتحت هذه الأحوال (الشروط) يتم فقد مقدار كبير من الحرارة بواسطة السطح نتيجة للإشعاع كما موضح في المنطقة VI. يمكن ملاحظة ظاهرة غليان الشريحة المستقر عندما تسقط نقطة من ماء على مقعد ساخن أحمر. لا تتبخر هذه النقطة في الحال ولكنها ترقص قليلاً على المقعد؛ هذا ناتج عن تكوّن شريحة بخار مستقرة عند السطح البيني بين السطح الساخن وقطرة السائل.

iv/ فيض الحرارة الحرج أو نقطة الحريق (Critical Heat Flux or Burnout Point):

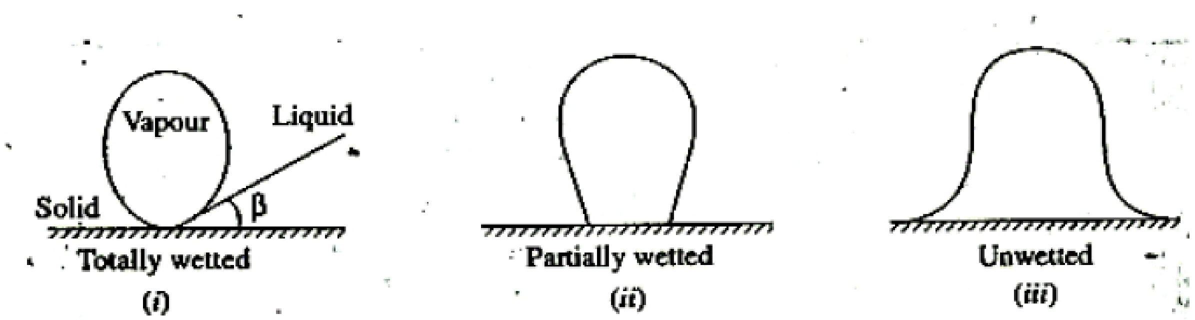
فيض الحرارة الحرج أو نقطة الحريق (النقطة (A) في الشكل (2)) هي نقطة فيض الحرارة القصوى على منحنى الغليان التي يبدأ عندها الانتقال من الغليان التنوؤي إلى الغليان الشرائحي. تسمى هذه النقطة أيضاً بأزمة الغليان (Boiling crisis) بما أنَّ عملية الغليان خلف هذه النقطة تكون غير مستقرة ما لم يتم الوصول إلى النقطة B. تكون درجة الحرارة عند النقطة B عالية جداً وهي عادة فوق درجة انصهار المصمت. (Above the melting of the solid) ، بحيث إذا كان تسخين السطح المعدني ليس محدداً بالنقطة B، فإنه

من المحتمل تحطم المعدن أو حتى انصهاره (لهذا السبب فإن النقطة A غالباً ما يصطلح بتسميتها أزمة الغليان أو نقطة الإحتراق).

v/ شكل الفقاعة ومقاسها (Bubble Shape and Size Consideration):

يتأثر معدّل إنتقال الحرارة في الغليان التنوؤي كثيراً بطبيعة وحال سطح التسخين والتوتر السطحي (الشد السطحي) (Surface tension) عند السطح البيني لمصمت – سائل (شكل، مقاس أو زاوية ميل الفقاعات، على أيَّ حال، لا تملك تأثيراً كبيراً على معدّل إنتقال الحرارة). يشير الشد السطحي على القدرة الترطيبية (wetting capability) للسطح مع السائل (.i.e شد سطحي منخفض، يعني سطح عالي الترطيب) وهذا يؤثر على زاوية التلامس بين الفقاعة والسطح المصمت. إذا كان السطح ملوثاً فستتأثر خصائصه الترطيبية التي تؤثر في الحال على مقاس وشكل فقاعات البخار.

إذا كان الشد السطحي للسائل منخفضاً فإنه يميل لترطيب السطح بحيث تندفع الفقاعة بواسطة السائل وترتفع. يقوم السائل بقص الفقاعات (shear off the bubbles) مما يتسبّب في تحويل شكلها إلى كروي أو بيضاوي (globular or oval) كما موضّح في الشكل (2.3) (i) (لسطح مرطَّب كلياً). في حالة سوائل تملك شد سطحي متوسط (intermediate surface tension) (سطح مرطَّب جزئياً) يمكن أن يوجد هنالك توازناً لحظياً (momentary balance) بين الفقاعات والسطح المصمت بحيث يكون من الضروري تكوين فقاعات أكبر قبل أن تستطيع قوة الطفو (buoyant force) من تحريرها من السطح؛ شكل الفقاعة يتم توضيحه في الشكل 2.3(ii).



شكل (2.3) أشكال نموذجية لفقاعات بخار

علـى السـطح غيـر المرطـب (unwetted surface) [الشـكل (2.3(iii]، تنتشـر الفقاعـات مكوِّنـة اسـفيناً (wedge) بين الماء وسطح التسخين بالتالي تسمح لقوى هايدروستاتيكية (hydrostatic forces) بمقاومة فعل الطفو.

تكوُّن الفقاعة كما موضَّح في الشكل (2.3(i يعطي معدَّل إنتقال حرارة عالي مقارنة بأشكال الفقاعة الموضَّح في الشكل (2.3(ii و (2.3(iii .

وجد أنَّ إضافة بعض المواد لخفض الشد السطحي يكون لديها نفس تـأثير تـوفير سطح مرطب وتعطـي معدلات متزايدة لإنتقال الحرارة.

vi/ نمو الفقاعة وإنهيارها (Bubble Growth and Collapse):

مــن التجــارب يــتم ملاحظــة أنَّ الفقاعــات لا تكــون علــى الــدوام فــي حالــة اتــزان دينــاميكي حــراري (thermodynamic equilibrium) بسائل محيط. لا يكون البخار داخل الفقاعة بالضرورة عند نفس درجة الحرارة مثل السائل. إعتبر القوى التي تعمل على فقاعة بخار كروية كما موّضح في الشكل (2.4)؛ قوى الضغط على الفقاعة يجب أن تتوازن بالشد السطحي عند السطح البيني بخار – سائل. هكذا

$$\pi r^2 (p_v - p_l) = 2\pi r.\sigma \qquad (2.1)$$

أو

$$p_v - p_l = \frac{2\sigma}{r} \qquad (2.2)$$

حيث،

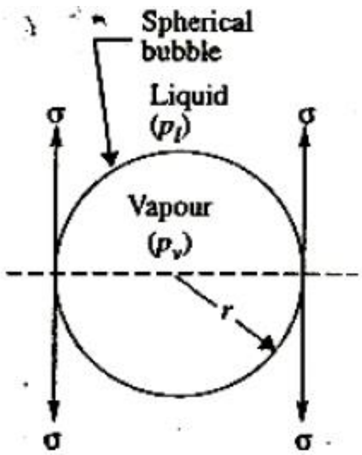
$p_v =$ ضغط البخار في داخل الفقاعة

$p_l =$ ضغط السائل فوق سطح الفقاعة

$\sigma =$ الشد السطحي لسطح بيني بخار – سائل

يمكن اعتبار البخار كغاز مثالي حيث يمكن استخدام معادلة (Clay Peron) التي تعطي أدناه:

$$\frac{dp}{p} = \frac{h_{fg}}{RT^2}\, dT \qquad (2.3)$$



شكل (2.4) توازن القوى على فقاعة بخار كروية

حيث، h_{fg} = الحرارة الكامنة للتبخر.

من قانون الغاز المثالي:

$$\frac{P}{RT} = \rho_v$$

(حيث R = ثابت الغاز او البخار ؛ ρ_v = كثافة البخار المتكوّن)

بتعويض المعادلة عاليه في المعادلة (2.3) وبإعادة الترتيب، نحصل على:

$$\frac{dp}{dT} = \frac{h_{fg}.\rho_v}{T}$$

أو $$\frac{p_v - p_l}{T_v - T_{sat}} = \frac{h_{fg}.\rho_v}{T_{sat}} = \frac{p.h_{fg}}{RT_{sat}} \qquad (2.4)$$

حيث،

T_v درجة حرارة البخار في داخل الفقاعة.

T_{sat} درجة حرارة التشبّع للبخار في داخل الفقاعة عند ρ_v .

من المعادلات (2.2) و (2.4) نحصل على:

$$T_v - T_{sat} = \frac{2\sigma}{r}\left[\frac{R}{P}.\frac{T_{sat}^2}{h_{fg}}\right] \qquad (2.5)$$

تقترح المعادلة عاليه الآتي: إذا كان $(T_v - T_{sat}) > (T_l - T_{sat})$ فإنّ فقّاعة بنصف قطر r ستنمو أو ستنفجر. T_l هي درجة الحرارة المحيطة بالفقاعة.

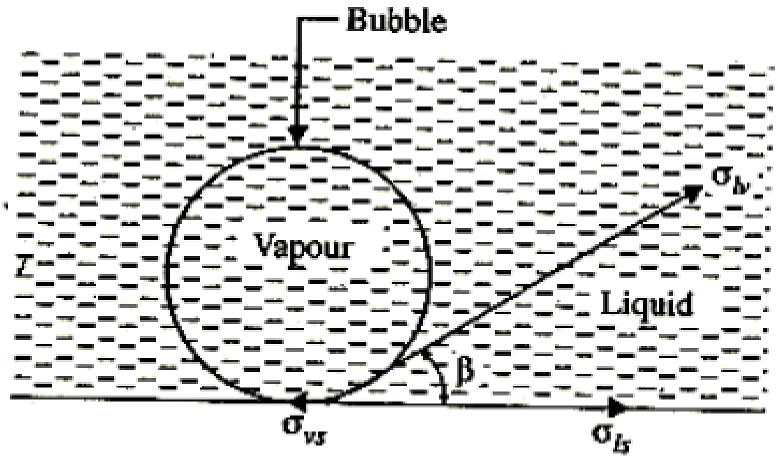
vii/ القطر الحرج للفقاعة (Critical Diameter of Bubble):

بالرجوع للشكل (2.5)، يعتمد القطر الأقصى للفقاعة المتكوّنة على سطح التسخين على المتغيرات التالية:

σ_{lv} = الشد بين السائل والبخار.

σ_{ls} = الشد بين السائل والسطح المصمت.

σ_{vs} = الشد بين البخار والسطح المصمت.



شكل (2.5) القطر الحرج لفقاعة

β = الزاوية المتكوّنة بواسطة الفقاعة كما موّضح في الشكل (2.5).

ϕ_c = القطر الأقصى أو الحرج للفقاعة.

$g(\rho_l - \rho_v)$ = قوة الطفو (buoyancy force).

هكذا،

$$d_c = \int \left[\beta\ , \sigma_{lv}, g(\rho_l - \rho_v)\ , \frac{\sigma_{lv}}{\sigma_{ls}}\right]$$

باستخدام تقنية التحليل البعدي، نتحصل على:

$$d_c = C.\beta \left[\frac{\sigma_{lv}}{\sigma_{ls}}\right] \sqrt{\frac{\sigma_{lv}}{g(\rho_l - \rho_v)}} \qquad (2.6)$$

حيث c هو ثابت يتم عموماً حسابه بنتائج مختبرية.

قيمة $c = 0.0148$ لفقاعة الماء.

vii/ العوامل المؤثرة على الغليان التنووي (Factors Affecting Nucleate Boiling):

يتأثر الغليان التنووي بالعوامل التالية:

1/ شكل المادة وحال سطح التسخين:

(Material Shape and Condition of the Heating Surface)

يعتمد معامل انتقال الحرارة بالغليان كثيراً على مادة سطح التسخين، تحت أحوال متطابقة للضغط وفرق درجة الحرارة تكون مختلفاً لمعادن مختلفة (كمثال يكون للنحاس قيمة أعلى من الفولاذ، الزنك والكروم).

تتأثر أيضاً معدلات انتقال الحرارة بحالة سطح التسخين. يُعطى السطح الخشن نقل حرارة أفضل مما إذا كان السطح أملساً أو مطلياً (تضعف النعومة ميل المعدن للترطيب).

يؤثر شكل سطح التسخين أيضاً على نقل الحرارة.

2/ خواص السائل (Liquid Properties):

من التجارب يتم ملاحظة زيادة مقاس الفقاعة باللزوجة الديناميكية للسائل. بزيادة مقاس الفقاعة ينخفض تردد تكوُّن الفقاعة الذي ينتج عنه خفض في إنتقال الحرارة.

إضافياً، فالموصلية الحرارية العالية للسائل تحسِّن معدّل إنتقال الحرارة.

3/ الضغط (Pressure):

يؤثر الضغط على معدّل نمو الفقاعة وأيضاً يؤثر بدوره على فرق درجة الحرارة $(t_s - t_\infty)$ مسبباً سريان حرارة. لسائل في حالة غليان، فإنَّ فيض الحرارة الأقصى المسموح به يزيد أولاً بالضغط حتى يتم الوصول إلى ضغط حرج وينخفض من بعد.

4/ التقليب الميكانيكي (Mechanical Agitation):

أوضحت التجارب أن معدّل إنتقال الحرارة يزيد بزيادة درجة التقليب.

viii/ الإرتباط المتبادل للغليان (Boiling Correlation):

في إنتقال الحرارة بالغليان، تكون القوة القائدة هي درجة الحرارة الزائدة، التي تعطى بالمعادلة:

$$\Delta t_e = t_s - t_{sat} \qquad (2.7)$$

تكون المعادلة الحاكمة لعملية الغليان هي،

$$Q = hA\,\Delta t_e$$

حيث h هي معامل شريحة الغليان.

بما أنه ليس هنالك حلاً تحليلياً متاحاً لإنتقال الحرارة بالغليان نتيجة للسلوك الصعب للمائع، يتم استخدام معادلات أو علاقات تجريبية للحسابات الهندسية، يتم إعطاء بعض منها في العناوين الجانبية التالية:

1/ الغليان الحوضي التنوؤي (Nucleate Pool Boiling):

i/ لغليان حوضي تنوؤي ينصح Rosenhow بالإرتباط التبادلي التالي:

$$q_s = \mu_l . h_{fg}\left[\frac{g(\rho_l - \rho_v)}{\sigma}\right]^{0.5}\left[\frac{C_{PL}.\Delta t_e}{C_{sL}.h_{fg}.pr_l^n}\right]^3 \qquad (2.8)$$

حيث:

q_s = فيض حرارة السطح w/m^2

μ_l = لزوجة السائل kg/ms

h_{fg} = المحتوى الحراري للتبخّر J/kg

ρ_l = كثافة السائل المشبَّع kg/m^3

ρ_v = كثافة البخار المشبَّع kg/m^3

σ = الشد السطحي للسطح البيني سائل – بخَّار N/m

C_{PL} = الحرارة النوعية للسائل المشبَّع J/kgk

Δt_e = درجة الحرارة الزائدة = $(t_s - t_{sat})$

C_{sL} = ثابت المائع السطحي (يتم تحديده من بيانات مختبرية)

n = ثابت أخر يعتمد على السائل والسطح؛ للماء $n = 1$، بينما لسوائل أخرى $n = 1.7$.

قيمة C_{sL} يتم إعطاؤها في الجدول (2.1) أدناه:

جدول (2.1) قيَّم C_{sL} لغليان حوضي

S. No.	Liquid – surface	C_{sL}
1	Water – copper	0.013
2	Water – brass	0.060
3	Water – platinum	0.013
4	Water – ground and polished stainless steel	0.008
5	Water – mechanically polished stainless steel	0.013
6	Benzene – chromium	0.010
7	Ethanol – chromium	0.0027
8	n-pentane – chromium	0.0150
8	n-pentane – copper	0.003
10	Isopropyl alcohol – copper	0.00225

ii/ اقترح Jacob الإرتباط المتبادل التالي للغليان التنوؤي عند ضغط جوي على لوح مستوٍ وبفيض حرارة منخفض.

$$Nu = 0.16(Gr.Pr)^{0.33} \qquad (2.9)$$

iii/ للغليان التنوؤي على لوح مستوي رأسي، يكون الإرتباط المتبادل لـ Jacob بالصورة:

$$Nu = 0.61(Gr.Pr)^{0.25} \qquad (2.10)$$

2/ فيض الحرارة الحرج للغليان الحوضي (Critical Heat Flux for Nucleate Pool Boiling):

على منحنى الغليان يكون فيض الحرارة الحرج نقطة هامة. من المرغوب فيه دائماً تشغيل عملية الغليان قريباً من هذه النقطة. اقترح Zuber في العام 1958م التعبير التالي لمثل هذه الحالة:

$$q_{sc} = 0.18(\rho_v)^{1/2} h_{fg}[g\sigma(\rho_l - \rho_v)]^{1/4} \qquad (2.11)$$

يكون التعبير المعطى مستقلاً عن لزوجة المائع، الموصلية، والحرارة النوعية.

3/ الغليان الحوضي الشريحي (Film Pool Boling):

في الغليان الشريحي المستقر، ينشأ إنتقال الحرارة من كلٍ من الحمل والإشعاع. إقترح Bromley في العام 1950 م الإرتباط المتبادل التالي للغليان الشريحي من السطح الخارجي لأنابيب أفقية:

$$(h)^{4/3} = (h_{conv.})^{4/3} + h_{rad.}(h)^{1/3} \qquad (2.12)$$

المعادلة (2.12) متعبة ومرهقة في حلها بالتالي يمكن كتابتها في حدود خطأ مقداره $\pm 5\%$ كالآتي:

$$h = h_{conv.} + \frac{3}{4} h_{rad} \qquad (2.13)$$

يتم إعطاء المعامل الحملي، $h_{conv.}$ (في غياب الإشعاع) بـ

$$h_{conv.} = 0.62 \left[\frac{k_v^3 \rho_v(\rho_l - \rho_v) g\left(h_{fg} + 0.4 C_{pv} \Delta t_e\right)}{\mu_v \, D \Delta T_e}\right]^{1/4} \qquad (2.14)$$

حيث D هو القطر الخارجي للأنبوب. يتم تقييم خواص البخار في المعادلة عاليه عند درجات حرارة المتوسط الحسابي للسطح والتشبع.

معامل انتقال الحرارة الإشعاعي،

$$h_{rad} = \frac{5.67 \times 10^{-8} \epsilon (T_s^4 - T_{sat}^4)}{(T_s - T_{sat})} \qquad (2.15)$$

حيث ϵ هو إنبعاثية المصمت.

2.5 أمثلة محلولة (Solved Examples):

مثال (1):

سلك بقطر 1.2mm وبطول 200mm يتم غمره أفقياً في ماء عند 7bar . يحمل السلك تياراً مقداره 135A بجهد مسلَّط مقداره 2.18v . إذا تمَّ إعداد سطح السلك عند 200^oc ، أحسب:

i/ فيض الحرارة، و

ii/ معامل انتقال الحرارة بالغليان.

الحل: بمعلومية:

$$I = 135A\,, L = 200mm\,, d = 1.2mm = 0.0012m\,, t_s = 200^o c\,, v = 2.18v$$

i/ فيض الحرارة، q :

يتم إعطاء دخل الطاقة الكهربائية للسلك بـ

$$Q = VI = 2.18 \times 135 = 294.3w$$

مساحة سطح السلك،

$$A = \pi dl = \pi \times 0.0012 \times 0.2 = 7.54 \times 10^{-4} m^2$$

$$\therefore q = \frac{Q}{A} = \frac{294.3}{7.54 \times 10^{-4}} = 0.39 \times 10^6 w/m^2 = 0.39 Mw/m^2$$

ii/ معامل انتقال الحرارة بالغليان، h :

$q = h(t_s - t_{sat})$ و $, t_{sat} = 164.97^o c\,,$ مقابلاً لـ $7bar$

أو $h = \frac{q}{(t_s - t_{sat})} = \frac{0.39 \times 10^6}{(200 - 164.97)} = 11133.3 w/m^{2\,o} c$

مثال (2):

سلك كهربائي بقطر 1.25mm وبطول 250mm يتم وضعه أفقياً ويُغمر في ماء عند الضغط الجوي. للسلك جهد مسلَّط مقداره 18v ويحمل تياراً مقداره 45A . احسب:

i/ فيض الحرارة، و

ii/ درجة الحرارة الزائدة.

يتم إعطاء الإرتباط المتبادل التالي لماء مغلي على سطح مغمور أفقياً:

$$h = 1.58\left[\frac{Q}{A}\right]^{0.75} = 5.62(\Delta t_e)^3\ , w/m^2\ {}^oc$$

الحل: بمعلومية:

$$I = 45A\ , L = 250mm = 0.25m\ , d = 1.25mm = 0.00125m\ , v = 18V$$

i/ فيض الحرارة، q :

دخل الطاقة الكهربائية إلى السلك،

$$Q = VI = 18 \times 45 = 810w$$

مساحة سطح السلك،

$$A_s = \pi dl = \pi \times 0.00125 \times 0.25 = 9.817 \times 10^{-4} m^2$$

$$\therefore q = \frac{Q}{A} = \frac{810}{9.817 \times 10^{-4}} = 0.825 \times 10^6 w/m^2 = 0.825 Mw/m^2$$

ii/ درجة الحرارة الزائدة، Δt_e :

مستخدماً الإرتباط المتبادل،

$$1.58\left[\frac{Q}{A}\right]^{0.75} = 5.62(\Delta t_e)^3$$

أو $$1.58(0.825 \times 10^6)^{0.75} = 5.62(\Delta t_e)^3$$

$$\Delta t_e = \left[\frac{1.58(0.825 \times 10^6)^{0.75}}{5.62}\right]^{0.333} = 19.68^o c$$

مثال (3):

سلك من النيكل بقطر 1mm وبطول 400mm ، يحمل تياراً يتم غمره في حمام ماء يكون مفتوحاً إلى الضغط الجوي. أحسب الجهد عند نقطة الإحتراق إذا كان السلك عند هذه النقطة يحمل تياراً مقداره 190A.

الحل: بمعلومية:

$$I = 190A\,, L = 400mm = 0.4m\,, d = 1mm = 0.001m$$

الخواص الفيزيائية الحرارية للماء عند $100^o c$ هي:

$$\rho_L = (\rho_f) = 958.4 kg/m^3, \rho_v = 0.5955 kg/m^3, h_{fg} = 2257 kj/kg,$$

$$\sigma = 58.9 \times 10^{-3} N/m$$

الجهد عند نقطة الإحتراق، V_b :

عند الإحتراق، i.e. نقاط فيض الحرارة الحرج، يكون الإرتباط المتبادل كالآتي:

$$q_{sc} = 018(\rho_v)^{1/2}\, h_{fg}[g\sigma(\rho_l - \rho_v)]^{1/4}$$

$$= 0.18(0.5955)^{1/2} \times 2257 \times 10^3 [9.81 \times 58.9 \times 10^{-3}(958.4 - 0.5955)]^{1/4}$$

$$= 1.52 \times 10^6 w/m^2 = 1.52 Mw/m^2$$

دخل الطاقة الكهربي للسلك،

$$Q = V_b \times I$$

أو $q = \frac{Q}{A} = \frac{V_b \times I}{A} = q_{sc}$

أو $V_b = \frac{A \times q_{sc}}{I} = \frac{\pi dl \times q_{sc}}{I} = \frac{\pi \times 0.001 \times 0.4 \times (1.52 \times 10^6)}{190}$

أو $V_b = 10.05V$

مثال (4):

يتم غلي ماء بمعدَّل $25kg/h$ في طوة من النحاس الملمَّع (polished copper pan)، بقطر 280mm، عند ضغط جوي. مفترضاً حالات غليان تنوؤي، أحسب درجة الحرارة للسطح الأسفل للطوة.

الحل: بمعلومية:

$$D = 280mm = 0.28m\ ;\ \ m = 25kg/h$$

خواص الماء عند الضغط الجوي هي:

$$C_{PL} = 4220j/kgK;\ \rho_v = 0.5955kg/m^3;\ \rho_L = 958.4kg/m^3; t_{sat} = 100^o c;$$

$$n = 1\ (\text{للماء})$$

$$\mu_L = 279 \times 10^{-6};\ \sigma = 58.9 \times 10^{-3}N/m;\ h_{fg} = 2257kj/kg;\ pr_i = 1.75$$

درجة حرارة السطح السفلي، t_s :

$$\Delta t_e = t_s - t_{sat} \quad \text{درجة الحرارة الزائدة}$$

لغليان تنوؤي مفترض، يتم إعطاء الإرتباط المتبادل التالي:

$$q_s = \mu_l . h_{fg} \left[\frac{g(\rho_l - \rho_v)}{\sigma}\right]^{0.5} \left[\frac{C_{PL}.\Delta t_e}{C_{SL}.h_{fg}.pr_l^n}\right]$$

لطوة النحاس الملمع، $C_{SL} = 0.013$

$$\text{أو} \quad \Delta t_e = \left[\frac{q_s}{\mu_l . h_{fg}}\left\{\frac{\sigma}{g(\rho_l - \rho_v)}\right\}^{0.5}\right]^{0.335} \left[\frac{C_{SL}.h_{fg}.pr_l}{C_{PL}}\right]$$

$$q_s = \text{فيض الحرارة السطحي} = \frac{Q}{A} = \frac{mh_{fg}}{A}$$

حيث m = معدَّل تبخُّر الماء.

$$\text{أو} \quad q_s = \frac{25 \times (2257 \times 10^3)}{3600 \times \left(\frac{\pi}{4} \times 0.28^2\right)} = 254544w/m^2$$

$$\therefore \Delta t_e = \left[\frac{254544}{279\times10^{-6}\times2257\times10^3}\left\{\frac{58.9\times10^{-3}}{9.81(958.4-0.5955)}\right\}^{0.5}\right]^{0.335}$$

$$\times\left[\frac{0.013\times2257\times10^3\times1.75}{4220}\right]$$

$$= [404.23\times0.0025]^{0.333}\times12.16 = 12.2$$

$$i.e.\quad \Delta t_e = t_s - t_{sat} = 12.2$$

أو $t_s = 12.2 + t_{sat} = 12.2 + 100 = 112.2^o c$

مثال (5):

ماء عند ضغط جوي يتم غليه في طوة من النحاس الملمَّع (polished copper pan). يكون قطر الطوّة $350mm$ ويتم الحفاظ عليها عند $115^o c$. أحسب التالي:

i/ قدرة الموقد (burner).

ii/ معدَّل التبخُّر (rate of evaporation).

iii/ فيض الحرارة الحرج لهذه الحالات.

الحل: بمعلومية:

$$t_{sat} = 100^o c,\qquad t_s = 115^o c,\qquad D = 350mm = 0.35m$$

الخواص الفيزيائية الحرارية للماء (من الجدول) عند $100^o c$ هي:

$$\rho_l = \rho_f = 958.4kg/m^3\ ;\ \rho_v = 0.5955kg/m^3\ ;\ C_{PL} = C_{Pf} = 4220j/kgk$$

$$\mu_L = \mu_f = 279\times10^{-6}NS/m^2; pr_l = pr_f = 1.75;\ h_{fg} = 2257kj/kg$$

$$n = 1\ ;\ \sigma = 58.9\times10^{-3}N/m$$

درجة الحرارة الزائدة $\Delta t_e = t_s - t_{sat} = 115 - 100 = 15^o c$

i/ قدرة الموقد لإعداد الغليان: (power of the burner to maintain boiling)

كما في منحنى الغليان، لـ $\Delta t_e = 15^o c$ ، سيحدث غليان حوضي تنوؤي ولهذا يتم استخدام الإرتباط المتبادل التالي:

$$q_s = \mu_l . h_{fg} \left[\frac{g(\rho_l - \rho_v)}{\sigma}\right]^{0.5} \left[\frac{C_{PL} . \Delta t_e}{C_{SL} . h_{fg} . pr_l^n}\right]^3$$

لطوة النحاس الملمعَّة، $C_{SL} = 0.013$

بتعويض القيَّم في المعادلة عاليه، نحصل على

$$q_s = 279 \times 10^{-6} \times (2257 \times 10^3) \left[\frac{9.81(958.4 - 0.5955)}{58.9 \times 10^{-3}}\right]^{0.5}$$

$$\times \left[\frac{4220 \times 15}{0.013 \times 2257 \times 10^3 \times 1.75}\right]^3$$

$$= 629.7 \times 399.4 \times 1.873$$

$$= 471.06 \times 10^3 w/m^2 = 471.06 kw/m^2$$

معدَّل إنتقال الحرارة بالغليان (قدرة الموقد) يتم إعطاؤه بـ

$$Q = 471.06 \times \frac{\pi}{4} \times (0.35)^2 = 45.32 kw$$

ii/ معدَّل التبخُّر، m_w :

تحت أحوال الحالة المستقرة، فإنَّ جميع الحرارة المضافة للطوة ستتسبّب في تبخُّر الماء. عليه

$$Q = m_w \times h_{fg}$$

$$m_w = \frac{Q}{h_{fg}} = \frac{45.32 \times 10^3}{2257 \times 10^3} = 0.02 kg/s = 72 kg/h$$

iii/ فيض الحرارة الحرج، q_{sc} :

$$q_{sc} = 0.18(\rho_v)^{1/2}\, h_{fg}[g\sigma(\rho_l - \rho_v)]^{1/4}$$

$$= 0.18(0.5955)^{1/2} \times 2257 \times 10^3 [9.81 \times 58.9 \times 10^{-3}(958.4 - 0.5955)]^{1/4}$$

$$= 1.52 \times 10^6 w/m^2 = 152 Mw/m^2$$

مثال (6):

عنصر تسخين من معدَّن مجلَّد (مكسو) (metal clad) بقطر $10mm$ وبإنبعاثية 0.92 يتم غمره أفقياً في حمَّام ماء. إذا كانت درجة حرارة سطح المعدن $260^o c$ تحت أحوال (شروط) الغليان المستقِّر، أحسب فقد القدرة لكل وحدة طول للسخان. إفترض أنَّ الماء يكون معرّضاً للضغط الجوي ويكون عند درجة حرارة منتظمة.

الحل: بمعلومية:

$$t_s = 260^o c\,, \qquad \epsilon = 0.92\,, \qquad D = 10mm = 0.01m$$

الخواص الفيزيائية الحرارية للماء عند $100^o c$ من الجدول هي:

$$\rho_l = \rho_f = 958.4 kg/m^3\,;\ h_{fg} = 2257 kj/kg$$

الخواص الفيزيائية الحرارية للبخار عند $260^o c$ من الجدول هي:

$$\rho_v = 4.807 kg/m^3;\ C_{Pv} = 2.56 kj/kgk; k = 0.0331 w/mK$$

$$\mu_v = \mu_g = 14.85 \times 10^{-6} NS/m^2$$

القدرة المبدّدة لكل وحدة طول للسخَّان: (power dissipation per unit length for the heater)

$$\Delta t_e = t_s - t_{sat} = 260 - 100 = 160^o c$$ الحرارة الزائدة

كما في منحنى الغليان، عند $\Delta t_e = 160^o c$ ، يكون هنالك شروط غليان حوضي شرائحي في هذه الحالة، يكون إنتقال الحرارة ناتجاً من كل من الحمل والإشعاع.

معامل إنتقال الحرارة، h (التقريبي) يتم حسابه من المعادلة:

$$h = h_{conv.} + \frac{3}{4} h_{rad}$$

معامل إنتقال الحرارة الحملي،

$$h_{conv.} = 0.62\left[\frac{k_v^3\rho_v(\rho_l-\rho_v)g\left(h_{fg}+0.4C_{pv}\Delta t_e\right)}{\mu_v\ D\ \Delta t_e}\right]^{1/4}$$

$$= 0.62\left[\frac{(0.0331)^3\times 4.807(958.4-4.807)\times 9.81\times(2257\times 10^3+0.4\times 2.56\times 10^3\times 160)}{14.85\times 10^{-6}\times 0.01\times 160}\right]^{1/4}$$

أو $h_{conv.} = 395.84\ w/m^{2\ o}c$

معامل إنتقال الحرارة بالإشعاع،

$$h_{rad} = \frac{5.67\times 10^{-8}\ \epsilon(T_s^4-T_{sat}^4)}{(T_s-T_{sat})}$$

$$= \frac{5.67\times 10^{-8}\times 0.92[(260+273)^4-(100+273)^4]}{[(260+273)-(100+273)]}$$

أو $h_{rad} = 20\ w/m^{2\ o}c$

$$\therefore h = 395.84+20 = 415.84\ w/m^{2\ o}c$$

بالتالي تبديد الحرارة لكل وحدة طول للسخان،

$$= h\times(\pi D\times L)\times(260-100)$$

$$= 415.884\times\pi\times 0.01\times 160 = 2090\ w/m = 2.09kw/m$$

الفصل الثالث

إنتقال الحرارة بالتكثيف

Condensation Heat Transfer

3.1 مناحي عامة (General Aspects):

عملية التكثيف هي معكوس عملية الغليان. يحدث التكثيف متى ما تلامس بخار مشبَّع مع سطح تكون درجة حرارته أقل من درجة حرارة التشبُّع المقابلة لضغط البخار. كلما يتكثف البخار، تتحرر الحرارة الكامنة ويكون هنالك إنتقال للحرارة إلى السطح. يمكن أن يحصل السائل المتكثف على تبريد تحت درجة التكثف بالتلامس مع السطح البارد وهذا يمكن أن يتسبّب آنياً في بخار أكثر يتكثف على السطح المعرّض أو على البخار السائل المتكثف المتكون مسبقاً.

3.2 أشكال التكثُّف (Forms of Condensation):

إعتماداً على حالة السطح البارد، يمكن أن يحدث التكثيف بطريقتين محتملتين: التكثف الشريحي والتكثف بالتنقيط.

1/ التكثف الشريحي (Film Condensation):

إذا كانت المادة المتكثفة تميل لترطيب السطح وبالتالي تكوّن شريحة سائلة، بالتالي فإنَّ عملية التكثيف تُعرف بالتكثيف الشريحي. في هذا الإجراء، يتم نقل الحرارة من البخار إلى الوسيط البارد خلال شريحة من المادة المتكثفة متكوّنة على السطح. ينساب السائل أسفل سطح التبريد تحت فعل التثاقل وتنمو الطبقة بإتصال في سمكها بسبب الأبخرة المتكثِّفة حديثاً. تعطي الشريحة المتصلة مقاومة حرارية وتفحص إنتقال حرارة متقدم (إضافي) بين البخار والسطح.

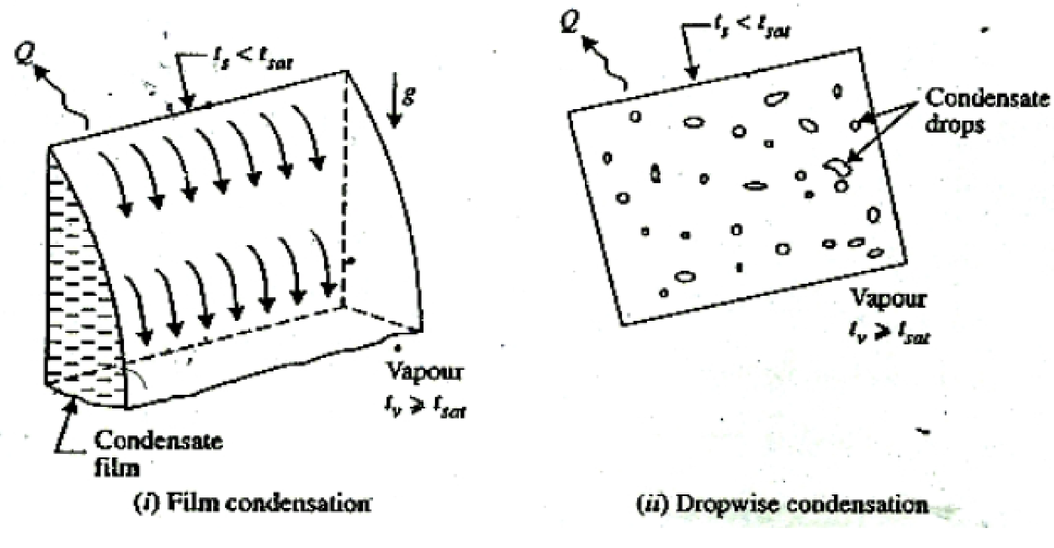
إضافياً، يحدث إنتقال الحرارة من البخار إلى السطح البارد خلال الشريحة المتكونة على السطح. يتم نقل الحرارة من البخار إلى المادة المتكثفة المتكوّنة على السطح بالحمل ويتم نقلها إضافياً من الشريحة المتكثفة إلى سطح التبريد بالتوصيل. هذا الأسلوب المتحد لإنتقال الحرارة بالتوصيل والحمل يخفِّض معدلات إنتقال الحرارة بصورة كبيرة (مقارنة مع التكثيف بالنقط). هذا هو السبب في أنَّ معدلات إنتقال الحرارة بالتكثيف الشريحي

تكون أقلَّ من تلك للتكثف التناقطي.

2/ التكثُّف بالنقط (Drop wise Condensation):

في التكثّف بالنقط يتكثَّف البخار في شكل نقاط صغيرة من السائل بمقاسات متنوعة والتي تهبط اسفل السطح في صورة عشوائية. تتكون النقاط في الشقوق والحفر الموجودة على السطح، تنمو في حجمها، تبعد أو تنفصل عن السطح، تصطدم بنقاط أخرى وفي الحال تسيل خارج السطح بدون تكوين شريحة تحت تأثير التثاقل. الشكل 3.1(ii) يوضّح التكثّف بالنقاط على لوحة رأسية.

في هذا النوع من التكثيف فإنَّ جزءاً كبيراً من مساحة السطح المصمت يتم تعريضها مباشرة لبخار بدون شريحة عازلة للسائل المتكثف، نتيجة لذلك يتم إنجاز معدّل إنتقال حرارة أعلى (إلى مقدار $750kw/m^2$). يُلاحظ حدوث التكثّف بالنقط إما على أسطح ذات لمعان عالٍ أو على أسطح ملوثة بالشوائب مثل الأحماض الدهنية والمركبات العضوية. هذا النوع من التكثيف يُعطي معامل إنتقال حرارة عموماً من 5 إلى 10 أضعاف أكبر من ذلك بالشريحة. بالرغم من أنَّ التكثيف بالتناقط يتم تفضيله على التكثيف بالشريحة إلا أنه من الصعوبة بمكان إنجازه أو إعداده. هذا لأنَّ معظم الأسطح تصبح رطبة بعد تعريضها لأبخرة متكثفة على فترة من الزمن. يمكن الحصول على التكثيف بالتناقط تحت أحوال مسيطر عليها بمساعدة إضافات محسنة للمادة المتكثفة ولأغلفة سطح مختلفة (surface coatings).

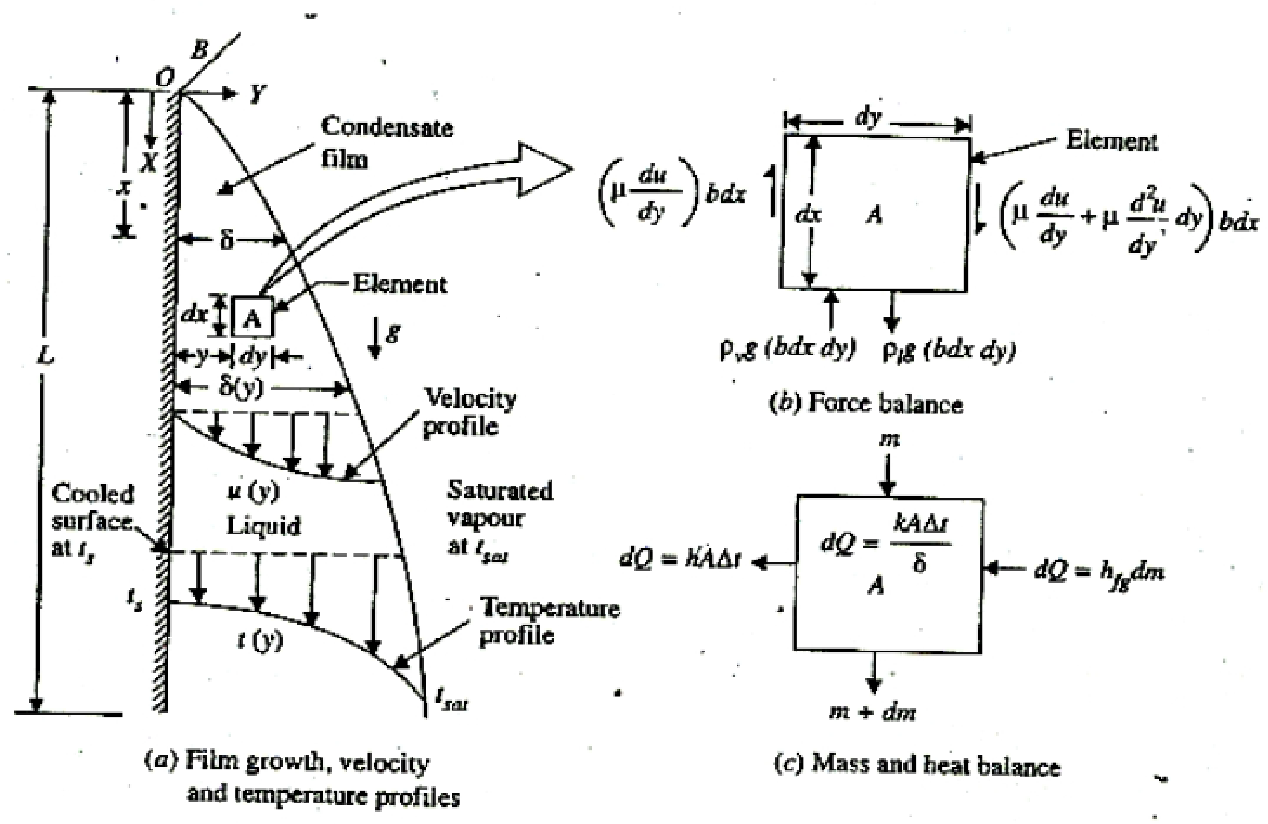


شكل (3.1) التكثيف الشريحي والتكثيف بالتنقيط على سطح رأسي

3.3 تكثيف الشريحة الطباقي على لوحة رأسية:

(Laminar Film Condensation on a Vertical Plate)

يمكن عمل تحليل للتكثف الشريحي على لوحة رأسية على خطوط تم إعدادها بواسطة Nusselt (1916). ما لم تكون سرعة البخار عالية جداً أو شريحة السائل سميكة جداً، فسوف تكون حركة المادة المتكثفة طباقية (laminar). سيكون سمك شريحة المادة المتكثّفة دالة في معدّل تكثف البخار والمعدّل الذي تُزال به المادة المتكثّفة من السطح. سمك الشريحة على سطح رأسي سيزيد تدريجياً من أعلى إلى أسفل كما موضّح في الشكل (3.2).



شكل (3.2) تكثّف شريحي على لوحة مستوية رأسية

تحليل (Nusselt) لتكثّف الشريحة أوجد الإفتراضات المبسّطة التالية:

1. شريحة السائل المتكوِّنة تنساب تحت فعل التثاقل.

2. يكون سريان المادة المتكثّفة طباقياً وخواص المائع ثابتة.

3. تكون شريحة السائل في تلامس حراري جيّد مع سطح التبريد وبالتالي يتم أخذ درجة الحرارة داخل الشريحة مكافئة لدرجة حرارة السطح t_s. إضافياً، تكون درجة الحرارة عند السطح البيني لسائل – بخار مكافئة لدرجة حرارة التشبع t_{sat} عند الضغط السائد.

4. يتم إفتراض أنَّ القص اللزج وقوى التثاقل تعمل على المائع، عليه يتم تجاهل القوة اللزجة المتعامدة وقوى القصور الذاتي.

5. يكون إجهاد القص عند السطح البيني لسائل – بخار صغير بحيث يتم تجاهله. هذا يعني أنه لا يوجد ميل سرعة (velocity gradient) عند السطح البيني لسائل – بخار،

$$\left[i.e., \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{y=\delta} = 0\right]$$

6. يكون إنتقال الحرارة عبر الطبقة المتكثِّفة بتوصيل خالص ويكون توزيع درجة الحرارة خطياً.

7. يكون البخار المتكثِّف نظيف كلياً وحر من الغازات، الهواء والشوائب اللامتكثّفة.

8. يتم إعتبار الإشعاع بين البخار وشريحة السائل؛ المركَّبة الأفقية للسرعة عند أي نقطة في شريحة السائل؛ وتقوّس الشريحة صغيرة جداً بحيث يتم تجاهلها.

إعتبر عملية تكثيف شريحي تحدث على سطح لوحة رأسية مستوية كما موضّح في الشكل (3.2). يتم أيضاً رسم نظام الإحداثيات على الشكل. تكون نقطة الأصل 'o' عند الطرف العلوي للوحة، يقع المحور x بطول السطح الرأسي بالإتجاه الموجب لـ x مقاساً لأسفل ويكون المحور y متعامداً معه. إرتفاع اللوح الرأسي l، العرض b، و δ ترمز لسمك الشريحة على بعد x من الأصل. سمك شريحة السائل الذي يكون صفراً عند الطرف العلوي للوحة يزيد تدريجياً عندما يحدث تكثيف إضافي عند السطح البيني لسائل – بخار ويصل لقيمته القصوى عند الطرف السفلي للوحة.

أجعل، ρ_l = كثافة شريحة السائل.

ρ_v = كثافة البخار.

ρ_{fg} = الحرارة الكامنة للتكثُّف.

k = موصلية شريحة السائل.

μ = اللزوجة المطلقة لشريحة السائل.

t_s = درجة حرارة السطح.

t_{sat} = درجة حرارة تشبع البخار عند الضغط السائد.

(a) توزيع السرعة (Velocity Distribution):

لإيجاد تعبير لتوزيع السرعة u كدالة للبعد y من سطح الجدار، دعنا نعتبر اتزاناً بين قوى التثاقل واللزوجة على حجم ابتدائي (أوَّلي) $(bdx\ dy)$ لشريحة السائل،

$$\text{قوة التثاقل على العنصر} = \rho_l g(bdx\ dy) - \rho_v g(bdx\ dy) \qquad (i)$$

قوة القص اللزج على العنصر،

$$= \mu \frac{du}{dy}(bdx) - \left[\mu \frac{du}{dy} + \mu \frac{d^2u}{dy^2} dy\right](bdx) \qquad (ii)$$

بمساواة المعادلتين (i) و (ii) نحصل على،

$$\rho_l g(bdx\ dy) - \rho_v g(bdx\ dy) = \mu \frac{du}{dy}(bdx) - \left[\mu \frac{du}{dy} + \mu \frac{d^2u}{dy^2} dy\right](bdx)$$

$$\frac{d^2u}{dy^2} = \frac{-(\rho_l - \rho_v)g}{\mu} \qquad (3.1)$$

بالتكامل نحصل على،

$$\frac{du}{dy} = \frac{-(\rho_l - \rho_v)g}{\mu} y + c_1$$

بالتكامل مرة أخرى، نحصل على،

$$\mu = \frac{-(\rho_l - \rho_v)\ (y^2/2)g}{\mu} c_1 y + c_2$$

تكون الشروط الحدودية كما يلي:

عند $u = 0\ ,\ y = 0$

عند $\frac{du}{dy} = 0\ ,\ y = \delta$

باستخدام هذه الشروط الحدودية، نحصل على القيَّم التالية لـ c_1 و c_2 ،

$$c_1 = \frac{(\rho_l - \rho_v) g\delta}{\mu} \quad \text{و} \quad c_2 = 0$$

بتعويض قيَّم c_1 و c_2 نحصل على الشكل الجانبي للسرعة (velocity profile).

$$u = \frac{(\rho_l - \rho_v) g}{\mu}\left[\delta y - \frac{y^2}{2}\right] \qquad (3.2)$$

أو
$$u = \frac{(\rho_l - \rho_v) g.\delta^2}{\mu}\left[\frac{y}{\delta} - \frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta}\right)^2\right] \qquad (3.3)$$

المعادلة (3.3) هي الشكل الجانبي للسرعة المطلوبة.

يتم إعطاء متوسط سرعة السريان u_{mean} للشريحة السائل على بعد y بالمعادلة،

$$u_m = \frac{1}{\delta}\int_0^\delta u\, dy$$

$$= \frac{1}{\delta}\int_0^\delta \frac{(\rho_l - \rho_v) g.\delta^2}{\mu}\left[\frac{y}{\delta} - \frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta}\right)^2\right] dy$$

أو
$$u_m = \frac{(\rho_l - \rho_v) g.\delta^2}{3\mu} \qquad (3.4)$$

(b) معدَّل سريان الكتلة (Mass Flow Rate):

معدَّل سريان الكتلة للمادة المتكثفة خلال أيَّ وضع x للشريحة يتم إعطاؤه بـ:

الكثافة × مساحة السريان × (u_m) متوسط سرعة السريان = معدل سريان الكتلة (m)

أو
$$m = \frac{(\rho_l - \rho_v) g.\delta^2}{3\mu} \times b.\delta \times \rho_l = \frac{\rho_l(\rho_l - \rho_v) g.b.\delta^3}{3\mu} \qquad (3.5)$$

عليه، يكون سريان الكتلة دالة في x ؛ هذا بسبب أنَّ سمك الشريحة δ يكون أساسياً معتمداً على x .

كلما يتواكب السريان من x إلى $(x + \delta x)$ تنمو الشريحة من δ إلى $(\delta + d\delta)$ بسبب المادة المتكثّفة الإضافية. كتلة المادة المتكثّفة المضافة بين x و $(x + \delta x)$ يمكن حسابها بتفاضل المعادلة (3.5) بالنسبة لـ x (أو δ).

$$dm = \frac{d}{dx}\left[\frac{\rho_l(\rho_l - \rho_v)g.b.\delta^3}{3\mu}\right]dx$$

$$= \frac{d}{dx}\left[\frac{\rho_l(\rho_l - \rho_v)g.b.\delta^3}{3\mu}\right]\frac{d\delta}{dx}dx$$

$$dm = \left[\frac{\rho_l(\rho_l - \rho_v)g.b.\delta^2}{\mu}\right]dx \qquad (2.6)$$

(2) فيض الحرارة (Heat Flux):

معدّل سريان الحرارة في الشريحة (dQ) يكافئ معدّل تحرير الطاقة نتيجة للتكثيف عند السطح. هكذا،

$$dQ = h_{fg}.dm = h_{fg}\left[\frac{\rho_l(\rho_l - \rho_v)g.b.\delta^2}{\mu}\right]ds \qquad (3.7)$$

طبقاً لإفتراضنا فإنَّ إنتقال الحرارة عبر طبقة المادة المتكثِّفة يكون بالتوصيل الخالص، بالتالي،

$$dQ = \frac{k(bdx)}{\delta}(t_{sat} - t_s) \qquad (3.8)$$

بتوحيد المعادلتين (3.7) و (3.8)، نحصل على،

$$\frac{h_{fg}\,\rho_l(\rho_l - \rho_v)g.b.\delta^2}{\mu}.ds = \frac{k(bdx)}{\delta}(t_{sat} - t_s)$$

أو
$$\delta^3.ds = \frac{k\,\mu}{\rho_l(\rho_l - \rho_v)gh_{fg}}(t_{sat} - t_s)dx$$

بتكامل المعادلة عاليه نحصل على،

$$\frac{\delta^4}{4} = \frac{k\,\mu}{\rho_l(\rho_l - \rho_v)gh_{fg}}(t_{sat} - t_s)x + c_1$$

بتعويض الشرط الحدودي: $\delta = 0$ عند $x = 0$ ينتج $c_1 = 0$ بالتالي:

$$\delta = \left[\frac{4k\ \mu(t_{sat} - t_s)x}{\rho_l(\rho_l - \rho_v)gh_{fg}}\right]^{\frac{1}{4}} \qquad (3.9)$$

توضَّح المعادلة (3.9) أن سمك شريحة الحرارة تزيد بزيادة الجذر الرابع للبعد أسفل السطح، تكون الزيادة إلى حدٍ ما سريعة عند الطرف العلوي للسطح الرأسي وتُبطيء من بعد.

(d) معامل إنتقال الحرارة الشريحي: (Film Heat Transfer Coefficient)

طبقاً لفرضية (Nusselt) يكون سريان الحرارة من البخار إلى السطح بالتوصيل من خلال شريحة السائل. عليه،

$$dQ = \frac{k(bdx)}{\delta}(t_{sat} - t_s) \qquad (i)$$

أيضاً يمكن التعبير عن سريان الحرارة بـ

$$dQ = h_x(b\ dx)(t_{sat} - t_s) \qquad (ii)$$

حيث h_x هو معامل إنتقال الحرارة الموضعي.

من المعادلات (i) و (ii) نحصل على،

$$\frac{k(bdx)}{\delta}(t_{sat} - t_s) = h_x(b\ dx)(t_{sat} - t_s)$$

أو

$$h_x = \frac{k}{s} \qquad (3.10)$$

توضّح المعادل (3.10) أنه عند نقطة محدّدة على سطح انتقال الحرارة، يكون معامل الشريحة h_x متناسباً طرداً مع الموصلية الحرارية k ومتناسباً عكسياً مع سمك الشريحة δ عند تلك النقطة.

بتعويض قيمة s من المعادلة (3.9)، نحصل على،

$$h_x = \left[\frac{\rho_l(\rho_l - \rho_v)k^3 gh_{fg}}{4\mu\ x(t_{sat} - t_s)}\right]^{\frac{1}{4}} \qquad (3.11)$$

معامل إنتقال الحرارة الموضعي عند الطرف السفلي للوحة، $x = l\ \ i.e.$

$$h_l = \left[\frac{k^3 \rho^2 g h_{fg}}{\mu\ \mu h_l (t_{sat} - t_s)}\right]^{\frac{1}{4}} \qquad (3.12)$$

يُلاحظ أنَّ معدّل التكثيف لإنتقال الحرارة يكون أكبر عند الطرف العلوي للوحة من ذلك عند الطرف السفلي.

يمكن الحصول على القيمة المتوسطة بتكامل القيمة الموضعية للمعامل (المعادلة (3.11)) كما يلي:

$$\bar{h} = \frac{1}{l}\int_0^l h_x\, dx$$

$$= \frac{1}{l}\int_0^l \left[\frac{\rho_l(\rho_l - \rho_v)k^3 g h_{fg}}{4\mu\ x(t_{sat} - t_s)}\right]^{\frac{1}{4}} dx = \frac{1}{l}\int_0^l \left[\frac{\rho_l(\rho_l - \rho_v)k^3 g h_{fg}}{4\mu\ (t_{sat} - t_s)}\right]^{\frac{1}{4}} \int_0^l x^{-\frac{1}{4}} dx$$

$$= \frac{1}{l}\left[\frac{\rho_l(\rho_l - \rho_v)k^3 g h_{fg}}{4\mu\ (t_{sat} - t_s)}\right]^{\frac{1}{4}} \left[\frac{x^{\left(-\frac{1}{4}+1\right)}}{-\frac{1}{4}+1}\right]_0^l$$

أو

$$\bar{h} = \frac{4}{3}\left[\frac{\rho_l(\rho_l - \rho_v)k^3 g h_{fg}}{4\mu\ l(t_{sat} - t_s)}\right]^{\frac{1}{4}} \qquad (3.13)$$

$$\bar{h} = \frac{4}{3}\ h_l = \frac{4}{3} \times \frac{k}{\delta_l}$$

حيث h_l هو معامل إنتقال الحرارة الموضعي عند الحافة السفلى للوح.

هذا يوضّح أنّ معامل إنتقال الحرارة المتوسط يكون مقداره $\frac{4}{3}$ مرة معامل إنتقال الحرارة الموضعي عند لحافة الخلفية للوحة (trailing edge).

يتم عادة كتابة المعادلة (3.13) في الصورة،

$$\bar{h} = 0.943\left[\frac{\rho_l(\rho_l - \rho_v)k^3 g h_{fg}}{\mu\ l(t_{sat} - t_s)}\right]^{\frac{1}{4}} \qquad (3.14)$$

حل (Nusselt) الذي تمَّ إشتقاقه عاليه هو حل تقريبي بما أنَّ النتائج المختبرية أوضحت أنها تنتج نتائج تكون تقريباً حوالي 20% أقلَّ من القيّم المقاسة. إقترح M_c Adams إستخدام قيمة مقدارها 1.13 في محل المعامل 0.943 بالتالي،

$$\bar{h} = 1.13\left[\frac{\rho_l(\rho_l-\rho_v)k^3 g h_{fg}}{\mu\, l(t_{sat}-t_s)}\right]^{\frac{1}{4}} \qquad (3.15)$$

بينما يتم إستخدام المعادلة عاليه يمكن ملاحظة أنَّ جميع خواص السائل يتم تقييمها عند درجة الحرارة $\left[\frac{t_{sat}-t_s}{2}\right]$ ويجب تقييم h_{fg} عند t_{sat}.

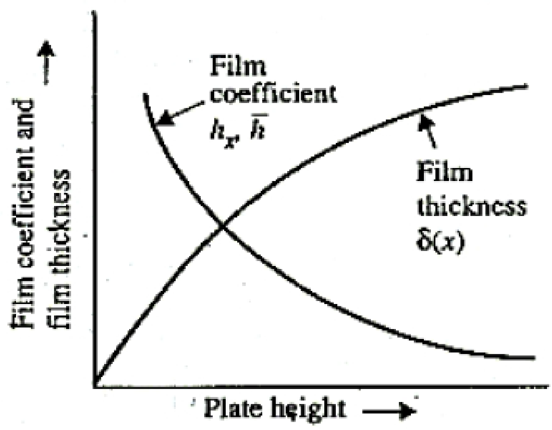
إنتقال الحرارة الكلي إلى السطح،

$$Q = h\, A_s(t_{sat}-t_s) \qquad (3.16)$$

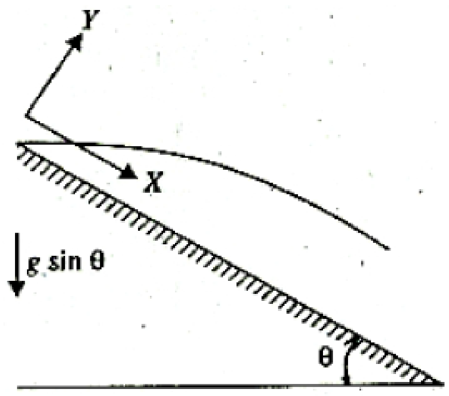
معدّل التكثيف الكلي،

$$m = \frac{Q}{h_{fg}} = \frac{h\, A_s(t_{sat}-t_s)}{h_{fg}} \qquad (3.17)$$

الشكل (3.3) أدناه يوضّح تفاوت سمك الشريحة ومعامل الشريحة مع ارتفاع اللوحة.



شكل (3.3) تفاوت سمك الشريحة ومعامل الشريحة مع إرتفاع اللوحة



شكل (3.4) التكثُّف على سطح مائل

يزيد سمك الشريحة بزيادة ارتفاع اللوحة. ينقص معدّل إنتقال الحرارة بزيادة إرتفاع اللوحة بما أنَّ المقاومة الحرارية تزيد بزيادة سمك الشريحة.

(e) سطح لوحة مستوٍ مائل (Inclined Flat Plate Surface):

لأسطح مستوية مائلة، يتم إحلال التسارع التثاقلي g في المعادلة (3.15) بـ $g\ sin\theta$ حيث θ هي الزاوية بين السطح والأفقي (أرجع للشكل (3.4)). يتم تعديل المعادلة (3.15) كالآتي:

$$h_{inclined} = 1.13\left[\frac{\rho_l(\rho_l-\rho_v)k^3(g\ sin\theta)h_{fg}}{\mu\ l(t_{sat}-t_s)}\right]^{\frac{1}{4}} \qquad (3.18)$$

أو

$$h_{inclined} = h_{vertical}\times(\sin\theta)^{\frac{1}{4}} \qquad (3.19)$$

يتم تطبيق المعادلة (3.19) فقط لحالات تكون فيها θ صغيرة، وهي غير قابلة للتطبيق بالمرة للوحة أفقية.

3.4 تكثيف الشريحة المضطرب (Turbulent Film Condensation):

عندما تكون اللوحة التي يحدث عليها التكثيف طويلة أو عندما تكون شريحة السائل قوية بكفاية، يمكن أن يصبح سريان المادة المتكثفة مضطرباً. ينتج عن الإضطراب معدلات إنتقال حرارة أعلى بما أنَّ الحرارة الآن لا تنتقل فقط بالتكثيف إنما أيضاً بالإنتشار الدوآمي (eddy diffusion). يمكن التعبير عن قانون الإنتقال (transition criterion) بدلالات رقم رينولدز الذي يتم تعريفه بـ :

$$Re = \frac{\rho_l\ u_m\ D_h}{\mu_l}$$

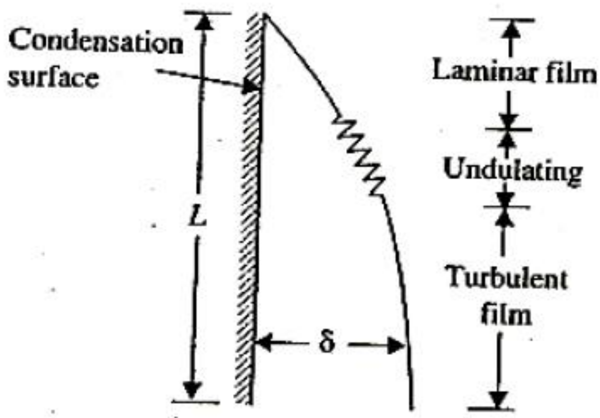
حيث، D_h = القطر الهايدروليكي

$$D_h = 4\times\frac{\text{مساحة المقطع العرضي لسريان السائل}}{\text{المحيط المرطّب}} = \frac{4A}{p}$$

u_m = متوسط سرعة السريان

$$Re = \frac{\rho_l\times\ u_m\times\ 4A_c}{p\ \times\ \mu_l} = \frac{4m}{p\ \mu_l} \qquad (3.20)$$

حيث، $m = \rho A u_m u_m$



شكل (3.5) مناطق التكثّف الشريحي على سطح رأسي

للوحة رأسية بوحدة عمق، $p = 1$ ، يتم التعبير عن رقم رينولدز في بعض الأحيان بدلالات معدّل سريان الكتلة لكل وحدة عمق للوحة τ ، بحيث أنَّ

$$Re = \frac{4\tau}{\mu_e} \qquad (3.21)$$

بـ $\tau = 0$ عند أعلى اللوحة و τ تزيد مع x .

أيضاً يمكن ربط رقم رينولدز بمعامل إنتقال الحرارة كما يلي:

$$Q = \bar{h}\, A_s(t_{sat} - t_s) = \dot{m} h_{fg}$$

$$\dot{m} = \frac{Q}{h_{fg}} = \frac{\bar{h}\, A_s(t_{sat} - t_s)}{h_{fg}}$$

$$Re = \frac{4\bar{h}\, A_s(t_{sat} - t_s)}{h_{fg}\, \rho\, \mu_l} \qquad (3.22)$$

للوحة، $A = L \times B$ و $p = B$ ، حيث L و B هما إرتفاع وعرض اللوحة على الترتيب.

عليه،

$$Re = \frac{4\bar{h}\, L(t_{sat} - t_s)}{h_{fg}\ \mu_l} \qquad (3.23)$$

عندما تزيد قيمة Re عن 1800 (تقريباً)، سيظهر الإضطراب في شريحة السائل.

لـ $Re > 1800$ ، يمكن إستخدام الإرتباط المتبادل التالي:

$$\bar{h} = h_{turb} = 0.0077 \left[\frac{\rho_l(\rho_l - \rho_v)k^3 g}{\mu_l^2}\right]^{\frac{1}{3}} (R_l)^{0.4} \quad (3.24)$$

3.5 تكثيف الشريحة على أنابيب أفقية

:(Film Condensation on Horizontal Tubes)

تحليل Nusselt لتكثيف شريحي طباقي على أنابيب أفقية يقود إلى العلاقات التالية:

$$\bar{h} = 0.725 \left[\frac{\rho_l(\rho_l - \rho_v)k^3 g h_{fg}}{\mu_l\ (t_{sat} - t_s)\ D}\right]^{\frac{1}{4}} \quad (3.25)$$

لأنبوب أفقي مفرد،

$$\bar{h} = 0.725 \left[\frac{\rho_l(\rho_l - \rho_v)k^3 g h_{fg}}{N\ \mu_l\ (t_{sat} - t_s)\ D}\right]^{\frac{1}{4}} \quad (3.26)$$

لأنبوب افقي بعدد N أنبوب موضوعة مباشرة واحدة فوق الأخرى في الإتجاه الرأسي.

حيث، D = القطر الخارجي للأنبوب.

3.6 تكثيف الشريحة من داخل الأنابيب الأفقية

:(Film Condensation Inside Horizontal Tubes)

هنالك تطبيقات هندسية عديدة في تكثيف البخار داخل الأنابيب مثل المكثّفات المستخدمة في التبريد وأنظمة تكييف الهواء والعديد من الصناعات الكيميائية والبتروكيميائية. ما يحدث داخل هذه الأنابيب معقد جداً بما أنَّ معدّل السريان الإجمالي للبخار يؤثر بقوة على معدّل إنتقال الحرارة وأيضاً على معدّل التكثيف على الجدران.

أوصى (Chato) في العام 1962م بإستخدام الإرتباط المتبادل التالي لسرعات منخفضة في داخل أنابيب أفقية (تكثيف مواد التبريد) (Condensation of refrigerants).

$$\bar{h} = 0.555 \left[\frac{\rho_l(\rho_l - \rho_v)k^3 g h'_{fg}}{\mu_l\, D(t_{sat} - t_s)}\right]^{\frac{1}{4}} \quad (3.27)$$

$$\text{حيث} \quad , \quad h'_{fg} = h_{fg} + \frac{3}{8} c_{Pl}(t_{sat} - t_s) \quad (3.28)$$

تقتصر المعادلة (3.28) على رقم رينولدز لبخار منخفض بحيث أنَّ

$$Re_v = \left[\frac{\rho_v \, u_{mv} \, D}{\mu_v}\right] < 3500$$

حيث يتم تقييم Re_v عند حالات الدخول إلى الأنابيب.

3.7 تأثير وجود غازات لا متكثفة (غير قابلة للتكثّف):

(Influence of the Presence of Non-Condensable Gases)

وجود غاز غير متكثّف مثل الهواء في بخار يمكن تكثفه ينتج تأثيراً خطيراً على معامل إنتقال الحرارة. لقد لوحظ أنه حتى في وجود نسبة مئوية حجمية للهواء في بخار فإنَّ معامل إنتقال الحرارة بالتكثيف ينخفض بأكثر من 50%. هذا يرجع لحقيقة أنه عندما يتكثف بخار يحتوي على غاز غير قابل للتكثف، فإنَّ هذا الغاز يُترك عند السطح. أيّ تكثيف إضافي عند السطح سيحدث فقط بعدما ينتشر البخار القادم خلال هذا الغاز الغير قابل للتكثّف الذي يتم تجميعه في محيط السطح (collected in the vicinity of surface). يعمل الغاز غير القابل للتكثّف المجاور للسطح كمقاومة حرارية لعملية التكثيف. ينخفض معدّل التكثيف بصورة كبيرة عندما يتلوّث البخار القابل للتكثف ولو بمقدار صغير جداً من الغازات غير القابلة للتكثف.

بما أن حضور غاز غير قابل للتكثّف في بخار متكثف يكون غير مرغوباً فيه، فإنَّ الممارسة العملية في التصميم يجب أن تشتمل على تنفيس الغاز غير القابل للتكثف بأقصى ما يمكن.

3.8 أمثلة محلولة (Solved Examples):

مثال (1):

ناقش الأنواع المختلفة لعمليات التكثيف للبخار على سطح مصمت.

الحل:

متى ما تلامس بخار مشبّع مع سطح عند درجة حرارة منخفضة يحدث التكثيف.

هنالك أسلوبان للتكثيف:

- التكثيف بالشريحة: حيث يرطّب التكثيف السطح مكوّناً شريحة متصلة تُغطي السطح بأكمله.

- التكثيف بالنقط: حيث يتكثّف البخار في شكل نقاط صغيرة بأحجام متفاوتة تهبط أسفل السطح بصورة عشوائية.

يحدث التكثيف بالشريحة عموماً على أسطح غير ملوّثة. في هذا النوع من التكثيف تنمو الشريحة التي تغطّي السطح بأكمله في السمك كلما تحركت أسفل السطح بالتثاقل. هنا يوجد ميل حراري في الشريحة (thermal gradient) وبالتالي فهي تعمل كمقاومة لإنتقال الحرارة.

في التكثيف النقطي هنالك جزء كبير من مساحة اللوحة يتعرض مباشرة للبخار جاعلاً معدلات إنتقال الحرارة أعلى كثيراً (5 إلى 10 أضعاف) عن تلك في التكثيف الشريحي.

بالرغم من أنه يتم تفضيل التكثيف النقطي على التكثيف الشريحي لكن من الصعوبة بمكان إنجازه أو إعداده. هذا بسبب أنَّ معظم الأسطح تصبح مرطّبة عندما يتم تعريضها لبخار متكثّف لفترة من الزمن. يمكن الحصول على التكثيف النقطي تحت أحوال مسيطر عليها بمساعدة إضافات معينة للمادة المتكثّفة ولتغطيات سطح مختلفة (various surface coating)، ولكن لم يتم إثبات فائدتها التجارية حتى الآن (commercial viability).

لهذا السبب فإنَّ معدلات التكثيف المستخدمة يتم تصميمها على أساس التكثيف الشريحي.

مثال (2):

بخار مشبّع عند $t_{sat} = 90^o c$، $(p = 70.14\ k\ pa)$ يتكثَّف على السطح الخارجي لأنبوب رأسي بطول $1.5m$ وقطر خارجي $2.5m\ (OD)$ يتم إعداده عند درجة حرارة منتظمة $\tau_\infty = 70^o c$. بإفتراض تكثيف شريحي (film condensation) أحسب:

(i) معامل الإنتقال الموضعي عند أسفل الأنبوب، و

(ii) معامل إنتقال الحرارة المتوسط على الطول الكلي للأنبوب.

خواص الماء عند $80^o c$ هي:

$$k_l = 0.668 w/mK\ , \rho_l = 974 kg/m^3\ , h_{fg} = 2309 kj/kg\ , \mu_l = 0.335 \times 10^3 kg/ms$$

$$\rho_v \ll \rho_l$$

الحل:

بمعلومية:

$$L = 1.5m\ , t_{sat} = 90^o c\ (p = 70.14kpa)\ , t_s = 90^o c\ , D = 2.5cm = 0.025m$$

خواص الماء عند $80^o c$ ؛ $\rho_l = 974kg/m^3$ ؛ $\left(t_f = \frac{90+70}{2} = 80^o c\right)$ ؛ $k = 0.668w/mk$ ؛

$$\rho_v \ll \rho_l;\ \mu = 0.335 \times 10^3 kg/ms\ ; h_{fg} = 2309\ kj/kg$$

(i) معامل إنتقال الحرارة الموضعي، h_x :

بالترميز المعتاد، يتم إعطاء معامل إنتقال الحرارة الموضعي لتكثيف الشريحة

$$h_x = \left[\frac{\rho_l(\rho_l - \rho_v)k^3 g h_{fg}}{4\mu x(t_{sat} - t_s)}\right]^{\frac{1}{4}}$$

$\therefore$ معامل إنتقال الحرارة الموضعي عند أسفل الأنبوب، $x = 1.5m$ ، هو

$$h_l(= h_{1.5}) = \left[\frac{(974)^2 \times (0.668)^3 \times 9.81 \times (2309 \times 10^3)}{4 \times 0.335 \times 10^{-3} \times 1.5(90 - 70)}\right]^{\frac{1}{4}}$$

(بما أنَّ $\rho_l \gg \rho_v$)

$$= \left[\frac{6.4053 \times 10^{15}}{40.2}\right]^{\frac{1}{4}} = 3552.9\ w/m^2\,^o c\ \ (Ans.)$$

(ii) معامل إنتقال الحرارة المتوسط ، $\bar{h}$:

$$\bar{h} = \frac{4}{3} h_l = \frac{4}{3} \times 3552.9 = 4737.2\ w/m^2\,^o c\ (Ans.)$$

مثال (3):

بخار مشبَّع عند $120^o c$ يتكثَّف على أنبوب رأسي بقطر خارجي $2cm\ OD$ وبطول $20cm$. يتم إعداد جدار الأنبوب عند درجة حرارة $119^o c$. أحسب معامل إنتقال الحرارة المتوسط وسمك الشريحة المتكثفة عند قاعدة الأنبوب. إفترض أنَّ حل Nusselt يكون صحيحاً. معطى:

$$k_w = 0.686w/mK\ ;\ h_{fg} = 2202.2kj/kg\ ;\ \rho_w = 943kg/m^3\ , p_{sat} = 1.98bar$$

$$\mu = 237.3 \times 10^{-6}\ Ns/m^2$$

الحل:

من حل Nusselt ، نحصل على،

$$\delta = \left[\frac{4t\ \mu(t_{sat} - t_s)x}{\rho_e(\rho_e - \rho_v)gh_{fg}}\right]^{\frac{1}{4}}$$

$$\delta_l = \left[\frac{4 \times 0.686 \times 237.3 \times 10^{-6} \times (120 - 119) \times 0.2}{(943)^2 \times 9.81 \times 2202.2 \times 10^3}\right]^{\frac{1}{4}}$$

بتجاهل ρ_v بالمقارنة مع ρ_l

$$= \left[\frac{0.0001302}{1.92 \times 10^{13}}\right]^{\frac{1}{4}} = 5.1 \times 10^{-5} m\ or\ \ 0.051 mm\ (Ans.)$$

الآن،

$$h_l = \frac{k}{\delta_l} = \frac{0.686}{0.051 \times 10^{-3}} \simeq 13451$$

$\therefore$ معامل إنتقال الحرارة المتوسط،

$$\bar{h} = \frac{4}{3}h_l = \frac{4}{3} \times 13451 = 17934.67\ w/m^2\ K\ (Ans.)$$

مثال (4):

زعنف تبريد رأسي تقريباً كلوح مستوٍ إرتفاعه $40cm$ يتم تعريضه لبخار مشبّع عند ضغط جوي $(t_{sat} = 100^o c, h_{fg} = 2257kj/kg)$. يتم إعداد الزعنف عند درجة حرارة مقدارها $90^o c$. أحسب التالي:

(i) سمك الشريحة عند أسفل الزعنف،

(ii) معامل إنتقال الحرارة الإجمالي،

(iii) معدّل إنتقال الحرارة بعد إشراك تصحيح (M_c Adam).

تكون خواص المائع كالآتي:

$$\rho_l = 965.3kg/m^3\ ,\ \ k_l = 0.68w/m^oc\ ,\ \ \mu_l = 3.153 \times 10^4 Ns/m^2$$

يمكن إستخدام العلاقات التالية:

$$\delta_x = \left[\frac{4k_l\ \mu_l(t_{sat} - t_s)x}{gh_{fg}\rho_l(\rho_l - \rho_v)}\right]^{\frac{1}{4}}$$

$$\bar{h} = \frac{3}{4}\ \frac{k}{\delta_l}$$

الحل:

بمعلومية:

$$h_{fg} = 2257kj/kg\ , t_{sat} = 100^oc\ , L = 60cm = 0.6m\ , \mu_l = 3.153 \times 10^{-4}Ns/m^2$$

$$k_l = 0.68w/m^oc\ , \rho_l = 965.3kg/m^3\ , t_s = 90^oc$$

(i) سمك الشريحة عند الحافة السفلية للزعنف، δ_l :

$$\delta_x = \left[\frac{4k_l\ \mu_l(t_{sat} - t_s)x}{gh_{fg}\rho_l(\rho_l - \rho_v)}\right]^{\frac{1}{4}}$$

أو $$\delta_x = \left[\frac{4k_l\ \mu_l(t_{sat} - t_s)l}{gh_{fg}\rho_l^2}\right]^{\frac{1}{4}}$$

بما أنّ $\rho_v \ll \rho_l$

$$= \left[\frac{4 \times 0.68 \times 3.153 \times 10^{-4}(100 - 90) \times 0.4}{9.81 \times 2257 \times 10^3 \times (965.3)^2}\right]^{\frac{1}{4}} = \left[\frac{34.305 \times 10^{-4}}{2.063 \times 10^{13}}\right]^{\frac{1}{4}}$$

$$= 0.0001136m = 0.1136mm\ \ (Ans.)$$

(ii) معامل إنتقال الحرارة الإجمالي، $\bar{h}$:

$$\bar{h} = \frac{4}{3}\frac{k_l}{\delta_l} = \frac{4}{3} \times \frac{0.68}{0.0001136} = 7981.22\ w/m^{2\ o}\ c \quad (Ans.)$$

(iii) معدّل إنتقال الحرارة بتصحيح (M_c Adam) :

بتصحيح (M_c Adam) ، تكون قيمة $\bar{h}$ أكبر أو أعلى بمقدار 20% . بالتالي يكون معدّل إنتقال الحرارة بعد إشراك تصحيح (M_c Adam) لوحدة عرض هو:

$$Q = 1.2 \times 7981.22\ (0.4 \times 1) \times (100 - 90)$$

$$= 38309.8\ w/m \quad or \quad 38.3098\ kw \text{ per unit width} \qquad (Ans.)$$

مثال (5):

لوحة رأسية بارتفاع $500mm$ ويتم إعدادها عند $30^o c$ يتم تعريضها لبخار مشبّع عند الضغط الجوي. أحسب التالي:

(i) معدّل إنتقال الحرارة، و

(ii) معدّل المادة المتكثفة لكل ساعة لكل متر من عرض اللوحة لتكثيف الشريحة.

خواص شريحة الماء عند متوسط درجة الحرارة هي:

$$\mu = 434 \times 10^{-6} kg/ms\ ;\ \ k = 66.4 \times 10^{-2} w/m^o c\ ;\ \ \rho = 980.3 kg/m^3;$$

$$h_{fg} = 2257 kj/kg$$

إفترض أنَّ كثافة البخار تكون صغيرة مقارنة مع تلك للمادة المتكثفة.

الحل:

بمعلومية:

$$t_s = 30^o c\ ;\quad B = 1m\ ;\quad L = 500mm = 0.5m$$

(i) معدّل إنتقال الحرارة لكل متر عرض، Q :

$$\bar{h} = 0.943 \left[\frac{\rho_l(\rho_l - \rho_v) k^3 g h_{fg}}{\mu\, L(t_{sat} - t_s)}\right]^{\frac{1}{4}}$$

$$= 0.943 \left[\frac{\rho_l^2\ k^3 g\ h_{fg}}{\mu\, L(t_{sat} - t_s)}\right]^{\frac{1}{4}}$$

(بتجاهل ρ_v بما أنّ $\rho_l \gg \rho_v$)

$$\bar{h} = 0.943 \left[\frac{(980.3)^2 \times (66.4 \times 10^{-2})^3 \times 9.81 \times (2257 \times 10^3)}{434 \times 10^{-6} \times 0.5(100-30)}\right]^{\frac{1}{4}}$$ أو

$$= 0.943 \left[\frac{6.229 \times 10^{12}}{0.0152}\right]^{\frac{1}{4}} = 4242.8\ w/m^2\ {}^oc$$

$$Q = \bar{h}\, A(t_{sat} - t_s) = h \times (L \times B)(t_{sat} - t_s)$$

$$= 4242.8 \times (0.5 \times 1)(100-30) = 148498\ w$$

$$= \frac{148498 \times 3600}{1000} = 53459 \times 10^3\ kj/h$$

(ii) معدّل المادة المتكثفة لكل متر عرض، m :

$$m = \frac{Q}{h_{fg}} = \frac{53459 \times 10^3}{2257} = 236.86 kg/h \qquad (Ans.)$$

مثال (6):

لوحة رأسية بارتفاع $350mm$ وبعرض $420mm$ ، عند 40^oc يتم تعريضها لبخار مشبّع عند 1 ضغط جوي. أحسب الآتي:

(i) سمك الشريحة عند أسفل اللوحة،

(ii) السرعة القصوى عند أسفل اللوحة،

(iii) فيض الحرارة الكلي إلى اللوحة.

إفترض أنَّ كثافة البخار تكون صغيرة مقارنة بتلك للمادة المتكثّفة.

الحل:

بمعلومية:

$$L = 350mm = 0.35m\,;\ t_{sat} = 100^oc\,;\ t_s = 40^oc\,; B = 420mm = 0.42m$$

سيتم تقييم الخواص عند درجة حرارة الشريحة ؛ .i.e متوسط t_{sat} و t_s .

$$t_f = \frac{100+40}{2} = 70^o c\ ;$$

إضافياً يتم تقييم h_{fg} عند $100^o c$

الخواص عند $70^o c$ هي:

$$\mu = 0.4 \times 10^{-3} kg/ms;\ k = 0.667 w/m^o c;\ \rho_l = 977.8 kg/m^3; h_{fg} = 2257 kj/kg$$

(i) سمك الشريحة عند أسفل اللوحة، δ :

$$\delta = \left[\frac{4k\ \mu(t_{sat} - t_s)x}{g\rho_l(\rho_l - \rho_v)h_{fg}}\right]^{\frac{1}{4}}$$

$$= \left[\frac{4k\ \mu(t_{sat} - t_s)x}{g\ \rho_l^2\ h_{fg}}\right]^{\frac{1}{4}}$$

بتجاهل ρ_v ، بما أنّ $\rho_l \gg \rho_v$ (معطى)

أو $$\delta = \left[\frac{4 \times 0.667 \times 0.4 \times 10^{-3}(100-40) \times 0.35}{9.81 \times 2257 \times 10^3 \times (977.8)^2}\right]^{\frac{1}{4}} = 1.8 \times 10^{-4} m = 0.18 mm$$

(في هذه الحالة $x = l = 0.35\text{m}\ \because$)

(ii) السرعة القصوى عند أسفل اللوحة، u_{max} :

$$u = \frac{(\rho_l - \rho_v)g}{\mu}\left[\delta_y - \frac{y^2}{2}\right]$$

بتجاهل ρ_v ،

$$= \frac{\rho_l\ g}{\mu}\left[\delta_y - \frac{y^2}{2}\right]$$

عند $y = \delta$ ، $u = u_{max}$ عليه،

$$u_{max} = \frac{\rho_l\ g\delta^2}{2\mu} = \frac{977.8 \times 9.81(1.8 \times 10^{-4})^2}{2 \times 0.4 \times 10^{-3}} = 0.388 m/s\ (Ans.)$$

(iii) فيض الحرارة الكلي إلى اللوحة، Q :

$$\bar{h} = 0.943\left[\frac{\rho_l(\rho_l - \rho_v)k^3 g h_{fg}}{\mu\, L(t_{sat} - t_s)}\right]^{\frac{1}{4}}$$

$$\bar{h} = 0.943\left[\frac{\rho_l^2 k^3 g\, h_{fg}}{\mu\, L(t_{sat} - t_s)}\right]^{\frac{1}{4}}$$

أو $$\bar{h} = 0.943\left[\frac{(977.8)^2 \times 0.667^3 \times 9.81 \times (2257 \times 10^3)}{0.4 \times 10^{-3} \times 0.35(100 - 40)}\right]^{\frac{1}{4}}$$

$$= 0.943\left[\frac{6.282 \times 10^{12}}{8.4 \times\ 10^{-3}}\right]^{\frac{1}{4}} = 4931.35\ w/m\,^{o}c$$

يتم إعطاء فيض الحرارة الكلي بـ ،

$$Q = \bar{h}\, A(t_{sat} - t_s) = \bar{h} \times (L \times B)(t_{sat} - t_s)$$

$$= 4931.35 \times 0.35 \times 0.42 \times (100 - 40)$$

$$= 43494\ w\ \ or\ \ 43.494\ kw \qquad (Ans.)$$

مثال (7):

لوحة راسية مستوية (مسطَّحة) في شكل زعنف إرتفاعها $600mm$ وتكون معرَّضة لبخار عند الضغط الجوي.

إذا تمَّ إعداد سطح اللوحة عند $60^{o}c$ ، أحسب الآتي:

(i) سمك الشريحة عند الحافة الخلفية للشريحة، (trailing edge)

(ii) معامل إنتقال الحرارة الإجمالي ،

(iii) معدَّل إنتقال الحرارة، و

(iv) معدَّل سريان الكتلة للمادة المتكثفة.

إفترض حالات سريان طباقي (laminar flow conditions) ووحدة عرض للوحة.

الحل: بمعلومية:

$$t_s = 100^o c\,; L = 600mm = 0.6m$$

خواص البخار عند الضغط الجوي هي:

$$\rho_v = 0.596kg/m^3\ ;\ h_{fg} = 2257kj/kg\ ;\ t_{sat} = 100^o c$$

خواص البخار المشبّع عند متوسط درجة حرارة الشريحة $(\dot{m}ft)$ ، $t_f = \frac{100+60}{2} = 80^o c$ هي:

$$\mu = 355.3 \times 10^{-6} Ns/m^2\ , k = 67.413 \times 10^{-2} w/m^o c\ , \rho_l = 9718kg/m^3$$

(i) سمك الشريحة عند الحافة الخلفية للوحة، δ (عند $x = L = 0.6m$):

$$\delta = \left[\frac{4k\ \mu(t_{sat} - t_s)x}{\rho_l(\rho_l - \rho_v)gh_{fg}}\right]^{\frac{1}{4}}$$

$$\delta_l = \left[\frac{4 \times 67.413 \times 10^{-2} \times 355.3 \times 10^{-6}(100 - 60) \times 0.6}{971.8(971.8 - 0.596) \times 9.81 \times (2257 \times 10^3)}\right]^{\frac{1}{4}}$$

أو $$\delta_l = \frac{0.02299}{2.08972 \times 10^{13}} = 1.82 \times 10^{-4} m = 0.182mm\ \ (Ans.)$$

(ii) معامل إنتقال الحرارة الإجمالي ، $\bar{h}$:

$$\bar{h} = \frac{4}{3}h_l = \frac{4}{3}\,\frac{k}{\delta_l} = \frac{4}{3} \times \frac{67.413 \times 10^{-2}}{1.82 \times 10^{-4}} = 4938.68\ w/m^{2\ o}c$$

مستخدماً تصحيح (M_c Adam) الذي يزيد بمقدار 20% عن نتيجة (Nusselt)

$$\bar{h} = 4938.68 \times 1.2 = 5926.4\ w/m^{2\ o}c\ \ (Ans.)$$

(iii) معدّل إنتقال الحرارة، Q :

$$Q = \bar{h}\ A_s(t_{sat} - t_s) = h \times (L \times B)(t_{sat} - t_s)$$

$$= 5926.4(0.6 \times 1) \times (100 - 60) = 142233.6w$$

(iv) معدّل سريان الكتلة للمادة المتكثفة، m :

$$m = \frac{Q}{h_{fg}} = \frac{142233.6}{2257 \times 10^3} = 0.063kg/s \text{ or } 226.8\,kg/h \quad (Ans.)$$

دعنا الآن نفحص ما إذا كان السريان طباقياً أم لا.

$$Re = \frac{4m}{\mu\,B} = \frac{4 \times 0.063}{355.3 \times 10^{-6} \times 1} = 709.26 < 1800$$

هذا يوضَّح أن فرضية سريان طباقي صحيحة.

مثال (8):

أنبوب رأسي بقطر خارجي $60mm$ وبطول $1.2m$ يتم تعريضه لبخار عند ضغط جوي. يتم إعداد السطح الخارجي للأنبوب عند درجة حرارة مقدارها $50^o c$ بتدوير ماء بارد خلال الأنبوب. أحسب التالي:

(i) معدّل سريان الحرارة إلى مادة التبريد، و

(ii) معدّل تكثيف البخار (rate of condensation of steam)

الحل: بمعلومية:

$$t_s = 50^o c\,, L = 1.2m\,, D = 60mm = 0.06m$$

بإفتراض أنَّ شريحة التكثيف تكون طباقية (رقائقية) وغياب الغازات الغير قابلة للتكثّف.

متوسط درجة حرارة الشريحة $, mft\,, t_f = \frac{100 + 50}{2} = 75^o c$

الخواص الفيزيائية الحرارية (thermo-physical properties) للماء عند $75^o c$ هي:

$$\rho_l = 975kg/m^3\,, \mu_l = 375 \times 10^{-6} Ns/m^2\,, k = 0.67\,w/m^o c$$

خواص البخار المشبع عند $t_{sat} = 100^o c$ هي:

$$\rho_v = 0.596kg/m^3\,, \qquad h_{fg} = 2257kj/kg$$

(i) معدّل سريان الحرارة، Q :

لتكثيف طباقي (رقائقي) على سطح رأسي.

$$\bar{h} = 1.13\left[\frac{\rho_l(\rho_l-\rho_v)k^3 g h_{fg}}{\mu\, L(t_{sat}-t_s)}\right]^{\frac{1}{4}}$$

أو
$$\bar{h} = 1.13\left[\frac{975(975-0.596)\times(0.67)^3\times 9.81\times(2257\times 10^3)}{375\times 10^{-6}\times 1.2\times(100-50)}\right]^{\frac{1}{4}}$$

$$= 4627.3\ w/m^{2\,o}c$$

$$Q = \bar{h}\, A_s(t_{sat}-t_s) = \bar{h}\times(\pi\, DL)(t_{sat}-t_s)$$

$$= 4627.3\times(\pi\times 0.06\times 1.2)\times(100-50) = 52333.5$$

$$= 52.333\ kw \quad (Ans.)$$

(ii) معدّل تكثيف البخار، m :

يتم إعطاء معدّل التكثيف بـ

$$m = \frac{Q}{h_{fg}} = \frac{52333.5}{2257\times 10^3} = 0.0232 kg/s = \ \ 83.52\ kg/h \quad (Ans.)$$

دعنا نفحص فرضية شريحة تكثيف طباقية بحساب Re ،

$$Re = \frac{4m}{P\,\mu_l} = \frac{4\times 0.0232}{\pi D\times 375\times 10^{-6}} = \frac{4\times 0.0232}{\pi\times 0.06\times 375\times 10^{-6}} = 1312.85$$

بما أنَّ $Re(=1312.85) < 1800$ ، بالتالي يعتبر السريان طباقياً.

مثال (9):

أنبوب أفقي بقطر خارجي $20mm$ يتم تعريضه لبخار جاف (dry steam) عند $100^o c$. يتم إعداد سطح الأنبوب عند $84^o c$ بتدوير ماء خلاله. أحسب معدّل تكوُّن المادة المتكثّفة لكل متر طول من الأنبوب.

الحل: بمعلومية:

$$t_{sat} = 100^o c\ \ , t_s = 84^o c, D = 20mm = 0.02m$$

متوسط درجة حرارة الشريحة ، $mft = \ t_f = \dfrac{100+84}{2} = 92^o c$

خواص السائل المشبّع عند $92^o c$ هي :

$$\rho_l = 963.4 kg/m^3\ , \mu_l = 306 \times 10^{-6} Ns/m^2\ , k = 0.677 w/m^o c$$

خواص البخار المشبّع عند $t_{sat} = 100^o c$ هي:

$$\rho_l = 0.596 kg/m^3\ , \qquad h_{fg} = 2257 kj/kg$$

معدّل تكوّن المادة المتكثّفة لكل متر طول من الأنبوب ، m :

يتم إعطاء معامل إنتقال الحرارة المتوسط بـ :

$$\bar{h} = 0.725 \left[\frac{\rho_l(\rho_l - \rho_v) k^3 g h_{fg}}{\mu_l\ (t_{sat} - t_s)\ D}\right]^{\frac{1}{4}}$$

$$\bar{h} = 0.725 \left[\frac{(963.4)(963.4 - 0.596) \times (0.677)^3 \times 9.81 \times (2257 \times 10^3)}{306 \times 10^{-6} \times 0.02 \times (100 - 84)}\right]^{\frac{1}{4}}$$

$$= 11579.7\ w/m^{2\ o} c$$

يكون معدّل إنتقال الحرارة لكل وحدة طول هو،

$$\frac{Q}{L} = \bar{h} \times \pi D \times (t_{sat} - t_s)$$

$$= 11579.7 \times \pi \times 0.02 \times (100 - 84) = 11641.2 w$$

معدّل تكوّن المادة المتكثّفة لكل متر طول من الأنبوب،

$$\frac{m}{L} = \frac{Q/L}{h_{fg}} = \frac{11641.2}{2257 \times 10^3} = 5.157 \times 10^{-3} kg/s = 18.56 kg/h \quad (Ans.)$$

مثال (10):

مكثّف بخار (steam condenser) يتكوّن من مصفوفة مربعة من عدد 625 أنبوب أفقي، كُل بقطر $6mm$ يتم تركيبه عند غطاء العادم لتوربينة بخار. تكون الأنابيب معرّضة لبخار مشبّع عند ضغط $15k\ pa$. إذا تمَّ إعداد سطح الأنبوب عند $25^o c$ ، أحسب الآتي:

(i) معامل إنتقال الحرارة، و

(ii) المعدّل الذي يتكثّف به البخار لكل وحدة طول من الأنابيب.

إفترض تكثيف شريحي على الأنابيب وغياب الغازات غير القابلة للتكثّف.

الحل: بمعلومية:

$$t_s = 25^o c \quad , \qquad D = 6\text{mm} = 0.006\text{m}$$

بالنسبة لضغط مقداره $15k\ pa$ ، فإنّ الخواص المقابلة للبخار (من الجدول) هي:

$$t_{sat} = 54^o c\ , \rho_v = 0.098 kg/m^3\ , h_{fg} = 2373 kj/kg$$

خواص الماء المشبّع عند درجة حرارة الشريحة $t_f = \frac{54+25}{2} = 39.5^o c$ هي:

$$\rho_l = 992 kg/m^3\ , \mu = 663 \times 10^{-6} Ns/m^2\ , k = 0.631 w/m^o c$$

بما أنّ الأنابيب التي يتم ترتيبها في مصفوفة مربّعة، بالتالي، فإنّ عدد الأنابيب الأفقية في عمود رأسي هي:

$$N = \sqrt{625} = 25$$

(i) معامل إنتقال الحرارة، $\bar{h}$:

معامل إنتقال الحرارة المتوسط لبخار يتكثّف على جانب الأنابيب الأفقية يتم إعطاؤه بـ:

$$\bar{h} = 0.725 \left[\frac{\rho_l(\rho_l - \rho_v) k^3 g h_{fg}}{N\ \mu_l\ (t_{sat} - t_s)\ D}\right]^{\frac{1}{4}}$$

أو $$\bar{h} = 0.725 \left[\frac{992(992 - 0.098) \times (0.631)^3 \times 9.81 \times (2373 \times 10^3)}{25 \times 663 \times 10^{-6} \times 0.006 \times (54 - 25)}\right]^{\frac{1}{4}}$$

$$\therefore\ \bar{h} = 0.725 \left[\frac{5.7548 \times 10^{12}}{2.884 \times 10^{-3}}\right]^{\frac{1}{4}} = 4845.6\ w/m^{2\ o} c$$

(ii) المعدّل الذي يتكثّف عنده البخار لكل وحدة طول ، m :

معدّل التكثيف للأنبوب المفرد للمصفوفة لكل متر طول هو:

$$m_1 = \frac{Q}{h_{fg}} = \frac{\bar{h}\pi D(t_{sat} - t_s)}{h_{fg}}$$

$$= \frac{4845.6 \times \pi \times 0.006(54 - 25)}{2373 \times 10^3} = 1.116 \times 10^{-3} kg/s.m$$

معدّل التكثيف للمصفوفة الكاملة هو

$$m = 625 \times m_1 = 625 \times 1.116 \times 10^{-3} = 0.6975 kg/s.m \;\; (Ans.)$$

مثال (11):

لوحة مربعة بطول ضلع مقداره $750mm$ ، عند درجة حرارة $28^o c$ ويتم تعريضها لبخار عند $8.132kpa$

. أحسب التالي:

(i) سمك الشريحة ، معامل إنتقال الحرارة الموضعي ومتوسط سرعة السريان للمادة المتكثفة عند مسافة مقدارها $400mm$ من أعلى اللوحة.

(ii) معامل إنتقال الحرارة المتوسط وإنتقال الحرارة الكلي من جميع اللوحة،

(iii) معدَّل تكثيف البخار الكلي، و

(iv) معامل إنتقال الحرارة إذا كانت اللوحة مائلة بزاوية مقدارها 25^o مع المستوى الأفقي.

الحل: بمعلومية:

$$x = 400mm = 0.4m, t_s = 28^o c, L = B = 750mm = 0.75m$$

إفترض تكثيف شريحة بسريان طباقي.

خواص البخار المشبّع عند $8.132k\,pa$ (أو $0.08132\ bar$) هي:

$$t_{sat} = 42^o c, \rho_v = 0.0561 kg/m^3, h_{fg} = 240 kj/kg$$

$$\text{متوسط درجة حرارة الشريحة}\ , t_f = \frac{42 + 28}{2} = 35^o c$$

خواص الماء المشبّع عند $35^o c$ هي:

$$\rho_l = 993.95 kg/m^3\ , k = 62.53 \times 10^{-2} w/m^o c, \mu = 728.15 \times 10^{-6} kg/ms$$

(i) $u_m\ , h_x\ , \delta_x$ عند مسافة $400mm$ من أعلى اللوحة:

سمك الشريحة عند بعد x من الحافة العلوية للوحة يتم إعطاؤه بـ:

$$\delta = \left[\frac{4k\ \mu(t_{sat} - t_s)x}{\rho_l(\rho_l - \rho_v)gh_{fg}}\right]^{\frac{1}{4}}$$

أو $\delta = \left[\frac{4 \times 62.53 \times 10^{-2} \times 728.15 \times 10^{-6}(42 - 28) \times x}{993.95(993.95 - 0.0561) \times 9.81 \times (2402 \times 10^3)}\right]^{\frac{1}{4}} = 1.819 \times 10^{-4}(x)^{1/4}$

عند $x = 0.4m$ ،

$$\delta_x = 1.819 \times 10^{-4} \times (0.4)^{1/4} \simeq 1.45 \times 10^{-4}m \simeq 0.145mm\ \ (Ans.)$$

عند $x = l = 0.75m$ ،

$$\delta_l = 1.819 \times 10^{-4} \times (0.75)^{1/4} \simeq 1.69 \times 10^{-4}m \simeq 0.169mm\ \ (Ans.)$$

معامل إنتقال الحرارة الموضعي،

$$h_x = \frac{k}{\delta_x} = \frac{62.53 \times 10^{-2}}{1.45 \times 10^{-4}} = 4312.41w/m^{2\ o}c$$

سرعة السريان المتوسطة للمادة المتكثفة ،

$$u_m = \frac{(\rho_l - \rho_v)g.\delta^2}{3\ \mu}$$

$$u_m = \left[\frac{(993.95 - 0.0561) \times 9.81 \times (1.45 \times 10^{-4})^2}{3 \times 728.15 \times 10^{-6}}\right] =$$

(ii) معامل إنتقال الحرارة المتوسط ، $(\bar{h})$:

$$\bar{h} = \frac{4}{3}.\frac{k}{\delta_l} = \frac{4}{3} \times \frac{62.53 \times 10^{-2}}{1.69 \times 10^{-4}} = 4933.33w/m^{2\ o}c$$

(حيث δ_l = سمك الشريحة عند أسفل اللوحة).

باستخدام تصحيح $(M_c\ Adam)$ ،

$$\bar{h} = 1.2 \times 4933.33 = 5920\ w/m^{2\ o}c$$

إنتقال الحرارة الكلي من جميع اللوحة ، Q :

$$Q = \bar{h}\, A_s(t_{sat} - t_s) = \bar{h} \times (\, L \times B)(t_{sat} - t_s)$$

$$= 5920 \times (0.75 \times 0.75) \times (42 - 28) = 46620\, w \quad (Ans.)$$

(iii) معدّل تكثيف البخار الكلي، m :

$$m = \frac{Q}{h_{fg}}$$

أو $$m = \frac{46620}{2402 \times 10^3} = 0.0194 kg/s \;\; \text{or} \;\; 69.87 kg/h \;\; (Ans.)$$

(iv) معامل إنتقال الحرارة إذا كانت اللوحة مائلة بزاوية مقدارها 25^o مع المستوى الأفقي، $h_{inclined}$:

$$h_{inclined} = h_{vertical} \times (\sin\theta)^{1/4}$$

$$= 5920 \times (\sin 25)^{1/4} = 4773.2\, w/m^2\, {}^oc \;\; (Ans.)$$

هنا نفحص نوع السريان،

$$Re = \frac{4m}{\mu\, B} = \frac{4 \times 0.0194}{728.15 \times 10^{-6} \times 0.75} = 142 < 1800$$

بالتالي يكون الإفتراض صحيحاً.

مثال (12):

لوحة رأسية بارتفاع $3.2m$ يتم إعدادها عند $54^o c$ ويتم تعريضها إلى بخار عند ضغط جوي. أحسب معدّل إنتقال الحرارة لكل وحدة عرض.

الحل: بمعلومية:

$$t_{sat} = 100^o c\;, \qquad t_s = 54^o c, \qquad B = 1m\,, \qquad L = 3.2m$$

معدّل إنتقال الحرارة لكل وحدة عرض:

لكي يتم تحديد ما إذا كانت شريحة المادة المتكثفة رقائقية أم مضطربة يجب فحص رقم رينولدز.

متوسط درجة حرارة الشريحة $, t_f = \frac{100 + 54}{2} = 77^o c$

خواص المادة المتكثّفة عند $77^o c$ هي:

$$\mu_l = 365 \times 10^{-6} Ns/m^2 \,, \qquad k = 668 \times 10^{-3}\ w/m^o c$$

$$\rho_l = \frac{1}{1.027 \times 10^{-3}} = 973.7 kg/m^3$$

خواص البخار المشبع عند $t_{sat} = 100^o c$ هي:

$$\rho_v = 0.596 kg/m^3 \ \ , \qquad h_{fg} = 2257 kj/kg$$

بافتراض أنَّ السريان يكون مضطرباً تكون المعادلات المرتبطة كالآتي:

$$Re = \frac{4\bar{h}\, L(t_{sat} - t_s)}{h_{fg}.\mu_l}$$

$$\bar{h} = 0.0077 \left[\frac{\rho_l(\rho_l - \rho_v)k^2 g}{\mu\, L(t_{sat} - t_s)}\right]^{\frac{1}{3}} (Re)^{0.4}$$

بتفادي $\bar{h}$ من هذه المعادلات، نحصل على الشرط الذي سيجعل السريان مضطرباً، إذا كان،

$$0.00296 \left[\frac{\rho_l(\rho_l - \rho_v)k^3 g(t_{sat} - t_s)^3 l^3}{\mu_l^5 \left(h_{fg}\right)^3}\right]^{\frac{5}{9}} > 1800$$

$$0.00296 \left[\frac{973.7(973.7 - 0.596)(668 \times 10^{-3})^3 \times 9.81 \times (100 - 54)^3 \times (3.2)^3}{(365 \times 10^{-6})^5\ (2257 \times 10^3)^3}\right]^{\frac{5}{9}}$$

أو $$0.00296 \left[\frac{8.837 \times 10^{12}}{74.48}\right]^{5/9} = 4144.8 > 1800$$

عليه تكون الشريحة مضطربة كما تم إفتراضها و $Re = 4144..8$

$$\therefore \bar{h} = 0.007 \left[\frac{973.7(973.7 - 0.596)(668 \times 10^{-3})^3 \times 9.81}{(365 \times 10^{-6})^2}\right]^{\frac{1}{3}} \times (4144.8)^{0.4}$$

$$= 0.0077 \times (2.0797 \times 10^{13})^{1/3} \times 27.99 = 5866.62 w/m^2\ {}^o c$$

معدّل إنتقال الحرارة لكل وحدة عرض،

$$Q = \bar{h}\, A_s(t_{sat} - t_s)$$

$$= 5866.62 \times (3.2 \times 1)(100 - 54) = 863566 w/m = 863.566 kw/m \quad (Ans.)$$

مثال (13):

يتم تصميم مكثّف لتكييف $1800 kg/h$ من البخار الجاف والمشبّع عند ضغط $10 kpa$. يتم إستخدام مصفوفة مربعة من عدد 400 أنبوبة كُلٍ بقطر $8 mm$. إذا تمَّ إعداد درجة حرارة سطح الأنبوب عند $24^o c$ ، أحسب الآتي:

(i) معامل إنتقال الحرارة، و

(ii) طول كل أنبوب مستخدماً ممراً مفرداً.

الحل: بمعلومية:

$$t_s = 24^o c, \qquad B = 8mm = 0.008m\,, \qquad m = 1800 kg/h$$

(i) معامل إنتقال الحرارة، $\bar{h}$:

بالنسبة لـ $10 kpa\ (0.1 bar)$ ، من الجدول، خواص البخار الجاف والمشبّع هي:

$$t_{sat} = 45.8^o c\,, \rho_v = \left(\frac{1}{v_g}\right) = 0.0676 kg/m^3\,, h_{fg} = 2393 kj/kg$$

خواص البخار المشبّع عند متوسط درجة حرارة الشريحة $t_f = \frac{45.8+24}{2} = 35^o c$ هي:

$$\rho_l = 993.95 kg/m^3\,, \mu = 728.15 \times 10^{-6} Ns/ms\,, k = 62.53 \times 10^{-2} w/m^o c$$

بما أنَّ الأنابيب التي يتم ترتيبها في مصفوفة، عليه يكون عدد الأنابيب الأفقية في العمود الرأسي هو:

$$N = \sqrt{400} = 20$$

معامل إنتقال الحرارة المتوسط لبخار يتكثّف على جانب أنابيب أفقية يتم إعطاؤه بـ:

$$\bar{h} = 0.725 \left[\frac{\rho_l(\rho_l - \rho_v) k^3 g h_{fg}}{N\, \mu_l\, (t_{sat} - t_s)\, D}\right]^{\frac{1}{4}}$$

$$\text{أو} \quad \bar{h} = 0.725\left[\frac{993.95(993.95-0.0676)\times(62.53\times10^{-2})^3\times9.81\times(2373\times10^3)}{20\times72.8.15\times10^{-6}\times(45.8-24)\times0.008}\right]^{\frac{1}{4}}$$

$$\therefore\ \bar{h} = 0.725\left[\frac{5.67\times10^{12}}{0.00254}\right]^{\frac{1}{4}} = 4983.39\ w/m^{2\,o}c \quad (Ans.)$$

(ii) طول كل أنبوب بإفتراض ممراً مفرداً، L :

معدّل إنتقال الحرارة،

$$Q = \bar{h}\,A_s(t_{sat}-t_s)$$

$$\text{أو} \quad mh_{fg} = \bar{h}(400\times\pi DL)(t_{sat}-t_s)$$

$$\frac{1800}{3600}\times(2393\times10^3) = 4983.39\times(400\times\pi\times0.008\times L)(45.8-24)$$

1196500=1092147.3L

$$L = \frac{1196500}{1092147.3} = 1.09m \quad (ans.)$$

مثال (14):

السطح الخارجي لدارة (طارة) اسطوانية بقطر $350mm$ يتم تعريضه لبخار مشبّع عند $2.0bar$ للتكثيف. إذا تمَّ إعداد درجة حرارة سطح الطارة عند 80^oc ، أحسب التالي:

(i) طول الطارة،

(ii) سمك الطبقة المتكثفة لتكثيف $70kg/h$ من البخار.

الحل: بمعلومية:

$$t_s = 80^oc, \qquad m = 70kg/h\,, \qquad D = 350mm = 0.35m$$

بإفتراض تكثيف شريحي وسريان طباقي:

مقابلاً لـ 2.0 bar من الجدول، خواص البخار المشبَّع هي:

$$t_{sat} = 120.2^o c \, , \rho_v = \frac{1}{v_g} = \frac{1}{0.885} = 1.13 kg/m^3 \, , h_{fg} = 2201.6 kj/kg$$

خواص الماء المشبّع عند متوسط درجة حرارة الشريحة، هي:

$$t_f = \frac{120.2 + 80}{2} \simeq 100^o c$$

$$\rho_l = 956.4 kg/m^3 \, , \mu = 283 \times 10^{-6} kg/ms \, , k = 68.23 \times 10^{-2} w/m^o c$$

(i) طول الطارة،

يتم إعطاء الشريحة عند الحافة السفلية للطارة بـ

$$\delta = \left[\frac{4k \, \mu(t_{sat} - t_s)x}{\rho_l(\rho_l - \rho_v)gh_{fg}}\right]^{\frac{1}{4}}$$

أو $$\delta_l = \left[\frac{4 \times 68.23 \times 10^{-2} \times 283 \times 10^{-6}(120.2 - 80) \times L}{958.4(958.4 - 1.13) \times 9.81 \times (2201.6 \times 10^3)}\right]^{\frac{1}{4}}$$

$$= \left[\frac{0.031 \, L}{1.9815 \times 10^3}\right]^{\frac{1}{4}} = 1.988 \times 10^{-4} \times (L)^{\frac{1}{4}}$$

يتم إعطاء معامل إنتقال الحرارة المتوسط بـ :

$$\bar{h} = \frac{4}{3} \times \frac{k}{\delta_l} = \frac{4}{3} \times \frac{68.23 \times 10^{-2}}{1.988 \times 10^{-4} \times (L)^{\frac{1}{4}}} = 3432.09 \times (L)^{\frac{-1}{4}}$$

باستخدام استنباط (M_c Adam) نحصل على،

$$\bar{h} = 1.2 \times 3432.09 \times (L)^{\frac{-1}{4}} = 4118.5 \times (L)^{-1/4}$$

يتم إعطاء معدّل إنتقال الحرارة بـ

$$Q = \bar{h} \, A_s(t_{sat} - t_s) = m \, h_{fg}$$

أو $$4118.5 \times (L)^{-\frac{1}{4}}(\pi \times 0.35 \times L)(120.2 - 80) = \frac{70}{3600} \times (2201.6 \times 10^3)$$

أو $182046.8(L)^{\frac{4}{3}} = 428088.88$

أو $L = \left[\frac{42808.88}{182046.8}\right]^{\frac{4}{3}} = 0.1452m = 145.2mm \ \ (Ans.)$

(ii) سمك الطبقة المتكثفة، δ :

$$\delta = 1.988 \times 10^{-4} \times (L)^{\frac{1}{4}}$$

$$= 1.988 \times 10^{-4} \times (0.1452)^{\frac{1}{4}} = 1.227 \times 10^{-4} m$$

$$= 0.1227mm \qquad (Ans.)$$

دعنا نفحص ما إذا كان السريان طباقياً أم لا.

$$Re = \frac{4\,m}{\mu\,d} = \frac{4 \times (70/3600)}{2.83 \times 10^{-6} \times (\pi \times 0.35)} = 249.9$$

بما أنَ $Re(= 249.9)$ والتي هي أقل من 1800 بالتالي فإنَّ الفرضية صحيحة.

3.9 ملخص نظري (Theoretical Summary):

(1) الغليان هو عملية إنتقال حرارة حملي يتضمن تغيُّراً في الطور من سائل إلى بخار.

(2) ظاهرة إنتقال الحرارة بالغليان يمكن أن تحدث بالصوّر التالية:

(i) غليان حوضي (pool boiling).

(ii) غليان بالحمل القسري (forced convection boiling).

(iii) غليان بتبريد تحت درجة التكثف أو غليان موضعي (sub – cooled or local boiling).

(iv) غليان مشبَّع (saturated boiling).

(3) أنظمة الغليان الثلاثة هي:

(i) تبخّر السطح البيني.

(ii) الغليان التنوؤي.

(iii) الغليان الشريحي.

(4) عملية التكثيف هي معكوس عملية الغليان. يمكن أن يحدث التكثف بأسلوبين محتملين:

(i) تكثيف شريحي (film condensation).

(ii) تكثيف نقطي (drop wise condensation).

إذا كانت المادة المتكثفة تميل لترطيب السطح وبالتالي تكوِّن شريحة سائلة، يعرف التكثيف بالتكثيف الشريحي.

في التكثيف النقطي يتكثّف البخار في شكل نقيطات سائل صغيرة بأحجام مختلفة تهبط أسفل السطح بأسلوب عشوائي.

3.10 ملخص الصيغ الرياضية (Summary Formulate):

A. الغليان (Boiling):

$$\rho_v - \rho_l = \frac{2\sigma}{r} \qquad (1)$$

$$T_v - T_{sat} = \frac{2\sigma}{r}\left[\frac{R}{P}\cdot\frac{T_{sat}^2}{h_{fg}}\right] \qquad (2)$$

$$d_c = C.\beta\left[\frac{\sigma_{lv}}{\sigma_{ls}}\right]\sqrt{\frac{\sigma_{lv}}{g(\rho_l - \rho_v)}} \qquad (3)$$

$$q_s = \mu_l . h_{fg}\left[\frac{g(\rho_l - \rho_v)}{\sigma}\right]^{0.5}\left[\frac{C_{pl}\Delta t_e}{C_{sl}.h_{fg}\,Pr_l^n}\right]^3 \qquad (4)$$

$$N_u = 0.16\,(Gr.pr)^{0.33} \qquad (5)$$

لغليان تنووءي عند ضغط جوي على لوحة مستوية بفيض حرارة منخفض.

$$Nu = 0.61(Gr.pr)^{0.25} \qquad (6)$$

لغليان تنووءي على لوحة مستوية رأسية.

$$q_{sa} = 0.18(\rho_v)^{1/2} h_{fg}[g\sigma(\rho_l - \rho_v)]^{1/4} \qquad (7)$$

فيض الحرارة الحرج للغليان الحوضي التنووءي.

$$(h)^{4/3} = (h_{conv.})^{4/3} + h_{rad} \cdot (h)^{1/3} \qquad (8)$$

في حدود خطأ مقداره $\pm 0.5\%$ $\quad h = h_{conv.} + \frac{3}{4}\, h_{rad}$

$$h_{conv.} = 0.62 \left[\frac{k_v^3 - \rho_v(\rho_l - \rho_v)g\left(h_{fg} + 0.4C_{pv}\,\Delta t_c\right)}{\mu_v\, D\Delta t_c}\right]^{1/4}$$

$$h_{rad} = \left[\frac{5.67 \times 10^{-8}\epsilon(T_s^4 - T_{sat}^4)}{(T_s - T_{sat})}\right]$$

B. التكثيف (Condensation):

/1 $$u = \frac{(\rho_l - \rho_v)g}{\mu}\left[\delta y - \frac{y^2}{2}\right]$$

/2 $$u_m = \frac{\rho_l(\rho_l - \rho_v)g \cdot \delta^2}{3\,\mu}$$

/3 $$m = \frac{\rho_l(\rho_l - \rho_v)g\; b\; \delta^3}{3\,\mu}$$

/4 $$\delta = \left[\frac{4k\,\mu(t_{sat} - t_s)x}{\rho_l(\rho_l - \rho_v)gh_{fg}}\right]^{\frac{1}{4}}$$

/5 $$h_x = \frac{k}{\delta}$$

/6 $$h_x = \left[\frac{\rho_l(\rho_l - \rho_v)k^3 gh_{fg}}{4\mu x(t_{sat} - t_s)}\right]^{\frac{1}{4}}$$

/7 $$\bar{h} = \frac{4}{3}\, h_l$$

/8 $$\bar{h} = 1.13\left[\frac{\rho_l(\rho_l - \rho_v)k^3 gh_{fg}}{\mu\, L(t_{sat} - t_s)}\right]^{\frac{1}{4}}$$

/9 $$m = \frac{Q}{h_{fg}}$$

/10 $$h_{inclined} = (h)_{vertical} \times (\sin\theta)^{1/4}$$

/11 $$h_{turb.} = (\bar{h}) = 0.0077 \left[\frac{\rho_l(\rho_l - \rho_v)k^3 g}{\mu^2}\right]^{1/3} (Re)^{0.4}$$ لـ $Re > 1800$

/12 $$\bar{h} = 0.725 \left[\frac{\rho_l(\rho_l - \rho_v)k^3 g h_{fg}}{\mu_l\,(t_{sat} - t_s)D}\right]^{\frac{1}{4}}$$ لأنبوب أفقي مفرد

/13 $$\bar{h} = 0.725 \left[\frac{\rho_l(\rho_l - \rho_v)k^3 g h_{fg}}{N\,\mu_l\,(t_{sat} - t_s)D}\right]^{\frac{1}{4}}$$ لجانب أنبوب أفقي

بعدد N أنبوب موضوعة مباشرة فوق بعضها البعض في الإتجاه الرأسي.

حيث D = القطر الخارجي للأنبوب.

/14 $$\bar{h} = 0.555 \left[\frac{\rho_l(\rho_l - \rho_v)k^3 h'_{fg}}{\mu\,D(t_{sat} - t_s)}\right]^{\frac{1}{4}}$$

حيث،

$$h'_{fg} = h_{fg} + \frac{5}{\delta}\,C_{pl}\,(t_{sat} - t_s)$$

3.11 أسئلة نظرية (Theoretical Questions)

1/ عرّف مصطلح الغليان.

2/ عدِّد تطبيقات إنتقال الحرارة بالغليان.

3/ أشرح باختصار الآلية الفيزيائية للغليان.

4/ فاضل بين الغليان الحوضي والغليان بالحمل القسري.

5/ أشرح بإختصار الأنظمة المختلفة للغليان الحوضي المشبع.

6/ ما هي نقطة الإحتراق؟ (burnout point)

7/ أشرح بإختصار آلية التكثيف.

8/ فاضل بين آلية التكثيف الشريحي والنقطي.

9/ إشتق نظرية Nusselt للتكثيف الشريحي في السريان الطباقي على لوحة رأسية.

10/ إشتق العلاقة التالية لتكثيف شريحي طباقي على لوحة رأسية:

$$\delta = \left[\frac{4k\ \mu(t_{sat} - t_s)x}{g\ \rho_l(\rho_l - \rho_v)h_{fg}}\right]^{\frac{1}{4}}$$

3.12 مسائل غير محلولة في إنتقال الحرارة بالغليان:

(Unsolved Problems in Heat Transfer by Boiling)

1/ ماء عند ضغط جوي يتم غليانه في طوة من النحاس المصقول أو اللامع. قطر الطوة $300mm$ ويتم المحافظة عليها عند درجة $111^o c$. أحسب الآتي:

(i) قدرة الموقد للحفاظ على الغليان.

(ii) معدّل التبخر بالـ kg/h .

خذ مواصفات الماء عند $100^o c$ كما يلي:

$$\rho_l = 958kg/m^3\ , \rho_v = 0.597kg/m^3\ , \mu_f = 278 \times 10^{-6}kg/ms\ ,$$

$$\sigma = 58.9 \times 10^{-3}N/m, pr = 1.723\ , h_{fg} = 2257kj/kg\ , c_{pf} = 4216j/kgK$$

$Ans. [(i)13.664\ kw\ , (ii)21.8\ kg/h]$

2/ سلك بقطر $1mm$ وبطول $150mm$ يتم غمره أفقياً في ماء عند ضغط $7bar$. يحمل السلك تياراً مقداره $131.5A$ بجهد مسلّط مقداره $2.15V$. إذا تمت المحافظة على سطح السلك عند درجة حرارة مقدارها $180^o c$ ، أحسب الآتي:

(i) فيض الحرارة.

(ii) معامل إنتقال الحرارة بالغليان.

$Ans. [(i)0.6Mw/m^2\ , (ii)39920\ w/m^2\ {}^o c]$

3/ سلك كهربي بقطر $1.5mm$ وبطول $200mm$ يُوضع أفقياً ويُغمر في ماء عند الضغط الجوي. للسلك جهد مسلطٌ مقداره $16V$ ويحمل تياراً مقداره 40 أمبير. أحسب الآتي:

(i) فيض الحرارة ، و (ii) الزيادة في درجة الحرارة

$Ans. [(i) 0.679 Mw/m^2 \text{ , } (ii) 18.52^o c]$

4/ سلك من النيكل بقطر 1.5mm وبطول 500mm ، يحمل تياراً، يتم غمره في حمام ماء مفتوح إلى الضغط الجوي. أحسب الجهد عند نقطة الحريق إذا كان السلك عند هذه النقطة يحمل تياراً مقداره 100A .

$Ans. [17.9V \ (approximately)]$

5/ عنصر تسخين مجلَّد بمعدن بقطر $8mm$ وبإنبعاثية 0.95 . يتم غمر العنصر أفقياً في حمام ماء. درجة حرارة سطح المعدن تحت شروط غليان الحالة المستقرة. أحسب القدرة المبدَّدة لكل وحدة طول للسخان إذا تمَّ تعريض الماء إلى ضغط جوي ودرجة حرارة منتظمة.

$Ans. [1.75 \ kw/m \ ]$

3.13 مسائل غير محلولة في إنتقال الحرارة بالتكثيف:

(Unsolved Problems in Heat Transfer by Condensation)

1/ لوح رأسي بإرتفاع $450mm$ ويتم المحافظة عليه عند درجة حرارة $30^o c$ يتم تعريضه لبخار مشبّع عند الضغط الجوي. أحسب الآتي: (i) معدَّل إنتقال الحرارة، و (ii) معدّل التكثيف لكل ساعة لكل متر من عرض اللوح بالتكثف الشريحي.

خواص شريحة الماء عند متوسط درجة الحرارة هي:

$$h_{fg} = 2256.9kj/kg, \mu = 434 \times 10^{-6} kg/ms, k = 66.4 \times 10^{-3} w/m^o c,$$

$$\rho = 980.3 kg/m^3$$

$Ans. [439.9 \times 10^3 kj/h, 218.8 kg/h]$

2/ لوح رأسي في شكل زعنف بإرتفاع $500mm$ ومعرّض لبخار عند ضغط جوي. إذا تمَّ المحافظة على سطح اللوح عند $60^o c$ ، أحسب:

(i) سمك الشريحة عند الحافة المنقادة للشريحة،

(ii) معامل إنتقال الحرارة الإجمالي،

(iii) معدّل إنتقال الحرارة،

(iv) معدّل سريان كتلة المائع المتكثّف.

إفترض حالات سريان رقائقي ووحدة عرض للوح.

$Ans.[(i)0.1732mm, (ii)6227.5w/m^{o}c, (iii)124550w, (iv)0.055kg/s]$

3/ لوح رأسي بإرتفاع 2.8m يتم المحافظة عليه عند $54^{o}c$ في وجود بخار مشبّع عند الضغط الجوي. أحسب معدّل إنتقال الحرارة لكل وحدة عرض.

$Ans.[700kw/m]$

4/ أنبوب رأسي بقطر خارجي 50mm وبطول 2m يتم تعريضه لبخار عند ضغط جوي. السطح الخارجي للأنبوب يتم المحافظة عليه عند درجة حرارة $84^{o}c$ بتدوير ماء بارد خلال الأنابيب. حدِّد:

(i) معدل إنتقال الحرارة إلى عنصر التبريد،

(ii) معدّل تكثف البخار.

$Ans.[(i)179kw\ , (ii)28.6\ kg/h]$

5/ أنبوب أفقي بقطر خارجي 25mm يتم تعريضه لبخار جاف عند $100^{o}c$. يتم المحافظة على درجة حرارة سطح الأنبوب عند $84^{o}c$ بتدوير ماء خلال الأنبوب. أحسب معدّل تكوّن المائع المتكثف لكل متر طول من الأنبوب.

$Ans.[21.94\ kg/h]$

6/ مكثّف يتم تصميمه لتكثيف $2250kg/h$ من بخار جاف مشبّع عند ضغط مقداره $15kpa$. يتم إستخدام مصفوفة مربعة من 400 أنبوب كل بقطر 6mm . إذا تمَّ المحافظة على درجة حرارة سطح الأنبوب عند $26^{o}c$، أحسب معامل إنتقال الحرارة وطول كل أنبوب مفترضاً ممراً مفرداً.

$Ans.[5205.3w/m^{2\,o}c,\ \ 1.35m]$

الفصل الرابع

أساسيات انتقال الكتلة

(Fundamentals of mass transfer)

4.1 مدخل :

انتقال الكتلة هو انتقال مكونات خليط من منطقة ذات تركيز عالي إلى منطقة ذات تركيز منخفض نتيجة لفروقات التركيز بين المنطقتين .

هنالك نوعان من انتقال الكتلة:

انتقال الكتلة بالانتشار أو انتقال الكتلة الجزيئي (Diffusion mass transfer or molecular mass transfer):

يحدث انتقال الكتلة نتيجة لحركة جزيئات مُكوِّنات الخليط . وهذا مشابه (مناظر) لانتقال الحرارة بالتوصيل . مثال نموذجي لانتقال الكتلة بالانتشار هو تجفيف ملابس رطبة في هواء ساكن في غرفة . تركيز بخار الماء حول الملابس يكون أكبر من ذلك للهواء الساكن ، بالتالي فإن كتلة البخار تنتقل من الملابس إلى الهواء . مرة ثانية فإن المبيدات الحشرية أو العطور التي يتم رشها في جزء من غرف تنفُذ (Permeates) وتصل لجميع أجزاء الغرفة بالانتشار الجزئي.

انتقال الكتلة بالحمل (Convective mass transfer) :

هذا مُناظر لانتقال الحرارة بالحمل ويعتمد على حركة المائع . إذا كانت حركة المائع نتيجة لتغير في الكثافة فإنَّ الإجراء يكون حملا طبيعياً أو حُراً ، أما إذا حدث سريان للمائع بواسطة مؤثر خارجي مثل مضخة أو مروحة بالتالي فإن الإجراء يكون حملاً قسرياً . أمثلة نموذجية لانتقال الكتلة بالحمل هي : الاسترطاب

(Humidification) ، التقطير (Distillation) ، استخلاص السائل (Liquid extraction) ، وامتصاص الغاز (Gas absorption) ،إلى آخره.

4.2 تعريفات (Definitions) :

اعتبر خليطاً يحتل حجماً V ، له مكونات m_1 ، m_2،m_3، ⋯⋯ ، m_n .

كتلة أيّ مُكوِّن اعتباطي أو حكمي **(Arbitrary component)** تكون m_m .

$$m = \sum_{m=1}^{n} m_m \rightarrow (4.1)$$ ، كتلة الخليط

$$\rho = \frac{m}{V} \rightarrow (4.2)$$ ، كثافة الخليط

$$\rho_m = \frac{m_m}{V} \rightarrow (4.3)$$ ، كثافة المُكوِّن

كثافة المُكوِّن يتم الرجوع إليها كالتركيز ($concentration$) ويتم ترميزها بـ C_m.

$$\sum \rho_m = \sum C_m = \rho \rightarrow (4.4)$$

$$w_m = \frac{m_m}{m} \rightarrow (4.5)$$ ، $\frac{\text{كتلة المكون}}{\text{كتلة الخليط}}$ = كسر كتلة المُكوِّن

$$w = \sum w_m = 1 \rightarrow (4.6)$$ ، كسر كُتلة الخليط

في بعض الأحيان يتم التعبير عن الخليط بدلالات عدد المولات ،

$$N_m = \frac{\text{كتلة المكوِّن}}{\text{الوزن الجزيئي للمكون}} = \frac{m_m}{M_m} \rightarrow (4.7)$$ ، عدد المولات لمُكوِّن m

حيث M_m هو الوزن الجزئي لمكوّن (Molecular weight) أو الكتلة الجزيئية النسبية لمُكوِّن (Relative molecular mass) .

عدد المولات لكل وحدة حجم أو كثافة المول لمُكوِّن m يتم التعبير عنها كالآتي :

$$n_m = \frac{m\ \text{عدد المولات لمُكوِّن}}{\text{الحجم}} = \frac{N_m}{V} =\rightarrow (4.8)$$ ، عدد المولات لكل وحدة حجم (كثافة المول لمُكوِّن)

$$\sum n_m = n \rightarrow (4.9)$$

حيث $n \equiv$ كثافة المول للخليط

$$x_m = \frac{N_m}{N} = \frac{m\ \text{عدد المولات لمُكوِّن}}{\text{عدد المولات للخليط}} \rightarrow (4.10)$$ ، كسر المول لمُكوِّن m

$$\mathrm{x} = \sum x_m = 1 \rightarrow (4.11)$$ ، كسر المول للخليط

يعطى الضغط الجزئي لمُكوِّن m كالآتي : (.i. e باستخدام معادلة الغاز المثالي)

$$P_m\mathrm{V} = m_m R_m T = m_m \frac{\bar{R}}{M_m} T = N_m \bar{R} T \rightarrow (4.12)$$

بما أنَّ $N_m = \frac{m_m}{M_m}$ ،

}حيث $\bar{R}\ \equiv$ ثابت الغاز الشامل (Universal gas constant) الذي يساوي $8.314\ kj/kmol\ K$.

و $R \equiv$ ثابت الغاز النوعي (*Specific gas constant*) والذي يساوي $0.287\ kj/kg\ K${

$k\ mol \equiv$عدد من الـ $kg\ s$ مساوياً للوزن الجزئي لمادة.

$$P = \sum P_m \rightarrow (4.13)$$ ، ضغط الخليط

للخليط ، $$PV = N\bar{R}T = mRT \rightarrow (4.14)$$

R ، ثابت الغاز النوعي للخليط = $\sum w_m R_m \rightarrow (4.15)$

$$(Specific\ gas\ constant\ of\ the\ mixture)$$

حيث كسر كتلة المُكوِّن، $$w_m = \frac{m_m}{m}$$

بدلالات الضغط الجزئي :

يمكن كتابة المعادلات التالية:

كثافة المكون ، $\rho_m = \frac{P_m}{R_m T}$

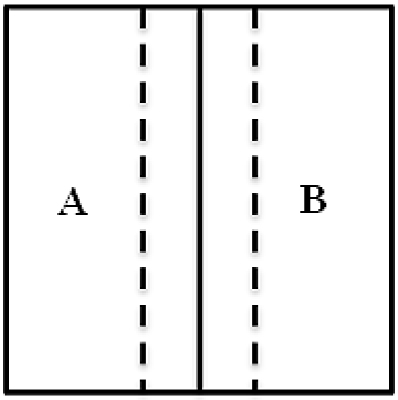
كسر كتلة المُكوِّن ، $w_m = \frac{P_m R}{P R_m}$

كسر المول للمُكوِّن ، $x_m = \frac{P_m}{p}$

4.3 انتقال الكتلة بالانتشار أو انتقال الكتلة الجزيئي :

:(Diffusion mass transfer or molecular mass transfer)

اعتبر النظام الموضَّح في الشكل رقم (4.1) أدناه. هنالك طبقة رفيعة تفصل الغازات A و B . عندما يُزال الحاجز تنتشر الغازات في بعضها البعض حتى يتم الوصول إلى حالة اتزَّان للتركيز.



شكل رقم (4.1)

يُعطى مُعدَّل الانتشار بقانون فِك (Fick's law) :

$$m^{\circ}_A \propto -A\frac{dC_A}{dx}$$ ، مُعدَّل انتشار الكُتلة للمكونِّة A

$$\frac{m^{\circ}_A}{A} = -D\frac{dC_A}{dx} \rightarrow (4.16)$$ ، معدل انتشار الكتلة للمكونِّة A لكل وحدة مساحة

حيث :

$D \equiv$ معامل الانتشار أو الانتشارية (m^2/s) $(coefficient\ of\ diffusion\ or\ diffusivity)$

$\frac{dC_A}{dx} \equiv$ ميل التركيز للمُكوِّنة A

$A \equiv$ مساحة الانتشار ، $(m^2)(Diffusion\ area)$

$m^{\circ}_A \equiv$ فيض الكتلة لكل وحدة زمن ، $(kg/s)(Mass\ flux\ per\ unit\ time)$

$C_A \equiv$ تركيز الكتلة للمُكوِّنة A لكل وحدة حجم ، (kg/m^3)

لاحظ التشابه بين المعادلة (4.16) ومعادلات توصيل الحرارة وانتقال كمية الحركة للموائع.

$$\frac{Q}{A} = -k\frac{dT}{dx}$$ (لتوصيل الحرارة)

(لانتقال كمية الحركة) $\tau_{\omega} = \frac{F}{A} = \mu \frac{du}{dy}$

لاحظ أنَّ غاز A ينتشر في غاز B وغاز B ينتشر في غاز A .

يجب أنَّ نعتبر معامل انتشار لكل مُكوِّنة.

$\frac{m^{\circ}{}_{A}}{A} = -D_{AB}\frac{dC_A}{dx}$ ، مُعدَّل الانتشار للمُكوِّنة A لكل وحدة مساحة

حيث ، $C_A = \rho_A = \frac{P_A M_A}{\bar{R}T} = \frac{P_A}{R_A T}$

$$\because R_A = \frac{\bar{R}}{M_A}$$

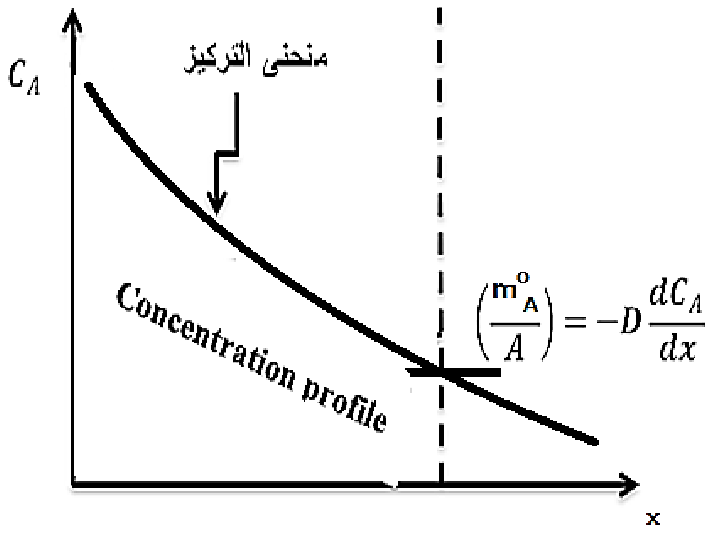
بالتفاضل بالنسبة لطول ممر الانتشار:

$\frac{dC_A}{dx} = \frac{M_A}{\bar{R}T}\frac{dP_A}{dx}$ ، ميل التركيز للمُكوِّنة A

مُعدَّل انتشار الكتلة للمُكوِّنة A لكل وحدة مساحة ،

$$\therefore \frac{m^{\circ}{}_{A}}{A} = -D_{AB}\frac{M_A}{\bar{R}T}\cdot\frac{dP_A}{dx} \left(\text{لانتشار ثابت درجة الحرارة}\right)(Isothermal\ diffusion) \rightarrow (4.17)$$

الشكل (4.2) أدناه يوضِّح تفاوت التركيز للمُكونِّة A **(C_A) بالنسبة لطول ممر الانتشار (x)** .

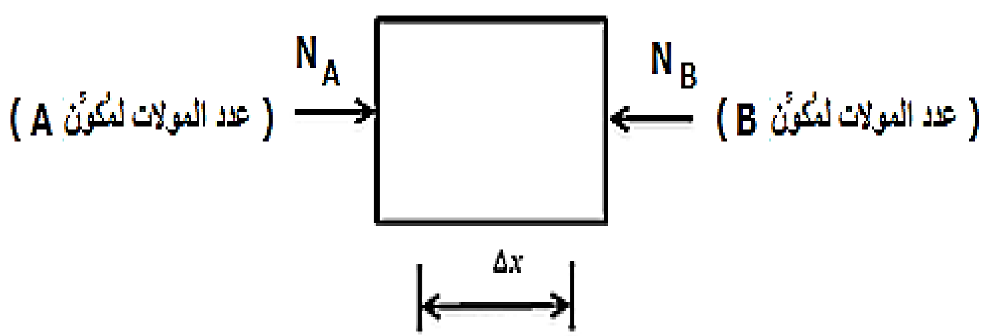


شكل رقم (4.2)

نفس الشيء للانتشار من B إلى A:

$\frac{\mathring{m}_B}{A} = -D_{BA}\frac{M_B}{\bar{R}T}\cdot\frac{dP_B}{dx} \rightarrow (4.18)$ ، معدل انتشار الكتلة للمُكوِّنة B لكل وحدة مساحة

الآن اعتبر حالة انتشار مضاد متساوي المولات كما في الشكل (4.3) أدناه .



شكل رقم (4.3) **انتشار مضاد متساوي المولات**

N_A ، N_B هما معدَّلات الانتشار المولي المستقِر للمُكوِّنات A ، B .

للحالة المستقرة فإنَّ كل جزيء (Molecule) لـ A يتم ازالته يجب إحلاله بجزيء لـ B والعكس بالعكس.

وهكذا فإن معدلات الانتشار تكون بالصورة التالية:

$$N_A = \frac{\mathring{m}_A}{M_A} = -D_{AB}\,\frac{A}{\bar{R}T}\cdot\frac{dP_A}{dx} \rightarrow (4.19)$$ ، مُعدَّل الانتشار المولي المستقر للمُكوِّنة A

$$N_B = \frac{\mathring{m}_B}{M_B} = -D_{BA}\,\frac{A}{\bar{R}T}\cdot\frac{dP_B}{dx} \rightarrow (4.20)$$ ، مُعدَّل الانتشار المولي المستقر للمُكوِّنة B

يبقى الضغط الكلي ثابتاً في الحالة المستقرة وذلك حسب قانون دالتون المُوضَّح أدناه:

$$P_A + P_B = P \rightarrow (4.21)$$

بتفاضل المعادل (4.21) عاليه بالنسبة لطول ممر الانتشار نحصل على :

$$\frac{dP_A}{dx} + \frac{dP_B}{dx} = 0 \rightarrow (4.22)$$

بإعادة ترتيب المعادلة (4.22) عاليه نحصل على :

$$\frac{dP_A}{dx} = -\frac{dP_B}{dx} \rightarrow (4.23)$$

إذا تم إحلال الجزيئات على أي جانب ، فإنَّه:

للحالة المستقرة فإن محصلة مُعَّدل الانتشار المولي المستقر يجب أن تساوي صفر .

$$N_A + N_B = 0 \rightarrow (4.24)$$

وبإعادة ترتيب المُعادلة (4.24) أعلاه نحصل على :

$$\therefore N_A = -N_B$$

وبالتعويض نحصل على:

$$-D_{AB}\frac{A}{\bar{R}T}\cdot\frac{dP_A}{dx}=+D_{BA}\frac{A}{\bar{R}T}\cdot\frac{dP_B}{dx}$$

$$\therefore -D_{AB}\frac{A}{\bar{R}T}\cdot\frac{dP_A}{dx}=-D_{BA}\frac{A}{\bar{R}T}\cdot\frac{dP_A}{dx}$$

$$\therefore D_{AB}=D_{BA}=D\rightarrow(4.25)$$

بتكامل المعادلة (4.17) من الحالة (1) إلى الحالة (2) نحصل على :

$$\frac{m^{\circ}{}_A}{A}=-\frac{DM_A}{\bar{R}T}\cdot\frac{P_{A_2}-P_{A_1}}{x_2-x_1}$$

أو ، $\frac{m^{\circ}{}_A}{A}=-\frac{DM_A}{\bar{R}T}\cdot\frac{P_{A_2}-P_{A_1}}{\Delta x}\,(4.26)$

الحالة المستقرة للانتشار الجزيئي (Steady state molecular diffusion) :

الشكل العام (أو الصورة العامة) لقانون فك (Fick's law) الذي يكون فيه الانتشار من أحد الغازات إلى الآخر ليس هو نفسه من الغاز الآخر إلى الأول.

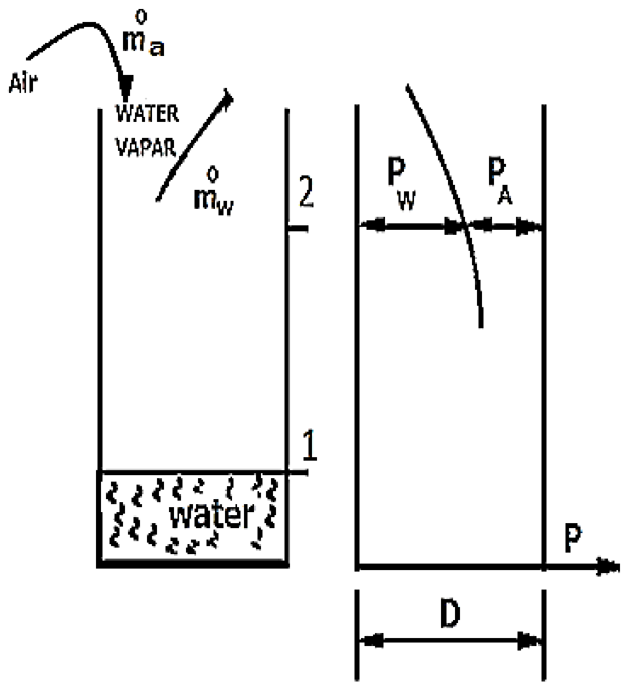
معدل انتشار كُتلة المُكوّن A = كتلة المُكوِّن A + معدل انتشار كُتلة المُكوّن A في المُكوّن B

$\frac{m^{\circ}}{A}=\mathrm{w}_A(m^{\circ}{}_A+m^{\circ}{}_B)+\rho D_{AB}\frac{dP_A}{dx}\rightarrow(4.27)$ ، معدل انتشار الكتلة للمُكوّن A

عليه ، إذا كان مُعدَّل الانتشار من كل غاز هو نفسه فإنَّ $m^{\circ}{}_A=-m^{\circ}{}_B$ ، وستكون المعادلة (4.27) متطابقة مع المعادلة (4.26) .

اعتبر انتشار ثابت درة الحرارة (**Isothermal Diffusion**) لبخار ماء من سطح إلى هواء راكد (**Stagnant air**) .

يكون السطح الحر للماء مُعرَّضاً للهواء كما مُوَّضح في الشكل (4.4) أدناه .



شكل رقم (4.4)

افتراضات (Assumptions) :

1] يكون النظام ثابت درجة الحرارة ويبقى الضغط الكلي غير متغير.$(\boldsymbol{T = constant}$ ، $\boldsymbol{P = constant})$

2] يكون الاجراء مستقراً . هذا يتطلب أن تكون هنالك حركة خفيفة للهواء عند الأعلى ولكن دون أن يتسبب ذلك في اضطراب أو تشويش في الوعاء ، وبالتالي تغيَّر التركيز عند أيِّ نقطة .

3] يسلك الهواء والبخار نفس سلوك الغازات المثالية.

يكون انتشار الهواء لأسفل كالآتي : (**The diffusion of air downward**):

$$m^{\circ}_A = -\frac{DAM_A}{\bar{R}T} \cdot \frac{dP_A}{dx} \rightarrow (4.28)$$ ، معدل انتشار كتلة الهواء لأسفل

(حيث A هي مساحة المقطع العرضي للوعاء)

هذا يجب موازنته بالحركة لأعلى:

$m^{\circ}_A = \rho_A A v = \frac{M_A P_A}{\bar{R}T} \cdot A v \rightarrow (4.29)$ ، معدل سريان كتلة الهواء

بمساواة المعادلتين (4.28) و(4.29) نحصل على المعادلة التالية :

$$v = \frac{D}{P_A} \cdot \frac{dP_A}{dx} \rightarrow (4.30)$$

انتشار الكتلة لبخار الماء :

$m^{\circ}_w = \frac{-DAM_W}{\bar{R}T} \cdot \frac{d\,P_W}{dx} \rightarrow (4.31)$ ، معدل انتشار كتلة بخار الماء لأعلى

ايضاً تكون معظم حركة انتقالات بخار الماء بحيث أنَّ :

$m^{\circ}_w = \rho_w A v = \frac{M_w P_w}{\bar{R}T} A v \rightarrow (4.32)$ ، مُعدَّل سريان كتلة بخار الماء

الكتلة الكلية لبخار الماء هي حاصل جمع المعادلتين (4.31) و (4.32) :

$$\mathrm{m}^{\circ}_{w(Total)} = \frac{-DAM_w}{\bar{R}T} \cdot \frac{dP_w}{dx} + \frac{M_w P_w}{\bar{R}T} A \frac{D}{P_A} \frac{dP_A}{dx} \rightarrow (4.33)$$

بتعويض قانون دالتون$(P = P_A + P_W)$ ، وبإجراء التفاضل $\frac{dP_A}{dx} + \frac{dP_w}{dx} = 0$ ، $(\therefore \frac{dP_A}{dx} = \frac{-dP_w}{dx})$ في المعادلة (4.33) نحصل على :

$$\mathrm{m}^{\circ}_{w(Total)} = \frac{-DAM_w}{\bar{R}T} \cdot \frac{dP_w}{dx} - \frac{M_w P_w}{\bar{R}T} A \frac{D}{P_A} \frac{dP_w}{dx}$$

$$= \frac{-DAM_w}{\bar{R}T} \cdot \frac{dP_w}{dx} \left[1 + \frac{P_w}{P_A}\right]$$

$$= \frac{-DAM_w}{\bar{R}T} \cdot \frac{dP_w}{dx} \left[\frac{P_A + P_w}{P_A}\right]$$

تسمي المعادلة(4.34) أدناه بقانون ستيفان (Stefan's law) .

$$\mathrm{m}^{\circ}_{w(Total)} = \frac{-DAM_w}{\bar{R}T} \cdot \frac{dP_w}{dx} \cdot \frac{P}{P-P_w} \rightarrow (4.34)$$

بإجراء التكامل على المعادلة عالية ،

$$\mathrm{m}^{\circ}_{w(Total)} \int_{x_1}^{x_2} dx = \frac{-\,DAM_w}{\bar{R}T} \cdot P \int_{P_{w_1}}^{P_{w_2}} \left[\frac{dP_w}{P-P_w}\right]$$

$$\mathrm{m}^{\circ}_{w(Total)} (x_2 - x_1) = \frac{DAM_w}{\bar{R}T} \cdot P \int_{P_{w_1}}^{P_{w_2}} \frac{1}{P_w - p} \cdot dP_w$$

$$\mathrm{m}^{\circ}_{w(Total)} (x_2 - x_1) = \frac{DAM_w}{\bar{R}T} \cdot P \ln\left[\frac{P_{w_2} - P}{P_{w_1} - P}\right]$$

$$\text{or } \mathrm{m}^{\circ}_{w(Total)} = \frac{DAM_w}{\bar{R}T} \cdot \frac{P}{(x_2-x_1)} \ln\left[\frac{P-P_{w_2}}{P-P_{w_1}}\right] \rightarrow (4.35)$$

$$\text{or } \mathrm{m}^{\circ}_{w} = \frac{DAM_w}{\bar{R}T} \cdot \frac{P}{(x_2-x_1)} \ln\frac{P_{A_2}}{P_{A_1}} \rightarrow (4.36)$$

مثال (1) :

أحسب مُعدَّل الانتشار لماء من أسفل أنبوب اختبار قطره $10mm$ وطوله $15cm$ إلى جو جاف ودرجة حرارة مقدارها 25℃ . إذا كان معامل الانتشار أو الانتشارية للماء يكافئ $0.256\,Cm^2/S$عند درجة حرارة مقدارها 25℃ .

الحل :

بالرجوع للشكل رقم (4.5) أدناه :

عند سطح الماء يكون الهواء مشبعاً بِبُخار الماء ، وبالتالي فإن ضغطه الجزئي هو ضغط التشبُع المُناظِر لدرجة حرارة الماء.

من جداول (Saturated water and steam) أو جداول (Further properties of water and steam)

$$P_g = P_{w_1} = 0.03166\ bar$$

$$\therefore P_{A_1} = P - P_{w_1} = 1.01325 - 0.03166 = 0.98159\ bar$$

عند الأعلى فإن الهواء يكون جافاً ، وبالتالي فإن الضغط الجزئي لبخار الماء يكون صفراً .

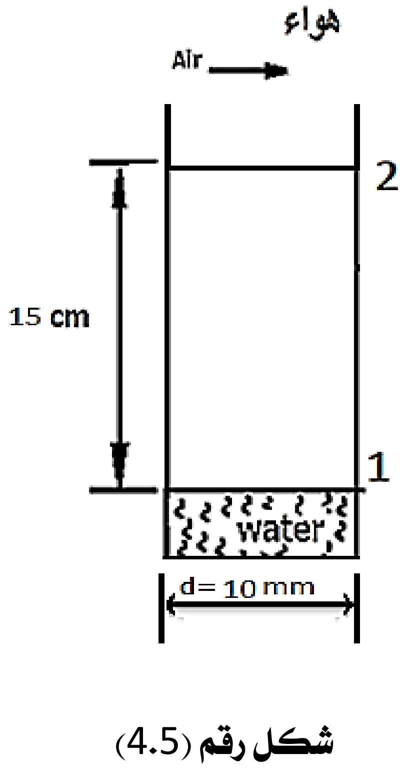
$$P_{w_2} = \rho g h = 0$$

$$P_{A_2} = P - P_{w_2} = 1.01325 - 0 = 1.01325\ bar$$

للماء عند درجة حرارة 25°C ، $D = 0.256\, cm^2/s = 0.256 \times 10^{-4}\, m^2/s$

الكتلة الجزيئية النسبية للماء ، $M_w = H_2O = 2 \times 1 + 1 \times 16 = 18$

مُعدل انتقال كتلة الماء ، $\mathrm{m}^{\circ}{}_{w} = \frac{DAPM_w}{\bar{R}T(x_2 - x_1)} \ln \frac{P_{A_2}}{P_{A_1}}$



شكل رقم (4.5)

$$\therefore \mathrm{m}^{\circ}{}_{w} = \frac{0.256 \times 10^{-4} \times \frac{\pi}{4} \times 0.01^2 \times 1.01325 \times 10^5 \times 18}{8.314 \times 10^3 \times 298 \times 0.5} \ln \frac{1.01325}{0.98159}$$

$$= 3.1324 \times 10^{-10}\, kg/S$$

$$= 0.001128\, g/h$$

$$= 1.128\, mg/h$$

4.4 انتقال الكتلة بالحمل (Convective mass transfer) :

مُعدَّل انتقال الكتلة بالحمل للمُكوِّنة w ، $\mathrm{m}^{\circ}{}_{w} = h_m A\left(C_{W_1} - C_{W_2}\right) \rightarrow (4.37)$

حيث $\mathrm{m}^{\circ}{}_{w} \equiv$ مُعدَّل انتقال الكتلة بالحمل للمُكوِّنة w بالـ kg/s

$h_m \equiv$ مُعامِل انتقال الكُتلة بالحمل للمُكوِّنة w بالـ m/s

C_{W_1} ، $C_{W_2} \equiv$ التركيز لمُكوِّنة w عند نقطتين معينتين

لحالة مستقرة عبر طبقة رقيقة سمكها ΔX :

مُعدَّل انتقال الكُتلة بالانتشار = مُعدَّل انتقال الكتلة بالحمل

والتي يتم التعبير عنها بالمعادلة (4.38) أدناه :

$$\mathrm{m}^{\circ}{}_{w} = \frac{\mathrm{D}A\left(C_{W_1} - C_{W_2}\right)}{\Delta x} = h_m A\left(C_{W_1} - C_{W_2}\right) \rightarrow (4.38)$$

ومن المعادلة (4.38)عاليه :

معامل انتقال الكتلة بالحمل ، $h_m = \frac{D}{\Delta x} \rightarrow (4.39)$

مُعادلات الطاقة وكمية الحركة لحد رقائقي أو لطبقة تحتية رقائقية في سريان مضطرب يتم اعطاؤها كالآتي:

(The energy and momentum equations of a laminar boundary or a laminar sub-layer in turbulent flow are as follows):

مُعادلة الطاقة
$$u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}=\propto\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\rightarrow(4.40)$$

مُعادلة كمية الحركة
$$u\frac{\partial U}{\partial x}+v\frac{\partial U}{\partial x}=\nu\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\rightarrow(4.41)$$

هنالك علاقة مشابهة يمكن كتابتها لانتقال الكتلة:

$$u\frac{\partial C}{\partial x}+v\frac{\partial C}{\partial x}=D\frac{\partial^2 C}{\partial x^2}\rightarrow(4.42)$$

من المعادلات (4.40) و(4.41) يُلاحظ أنَّ المقاطع أو الاشكال الجانبية لدرجة الحرارة والسرعة يكونا متشابهين .

$$\nu=\alpha \text{ ، أو } \frac{\nu}{\alpha}=1$$

$$\frac{\nu}{\alpha}=\frac{\mu}{\rho}\cdot\frac{\rho c_P}{k}=\frac{\mu c_P}{k}=pr=1\ \left(\text{رقم براندتل}\right)\rightarrow(4.43)$$

من المعادلات (4.41) و (4.42) سيكون هنالك تشابهاً بين كمية الحركة وانتقال الكتلة إذا كان :

$$\nu=d \qquad \text{أو } \frac{\nu}{D}=1$$

$$\frac{\nu}{D}=\frac{\mu}{\rho D}=SC(Schmidt\ number)\text{رقم شميدت}\rightarrow(4.44)$$

أيضاً من المعادلتين (4.40) و(4.42) يُلاحظ أنَّ المقاطع الجانبية لدرجة الحرارة والتركيز يكونا متشابهين إذا كان :

$$\alpha=D \qquad \text{أو } \frac{\alpha}{D}=1$$

$$\frac{\alpha}{D}=\frac{k}{D\rho c_P}=Le(Lewis\ number)\text{رقم لويس}\rightarrow(4.45)$$

يكون ارتباط انتقال الحرارة بالحمل القسري كما يلي :

$$Nu = f\left(Re ، Pr\right) = \frac{hL}{k} \rightarrow (4.46)$$

وانتقال الكتلة بالحمل القسري:

$$sh = f\left(Re ، Sc\right) = \frac{h_m L}{D} \rightarrow (4.47)$$

حيث sh: هو رقم شيروود (Sherwood number)

لتبخر سوائل إلى هواء من أعمدة دائرية أو أنابيب (Circular columns or tubes) حينما تُرطِّب السوائل السطح وتُدفع قسرياً خلال العمود.

رقم شيروود ، $sh = \frac{h_m d}{D} = 0.023\left(\frac{\rho C d}{\mu}\right)^{0.83}\left(\frac{\nu}{D}\right)^{0.44} \rightarrow (4.48)$

هذه المعادلة تكون صحيحة (Valid) عندما :

$$2000 < Re < 35000$$

$$0.6 < Sc < 2.5$$

يمكن استخدام المعادلة (4.48) لسريان في أنابيب ناعمة .

لانتقال حرارة من ماء مُتبخِّر من سطح بركة (بحيرة) (Lake) بافتراض سريان رقائقي :

$$Nu = 0.664\, Re^{1/2} Pr^{1/3} \rightarrow (4.49)$$

ويكون انتقال الكتلة المناظر هو :

$$sh = 0.664\, Re^{1/2} sc^{1/3} \rightarrow (4.50)$$

لسريان خلال لوحة ، $Re \leq 5 \times 10^5$ (سريان رقائقي)

في حالة حمل طبيعي ،

لانتقال حرارة بحمل طبيعي ، $Nu = f\left(Gr ، Pr\right) \rightarrow (4.51)$

لانتقال كتلة بحمل طبيعي ، $sh = f\left(Gr ، sc\right) \rightarrow (4.52)$

تناظر رينولدز البسيط :

لانتقال حرارة ، $st = \frac{Nu}{Re \cdot Pr} = \frac{f}{2} \rightarrow (4.53)$

ولانتقال كتلة ، $st_m = \frac{sh}{Re \cdot sc} = \frac{f}{2} \rightarrow (4.54)$

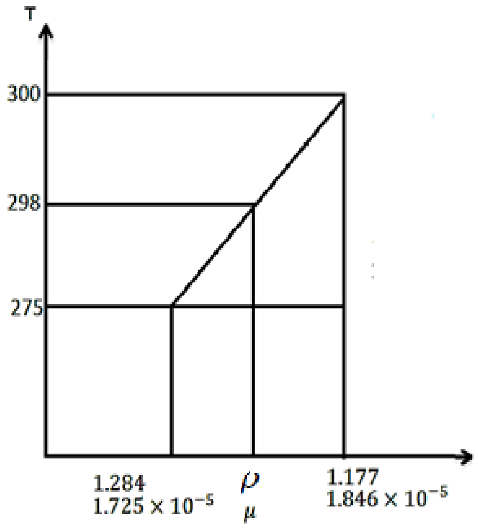
مثال (2) :

أحسب مُعدَّل التبخُر لماء من بحيرة أبعادها $500m \times 500m$. تكون سرعة الرياح مساوية لـ $5\,m/s$. لكلٍ من البحيرة والهواء درجة حرارة مقدارها 25°C .

أحسب مُعدَّل التبخُر عندما يمتلك الهواء المحيط رطوبة نسبية مقدارها $a/\%10$ ، $b/\%80$. خذ لسريان كتلة مضطرب $sh = 0.036Re^{0.8}sc^{1/3}$ ومعامل انتشار بخار الماء في الهواء يعادل $2.6 \times 10^{-5}\,m^2/s$ عند درجة حرارة مقدارها 25°C .

الحل :

$Re = \frac{\rho Cd}{\mu}$، رقم رينولدز



من جداول الهواء الجاف عند ضغط منخفض، يتم تحديد الخواص عند درجة حرارة 25°C ،

$(25 + 273 = 298K)$، وباستخدام طريقة الاستكمال

يتم الحصول على الخواص التالية :

$$\rho = 1.284 + \left(\frac{298 - 275}{300 - 275}\right)(1.177 - 1.284) = 1.186\,kg/m^3$$

$$\mu = 1.725 \times 10^{-5} + \left(\frac{23}{25}\right)(1.846 - 1.725) \times 10^{-5} = 1.836 \times 10^{-5}\,kg/ms$$

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} = \frac{1.836 \times 10^{-5}}{1.86} = 1.54810^{-5}$$

$$\therefore Re = \frac{\rho CL}{\mu} = \frac{1.186 \times 5 \times 500}{1.836 \times 10^{-5}} = 1.615 \times 10^{8}$$

لانتقال الكتلة ،

$$sh = 0.036Re^{0.8}Sc^{1/3}$$

$$sc = \frac{\nu}{D} = \frac{1.548 \times 10^{-5}}{2.6 \times 10^{-5}} = 0.5954 \simeq 0.6$$

$$sh = 0.036(1.615 \times 10^{8})^{0.8}(0.6)^{1/3} = 1.12 \times 10^{5}$$

أيضاً ، $sh = \frac{h_m L}{D}$ ، $h_m = \frac{sh \times D}{L} = \frac{1.12 \times 10^5 \times 2.6 \times 10^{-5}}{500} = 5.824 \times 10^{-3}\, m/s$

عند سطح البحيرة تكون الرطوبة النسبية 100% (حيث يكون البخار ملامساً للماء) .

بالتعريف فإنَّ الرطوبة النسبية Ø تكون كالآتي:

$$\emptyset = \frac{\text{الكتلة الفعلية لبخارالماء في الهواء}}{\text{كتلة بخارالماء في الهواء في الحالة المشبعة عند نفس درجة الحرارة}} = \frac{m_S}{(m_S)_{Sat.}} = \frac{P_s}{P_g}$$

حيث : $P_s \equiv$ الضغط الجزئي لبخار الماء في الهواء .

$P_g \equiv$ الضغط الجزئي لبخار الماء في الهواء في الحالة المشبعة عند نفس درجة الحرارة.

من جداول البخار عند 25°C (Saturated water and steam) ، $P_g = 0.03166\, bar$

$$P_g = 3166\, N/m^2$$

الضغط الجزئي لبخار الماء في الهواء في الحالة المشبعة عند نفس درجة الحرارة

$$P_g = P_{w_1} = 3166\, N/m^2$$

تركيز بخار الماء:

$$C_{w_1} = \frac{P_{w_1}}{\bar{R}T} = \frac{P_{w_1} M_w}{\bar{R}T} = \frac{3166 \times 18}{8314 \times 298} = 0.023\, kg/m^3$$

a] عندما يملك الهواء المحيط رطوبة نسبية مقدارها ، $\emptyset = 10\% = 0.1$

$$P_{w_2} = 3166 \times 0.1 = 316.6\, N/m^2$$

بما أنَّ $\phi = \frac{P_{w_2}}{P_{w_1}}$

$$C_{w_2} = \frac{P_{w_2} M_w}{\bar{R}T} = \frac{316.6 \times 18}{8314 \times 298} = 0.0023\, kg/m^3$$

مُعدَّل التبخُر ، $m^{\circ}_{w} = h_m A\left(C_{w_1} - C_{w_2}\right)$

مُعدَّل التبخُر ، $m^{\circ}_{w} = 5.824 \times 10^{-3} \times 500 \times 500(0.023 - 0.0023) = 30.14\, kg/s$

b] عندما يملك الهواء المحيط رطوبة نسبية مقدارها ، $\phi = 0.8$

$$P_{w_2} = 3166 \times 0.8 = 2532.8\, N/m^2$$

$$C_{w_2} = \frac{P_{w_2} M_w}{\bar{R}T} = \frac{2532.8 \times 18}{8314 \times 298} = 0.0184\, kg/m^3$$

مُعدَّل التبخُر ، $m^{\circ}_{w} = h_m\, A\left(C_{w_1} - C_{w_2}\right)$

$$= 5.824 \times 10^{-3} \times 500 \times 500(0.023 - 0.0184) = 6.7\, kg/s$$

ملحوظة : **كلما زادت الرطوبة النسبية كلما قل معدل تبخر الموائع**

4.5 تناظر رينولدز- كولبيرن لانتقال حرارة وكتلة من أنابيب:

(Reynold's Colburn analogy for heat and mass transfer from tubes) :

$$\frac{h}{\rho C c_p} Pr^{2/3} = \frac{f}{2} \rightarrow (4.55)$$

لانتقال كُتلة:

$$\frac{h_m}{C} \cdot sc^{2/3} = \frac{f}{2} \rightarrow (4.56)$$

لانتقال كُتلة من لوحة مُستوِية ناعِمة :

لسريان رقائقي :

$$\frac{h_m}{C}\cdot Sc^{2/3}=\frac{f}{2}=0.332Re^{\frac{-1}{2}}\rightarrow(4.57)$$

لسريان مضطرب :

$$\frac{h_m}{C}\cdot Sc^{2/3}=\frac{f}{2}=0.0296Re^{\frac{-1}{5}}\rightarrow(4.58)$$

عندما يحدث انتقال لكلٍ من الحرارة والكتلة في نفس الوقت لسريان داخل ماسورة ، فإنَّ معاملات انتقال الحرارة والكُتلة يتم الحصول عليها من المعادلات (4.55) و (4.56) كالآتي :

$$\frac{h}{h_m}=\rho c_P\left(\frac{sc}{pr}\right)^{2/3}$$

$$=\rho c_P\left(\frac{\alpha}{D}\right)^{2/3}=\rho c_P Le^{2/3}\rightarrow(4.59)$$

مثال (3) :

هواء جاف عند ضغط جوي يهب خلال ثيرموميتر موجود في غطاء مضاءلة . يٌعرف هذا الثيرموميتر بـ ثيرموميتر البصيلة الرطبة الكلاسيكي (Classical wet bulb thermometer). يصل الثيرموميتر إلى درجة حرارة مقدارها $18.3°C$ ، ما هي درجة حرارة الهواء الجاف.

الحل :

اعتبر حالة مستقرة (*Steady state*) ، حيث يتم أخذ درجة حرارة التبخُر من الهواء

مُعدَّل انتقال الحرارة بالحمل ، $Q=\mathrm{m}^{\circ}{}_{w}h_{fg}=hA(T_{\infty}-T_{W})\rightarrow(1)$

من المعادلة (1) عاليه ،

$$\text{m}^{\circ}{}_{w} = hA\,(T_{\infty} - T_{w})/h_{fg} \rightarrow (2)$$

kg/s مُعدَّل التبخُّر بالـ ، $\text{m}^{\circ}{}_{w} = h_{m}A(C_{w} - C_{\infty}) \rightarrow (3)$

بمساواة المعادلتين (2) و (3) :

$$\therefore \frac{hA(T_{\infty} - T_{w})}{h_{fg}} = h_{m}A(C_{w} - C_{\infty}) \rightarrow (4)$$

من المعادلة (4) عاليه يتم الحصول على $\frac{h}{h_m}$ (النسبة بين معامل انتقال الحرارة بالحمل ومعامل انتقال الكتلة بالحمل).

$$\frac{h}{h_m} = \left[\frac{C_w - C_\infty}{T_\infty - T_w}\right] h_{fg} = \rho c_P \left(\frac{\alpha}{D}\right)^{2/3}$$

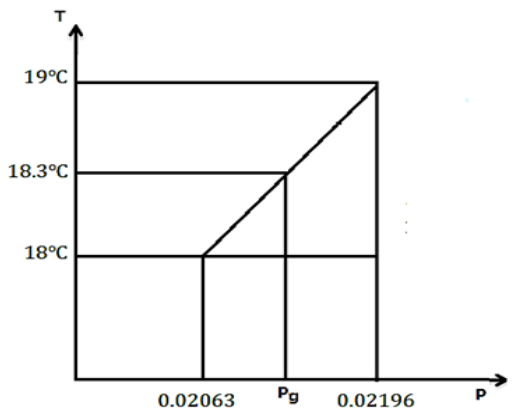
التركيز عند بصيلة الثيرموميتر C_w يتم الحصول عليه عند مستوى التشبع.

من جداول الماء والبخار المشبع عند 18.3°C يتم إيجاد P_g باستخدام اسلوب الاستكمال .

$$P_g = 0.02063 + \left[\frac{18.3 - 18}{19 - 18}\right](0.02196 - 0.02063) = 0.02103 bar = 2103\,N/m^2$$

$$\therefore P_w = P_g = 2103\,N/m^2$$

$$\therefore C_w = \frac{P_w}{\bar{R}T} = \frac{P_w M_w}{\bar{R}T} = \frac{2103 \times 18}{8.314 \times 10^3 \times 291.3} = 0.01563\,kg/m^3$$

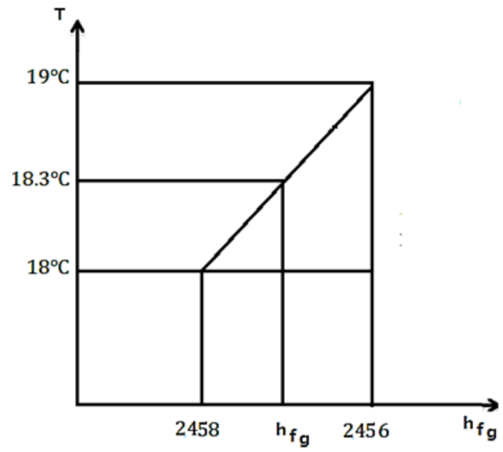


$$C_\infty = 0 \text{ (هواء جاف)}$$

$$\rho = \frac{P}{RT} = \frac{1.013 \times 10^5}{287 \times 10^3 \times 291.3} = 1.212\, kg/m^3$$

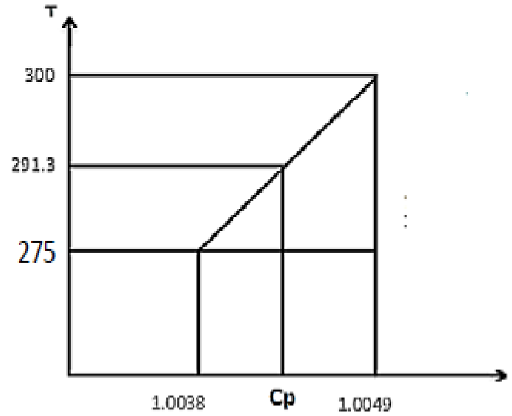
إذا كان $\frac{\alpha}{D} = 0.845$ ، من جداول الهواء الجاف عند ضغط منخفض $C_p = 1\ .0045\, kj/kgK$.

ومن جداول البخار وباستخدام أسلوب الاستكمال ، $h_{fg} = 2457.7\, kj/kg$



$$h_{fg} = 2458.4 + \left(\frac{18.3 - 18}{19 - 18}\right)(2456 - 2458.4) = 2457.7\, kj/kg$$

من جداول (Dry air at low pressure) :



$$C_p = 1.0038 + \left[\frac{291.3 - 275}{300 - 275}\right](1.0049 - 1.0038) = 1.0045\, kj/kg\ K$$

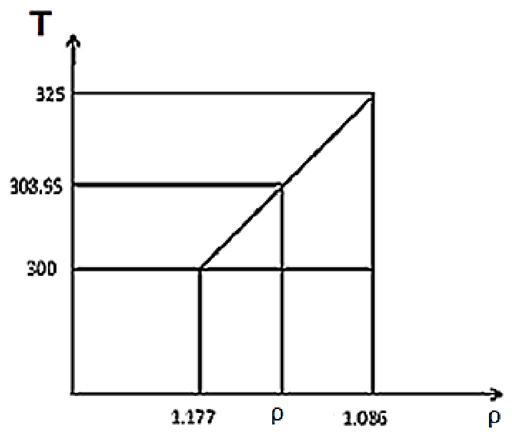
$$T_\infty - T_w = \frac{(C_w - C_\infty)h_{fg}}{\rho c_P \left(\frac{\alpha}{D}\right)^{2/3}} = \frac{(0.01563 - 0)2457.7}{1.212 \times 1.0045(0.845)^{2/3}} = 35.3℃$$

$$\therefore T_\infty = 35.3 + 18.3 = 53.6℃$$

بإيجاد ρ عند $\frac{T_\infty + T_w}{2}$ ،

$$\frac{53.6 + 18.3}{2} = 35.95℃ + 273 = 308.95\text{K}$$

وباستخدام طريقة الاستكمال لإيجاد ρ، من جداول الهواء الجاف عند ضغط منخفض:



$$\rho = 1.177 + \left(\frac{308.95 - 300}{325 - 300}\right)(1.086 - 1.177) = 1.144\, kg/m^3$$

$$T_\infty - T_w = \frac{(C_w - C_\infty)h_{fg}}{\rho c_P \left(\frac{\alpha}{D}\right)^{2/3}}$$

$$= \frac{0.01563 \times 2457.7}{1.144 \times 1.0045(0.845)^{2/3}} = 37.4℃$$

$$\therefore T_\infty = 37.4 + 18.3 = 55.7℃$$

مثال (4) :

إذا كان سريان الهواء في المثال السابق عند 32.2°C بينما تبقى البصيلة الرطبة عند 18.3°C . أحسب الرطوبة النسبية لسريان الهواء .

الحل:

$$\phi = \frac{\text{الكتلة الفعلية للبخار في للهواء}}{\text{كتلة البخار في الهواء في الحالة المشبعة}} = \frac{m_s}{(m_s)_{sat}} = \frac{P_s}{P_g}$$

$$\phi = \frac{P_s}{P_g} = \frac{\rho_s R_w T}{\rho_g R_w T} = \frac{\rho_s}{\rho_g} = \frac{C_s}{C_g}$$

$$\rho c_P \left(\frac{\alpha}{D}\right)^{2/3} = \left[\frac{C_s - C_\infty}{T_\infty - T_W}\right] \times h_{fg}$$

$$C_s - C_\infty = \frac{\rho c_P \left(\frac{\alpha}{D}\right)^{2/3} (T_\infty - T_W)}{h_{fg}}$$

$$= \frac{1.212 \times 1.0045 \times 10^3 \times 0.845^{2/3}(32.2 - 18.3)}{2457.7 \times 10^3}$$

$$\therefore C_s = 0.00615\, kg/m^3$$

من جداول البخار عند 32.2°C وباستخدام أسلوب الاستكمال نحصل على :

$$C_g = \rho_g = \frac{1}{v_g} = 0.0342\, kg/m^3$$

$$\phi = \frac{C_s}{C_g} = \frac{0.00615}{0.0342} \times 100\% = 17.98\%$$

4.6 مسائل محلولة في انتقال الكتلة :

[1] في خليط من الاوكسجين . النيتروجين عند 10 ضغط جوي و25℃ وُجد أنَّ تركيزات الاكسجين عند نقطتين تبعدان مسافة $0.2cm$ عن بعضهما البعض هما 10و20 نسبة حجم مئوية على الترتيب . أحسب مُعدَّل الانتشار للأكسجين مُعبراً عنه كـ g/cm^2h لحالة انتشار أحادي المُكوِّن (***Unit -component diffusion***)(***nitrogen to non -diffusing***). تكون قيمة الانتشارية (***Diffusivity***) $0.181\,cm^2/s$.

خُذ الضغط الجوي كـ $1.01325\ bar$.

الحل :

من المعادلة المميزة للغازات ، $PV = mRT$

والتي يمكن كتابتها بالصورة التالية:

$$P = \rho RT = \frac{\rho \bar{R} T}{M} = C\bar{R}T$$

$$P_m = C_m \bar{R} T \rightarrow (1)$$

$$P = C\bar{R}T \rightarrow (2)$$

بقسمة (1) % (2) نحصل على :

$$\frac{P_m}{P} = \frac{C_m}{C} = x_m$$

بما أن : $\frac{P_m = C_m \bar{R} T}{P = C\bar{R}T}$

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 0.2cm = 0.002m \text{ ، } T = 25℃ + 273 = 298K \text{ ، } P = 10\ atmos$$

$$= 10 \times 1.01325 = 10.1325\ bar$$

كسر المول للأكسجين عند ، $x_{0_1} = 0.2 = \frac{P_{0_1}}{P}$ ، $\therefore P_{0_1} = 0.2P = 0.2 \times 10 = 2\ atmos$

الحالة (1)

كسر المول للأكسجين عند، $x_{0_2} = 0.1 = \frac{P_{0_2}}{P}$ ، $\therefore P_{0_1} = 0.1P = 0.1 \times 10 = 1\ atmos$

الحالة (2)

$$\therefore P_{N_1} = P - P_{0_1} = 10 - 2 = 8\ atmos$$

و $P_{N_2} = P - P_2 = 10 - 1 = 9\ atmos$

مُعدَّل انتشار كتلة الاكسجين لكل وحدة مساحة :

$$\frac{\mathrm{m}^{\circ}}{A} = \frac{DPM_O}{\bar{R}T(x_2 - x_1)} \ln \frac{P_{N_2}}{P_{N_1}}$$

$$\therefore \frac{\mathrm{m}^{\circ}}{A} = \frac{0.181 \times 10^{-4} \times 10.1325 \times 10^5 \times 32}{8.314 \times 10^3 \times 298 \times 0.002} \ln \frac{9}{8} = 0.01395\, kg/m^2 s$$

$$= \frac{0.01395 \times 10^3 \times 3600}{10^4} = 5.022\, g/cm^2 h$$

[2] أحسب مُعدَّل الانتشار لبُخار ماء من طبقة رفيعة لماء في قاع بئر ارتفاعها $6m$ إلى هواء جاف ينساب فوق أعلى البئر . افترض أنَّ النظام كُله يكون عند $298k$ وضغط جوي .

إذا كان قُطر البئر $3m$ ، أوجد الوزن الكلي للماء المنتشر في الثانية من سطح الماء في البئر . معامل الانتشار لبخار الماء في هواء جاف عند $298K$ و واحد ضغط جوي هو $0.256 \times 10^{-4}\ m^2/s$.

الحل :

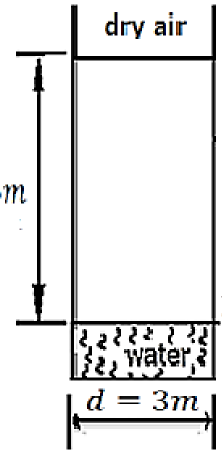
مُعدَّل انتشار أو انتقال كتلة بخار الماء ، $\mathrm{m}^{\circ}_w = ?$

$$T = 25℃ = 25 + 273 = 298K$$

$$P = P\ atmos. = 1.01325\ bar = 10.1325\, N/Cm^2$$

مُعامِل الانتشار أو الانتشارية ، $D = 0.256 \times 10^{-4}\, m^2/s \ \ = 0.256\, cm^2/s$

عند سطح الماء ، يكون الهواء مُشبَّعاً ببخار الماء .



شكل رقم (4.6)

بالرجوع إلى الشكل رقم (4.6) أعلاه:

من الجداول ، عند 25°C :

$$P_g = P_{w_1} = 0.03166\ bar$$

$$\therefore P_{A_1} = P - P_{w_1} = 1.01325 - 0.03166 = 0.98159\ bar$$

$$P_{w_2} = 0\ (dry\ air)$$

$$P_{A_2} = \mathrm{P} - P_{w_2} = 1.01325 - 0 = 1.01325\ bar$$

$$\mathrm{m}^{\circ}{}_{w} = \frac{DAPM_w}{\bar{R}T(x_2 - x_1)} \ln \frac{P_{A_2}}{P_{A_1}}$$

$$\mathrm{m}^{\circ}{}_{w} = \frac{0.256 \times \frac{\pi}{4} \times 300^2 \times 10.1325 \times 18}{8.314 \times 10^3 \times 10^2 \times 298 \times 600} \ln \frac{1.01325}{0.98189} = 7.05 \times 10^{-7}\ kg/s$$

$$= 7.05 \times 10^{-4}\ g/s$$

$$= 2.538\ g/h$$

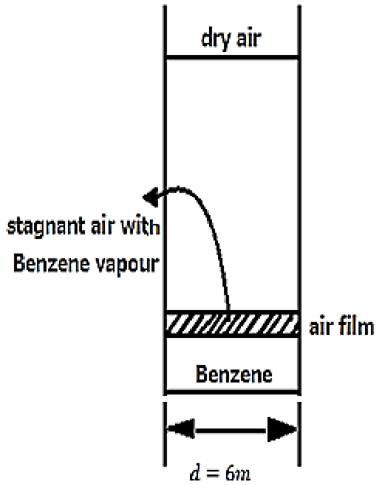
[3] خزّان اسطواني مفتوح ، قطره $6m$ ، يحوي بنزين عند 25°C يكون مُعرَّضا للجو بأسلوب يجعل السائل مُغطى بشريحة هواء راكدة يتم تقدير سمكها بـ $5mm$. يتم بتجاهل تركيز البنزين خلف الشريحة الراكدة . يكون

ضغط بُخار البنزين عند $25°C$ مساوياً لـ $100\ mm\ Hg$. إذا كان سعر لتر البنزين واحد دولار ، ما هو فقد البنزين من الخزان بالدولارات في اليوم؟

الانتشارية المولارية (الجزيئية) (***Molar diffusivity***) لبنزين في هواء عند $25°C$ وضغط جوي واحد هي $277.7\ cm^2/hr$. كثافة البنزين عند $25°C$ تساوي $0.88\ g/ml$.

الحل:

بالرجوع إلى الشكل (4.7) أدناه :



شكل رقم (4.7)

$$T = 25°C = 25 + 273 = 298K$$

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 5mm = 5 \times 10^{-3}m = 0.005m$$

$$C_{B_2} = \rho_{B_2} = 0$$

$$P_{B_1} = 100mm\ Hg$$

كُلفة واحد لتر من البنزين = $1\$$

أحسب كُلفة فقد البنزين = ؟ بالدولار / يوم

$$P = 1atmos = 1 \times 1.01325bar = 1.01325bar$$

$D =$ مُعامل الانتشار أو الانتشارية $= 277.7\, cm^2/hr$

$$= \frac{277 \times 10^{-4}}{3600}\ \ m^2/s$$

$$\rho\ Benzene = 0.88\, g/ml = \frac{0.88 \times 10^{-3}}{10^{-3} \times 10^{-3}} = 0.88 \times 10^3\, kg/m^3 = 880\, kg/m^3$$

مُعدَّل انتقال كتلة البنزين يتم إعطاؤها بالمعادلة التالية:

$$\mathrm{m}^{\circ}{}_b = \frac{DAPM_b}{\bar{R}T(x_2 - x_1)} \ln \frac{P_{A_2}}{P_{A_1}}$$

$\mathrm{m}^{\circ}{}_b = \frac{DAPM_b}{\bar{R}T(x_2 - x_1)} \ln \frac{P_{A_2}}{P_{A_1}}$ ، مُعدَّل انتشار أو انتقال كُتلة البنزين

$$P_{B_1} = 100mm\, Hg$$

$$P = \rho_m g H_m = \rho_B g H_B$$

$$13.6 \times 10^3 \times o.1 = 880 \times H_B$$

$H_B = 1.545m$ (من البنزين)

$$P_{B_1} = \rho_B g H_B = 880 \times 9.81 \times 1.545 = 13337.7\, N/m^2$$

$$= 0.1334\, bar$$

$$P_{A_1} = P - P_{B_1} = 1.01325 - 0.1334 = 0.87988\, bar$$

$$P_{B_2} = 0(dry\ air)\left(\rho_{B_2} = 0\right)$$

$$\therefore P_{A_2} = P - P_{B_2} = 1.01325 - 0 = 1.01325\, bar$$

الوزن الجزيئي للبنزين **(Molecular weight of Benzene)** :

$M_b = 78$ ، $(C_6H_6 = 12 \times 6 + 1 \times 6 = 72 + 6 = 78)$

$$\mathrm{m}^{\circ}{}_{b}=\frac{\frac{277.7\times 10^{-4}}{3600}\times\frac{\pi}{4}\times 6^{2}\times 1.01325\times 10^{5}\times 78}{8.314\times 10^{3}\times 298\times 0.005}\ln\frac{1.01325}{0.87985}=0.01964\,kg/s$$

$$\mathrm{m}^{\circ}{}_{b}\left(\text{بالـ}\ kg/day\right)=0.01964\times 3600\times 24=1697\,kg/day$$

كثافة البنزين ، $0.88\,g/ml=0.88\,kg/L$

فقد البنزين $=\frac{1697}{0.88}=1928.4\,L/day\left(\frac{kg/day}{kg/L}\right)$

تكلفة فقد البنزين $= 1\times 1928.4=1928.4\$$

[4] طبقة من البنزين عمقها $1mm$ تقع عند أسفل (قاع) خزان مفتوح قطره $5m$ حيث الضغط الجوي يساوي $1.013\,bar$ تكون درجة حرارة الخزان $22°C$ وضغط بخار البنزين في الخزان يساوي $13.3\,kN/m^2$. إذا كانت انتشارية البنزين في الهواء هي $8\times 10^{-6}\,m^2/s$ ويمكن افتراض أن الانتشار يحدث خلال شريحة هواء راكدة سمكها $3mm$ ، ما هو الزمن الذي سيستغرقه البنزين للتبخر.

خُذ كثافة البنزين هي $880\,kg/m^3$ ووزنه الجزئي 78 .

بالترميز المعتاد :

$$\mathrm{m}^{\circ}{}_{b}=\frac{DAPM_b}{\bar{R}Tx}\ln\left(\frac{P_{A_2}}{P_{A_1}}\right)$$

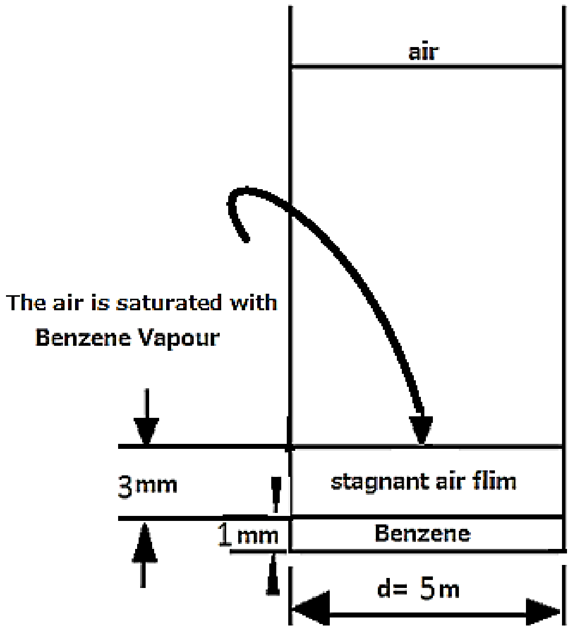
(حيث : $\bar{R}=8.314\,kj/kmolK$)

الحل:

بالرجوع إلى الشكل رقم (4.8) أدناه:

$$P=P\ atmos.=1.013\,bar$$

$$T = 22°C = 22 + 273 = 295\ K$$



شكل رقم (4.8)

$$P_{b_2} = 13.3 \times 10^3\ N/m^2 = 0.133\ bar$$

$$P_{b_1} = \rho g h = 0$$

$$P_{A_1} = P - P_{b_1} = 1.013 - 0.133 = 0.88\ bar$$

$$P_{A_2} = P - P_{b_2} = 1.013 - 0 = 1.013\ bar$$

$$\mathrm{m}^{\circ}{}_{b} = \frac{8 \times 10^{-6} \times 1.013 \times 10^5 \times 78 \times \frac{\pi}{4} \times 5^2}{8.314 \times 10^3 \times 0.003 \times 295} \ln \frac{1.013}{0.88} = 0.02374\, kg/s$$

أيضاً ،

$$\mathrm{m}^{\circ}{}_{b} = \frac{\rho V}{t} = \frac{880 \times \frac{\pi}{4} \times 5^2 \times 0.001}{t} = \frac{17.28}{t}$$

$$\therefore t = \frac{17.28}{0.02374} = 727.83 s = 12.13\ min = 0.2022\ hr$$

[5] أنبوب بقطر صغير يتم ملئه بأستون $(acetone)$ $\rho = 0.79\, g/cm^3$ حتى $1.10cm$ من أعلى الانبوب ويتم إعداده عند درجة حرارة مقدارها 20°C في تيار هواء هادئ .

بعد خمس ساعات هبط منسوب السائل إلى $2.05cm$ من أعلى الأنبوب. أحسب انتشارية الأستون في الهواء بالـ cm^2/s إذا كان الضغط البارومتري يساوي $750\, mm\, Hg$. يكون ضغط بخار الأستون عند درجة حرارة 20°C مُكافِئاً لـ $180\, mm\, Hg$. (خُذ الوزن الجزيئي للأستون مُكافِئاً لـ 58) .

الحل:

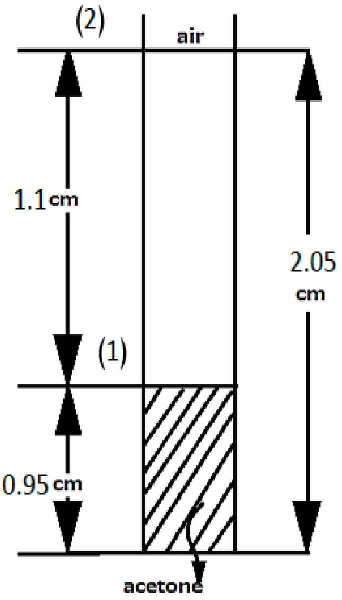
بالرجوع إلى الشكل رقم (4.9) أدناه :

$$t = 5hrs = 5 \times 3600s = 18000\, s$$

$$T = 20°\text{C} = 20 + 273 = 293K$$

$$\rho_{acetone} = 0.79\, g/cm^3 = 790\, kg/m^3$$

$$D = ?$$



شكل رقم (4.9)

$$P = P_{barometric} = 750\, mm\, Hg$$

$$P_{ac_1} = 180mm\,Hg$$

$$P = \rho_{ac} g h_{ac} = \rho_m g h_m$$

$$790 \times h_{ac} = 13.6 \times 10^3 \times 0.18$$

$$\therefore h_{ac} = 3.1m$$

$$P_{ac_1} = \rho g h_{act} = 790 \times 9.81 \times 3.1 = 24015\, N/m^2 = 0.24\, bar$$

$$P_{ac_2} = \ 0\ (dry\ air)$$

$$P_b = 6790 \times g \times h_b = 13.6 \times 10^3 \times \mathrm{g} \times 0.75$$

$$\therefore h_b = 12.91m$$

$$P = P_b = 790 \times 9.81 \times 12.91 = 100051\, N/m^2 \simeq 1bar$$

$$P_{A_1} = P - P_{ac_1} = 1 - 0.24 = 0.76\, bar$$

$$P_{A_2} = P - P_{ac_2} = 1 - 0 = 1\, bar$$

$$\mathrm{m}^{\circ}{}_{acetone} = \frac{DAPM_{actone}}{\bar{R}T(x_2 - x_1)} \ln \frac{P_{A_2}}{P_{A_1}}$$

$$\mathrm{m}^{\circ}{}_{acetone} = \frac{D \times \frac{\pi}{4} d^2 \times 1 \times 10^5 \times 58}{8.314 \times 10^3 \times 293 \times 0.011} \ln \frac{1}{0.76} = 59.4 \times \frac{\pi}{4} d^2 D \rightarrow (*)$$

أيضاً ، $\mathrm{m}^{\circ}{}_{acetone} = \frac{\rho V}{t} = \frac{790 \times \frac{\pi}{4} d^2 \times 0.0095}{5 \times 3600} \rightarrow (**)$

بمساواة المعادلتين$(*)$ و $(**)$ نحصل على :

$$59.4 \times D \times \frac{\pi}{4} d^2 = \frac{790 \times \frac{\pi}{4} d^2 \times 0.0095}{5 \times 3600}$$

$$\therefore D = \frac{790 \times 0.0095}{5 \times 3600 \times 59.4} = 7.02 \times 10^{-6}\, m^2/s = 0.0702\, cm^2/s$$

[6] هواء رطب عند 27°C ، ضغط جوي $1.013\ bar$ ورطوبة نسبية مقدارها 35% يهب فوق سطح ترعة مربعة بطول ضلع $15m$ تحتوي على ماء عند 27°C . السرعة المتوسطة للهواء هي $6\,m/s$ وتكون موازية لزوج واحد من أضلاع (جوانب) الترعة . أحسب المُعدَّل في الساعة الذي يفقد عنده الماء من سطح الترعة.

مُتوسط رقم نسيلت (*mean Nusselt number*) لانتقال الحرارة في سريان طولي فوق سطح مستوٍ يتم إعطاؤه بـ :

$$Nu = 0.036\,Pr^{1/3}\,(Re^{0.8} - 23100)$$

والعلاقة بين معامل انتقال الحرارة بالحمل h و مُعامِل انتقال الكُتلة بالحمل h_m يتم إعطاؤها بالمعادلة التالية:

$$\frac{h}{h_m} = \rho c_p \left(\frac{sc}{Pr}\right)^{2/3}$$

خذ مُعامِل الانتشار لبُخار الماء في الهواء عند درجة حرارة 27°C = $2.79 \times 10^{-5}\,m^2/s$.

الحل :

الهواء الرطب (moist air) :

$$T = 27°\mathrm{C} \text{ ، } P = 1.013\ bar$$

$$\phi = (relative\ humidity)\ \text{الرطوبة النسبية} = 0.35$$

$$C = 6m/s$$

الترعة (Pond):

$$A = 15 \times 15\ m^2 \text{ ، } T = 27°\mathrm{C}$$

معدل انتقال الكتلة بالحمل للماء ، $\mathrm{m}^{\circ}_{w} = ?$

$$\mathrm{m}^{\circ}{}_{w} = h_m A\left(C_{w_1} - C_{w_2}\right)$$

$$sh = \frac{h_m L}{D}$$

$$\therefore h_m = \frac{shD}{L}$$

$$C_{w_1} - C_{w_2} = \frac{M_w}{\bar{R}T}\left(P_{w_1} - P_{w_2}\right)$$

$$\phi = \frac{P_s}{P_g} = \frac{\text{الضغط الجزئي لبخار الماء في الهواء}}{\text{الضغط الجزئي لبخار الماء في الهواء في الحالة المشبعة عند نفس درجة الحرارة}}$$

من جداول البخار عند 27°C :

$$P_g = 0.03564\ bar$$

$$P_s = \phi P_g = 0.35 \times 0.03564 = 0.012471\ bar$$

$$P_g = P_{w_1} = 0.03564\ bar$$

$$P_s = P_{w_2} = 0.012471\ bar$$

$$\therefore C_{w_1} - C_{w_2} = \frac{18}{8.314 \times 10^3 (27 + 273)} (0.03564 - 0.012471) \times 10^5 = 0.01672\ kg/m^3$$

$$h_m = \frac{h}{\rho c_p \left(\frac{sc}{pr}\right)^{2/3}}$$

$$Nu = \frac{hl}{k}$$

من جداول (Dry air at law pressures) عند 27°C $\left(273 + 27 = 300K \text{ أو}\right)$:

$$Pr = 0.707 \text{ ، } Re = \frac{\rho cL}{\mu} \text{ ، } \rho = 1.177\ kg/m^3$$

$$\mu = 1.846 \times 10^{-5}\, kg/ms$$

$$Re = \frac{1.177 \times 6 \times 15}{1.846 \times 10^{-5}} = 5.74 \times 10^{6}$$

$$Nu = 0.036 \times 0.707^{1/3}[(5.74 \times 10^{6})^{0.8} - 23100] = 7448.31$$

$$Nu = \frac{hL}{k}$$

من الجداول ، $k = 2.624 \times 10^{-5}\, kw/mK$

$$7448.31 = \frac{h \times 15}{2.624 \times 10^{-5} \times 10^{3}}$$

$$\therefore\ h = 13.03\, w/m^2 k$$

$$sc = \frac{\nu}{D} = \frac{\mu}{\rho D} = \frac{1.846 \times 10^{-5}}{1.177 \times 2.79 \times 10^{-5}} = 0.562$$

$$h_m = \frac{13.03}{1.177 \times 1.0049 \times 10^{3} \left(\frac{0.562}{0.707}\right)^{2/3}} = 0.01284\, m/S$$

من الجداول ، $c_P = 1.0049\, kj/kg\ k$

$$\mathrm{m}^{\circ}_{w} = h_m A\left(C_{w_1} - C_{w_2}\right)$$

$$= 0.01284 \times 15^{2}(0.01672) = 0.0483\, kg/s$$

$$= 0.0483 \times 3600 = 174\, kg/hr \qquad \square$$

4.7 مسائل إضافية محلولة في انتقال الكتلة :

مثال (1) :

الأوزان الجزيئية لمكونتين A و B لخليط غازي هما 24 و 48 على الترتيب . وُجِدَ أنَّ الوزن الجزيئي للخليط الغازي هو 30°C . إذا كان تركيز الكتلة للخليط هو $1.2\,kg/m^3$ ، حدِّد الآتي :

i] كسور المول.

ii] كسور الكتلة.

iii] الضغط الكلي إذا كانت درجة حرارة الخليط هي $290\,K$.

الحل :

مُعطى :

$$T = 290\,K \text{ ، } \rho = 1.2\,kg/m^3 \text{ ، } M = 30 \text{ ، } M_B = 48 \text{ ، } M_A = 24$$

تركيز المول للخليط ، $C = \frac{\rho}{M} = \frac{1.2}{30} = 0.04$

أيضاً ، $C_A + C_B = C$

أو ، $C_A + C_B = 0.04 \rightarrow (i)$

و $\rho_A = M_A C_A = 24C_A$ ، $\rho_B = M_B C_B = 48C_B$

ولكن ، $\rho_A + \rho_B = \rho$

$$\therefore 24C_A + 48C_B = 1.2 \rightarrow (ii)$$

بحل المعادلتين (i) و (ii) آنياً نحصل على :

$$C_A = 0.03\, kg\ mole/m^3$$

و $C_B = 0.01\, kg\ mole/m^3$

$$\therefore\ \rho_A = M_A C_A = 24 \times 0.03 = 0.72\, kg/m^3$$

$$\rho_B = M_B C_B = 48 \times 0.01 = 0.48\, kg/m^3$$

i] كسور المول x_A و $x_B = ؟$

$$x_A = \frac{C_A}{C} = \frac{0.03}{0.04} = 0.75$$

$$x_B = \frac{C_B}{C} = \frac{0.01}{0.04} = 0.25$$

ii] كسور الكتلة ، w_A و $w_B = ؟$

$$w_A = \frac{\rho_A}{\rho} = \frac{0.72}{1.2} = 0.6$$

$$w_A = \frac{\rho_B}{\rho} = \frac{0.48}{1.2} = 0.4$$

iii] الضغط الكلي عند $T = 290K$ ، $P = ?$

باستخدام معادلة الغاز المثالي للخليط ، نحصُل على :

$$PV = mRT$$

$$Or\ ،\quad p = \frac{m}{V}RT = \rho RT = \rho \frac{\bar{R}}{M} T$$

$$\therefore\ P = 1.2 \times \frac{8.314}{30} \times 290 = 96.4\ \ kPa$$

مثال (2) :

وعاء يحتوي على خليط ثنائي من O_2 و N_2 ، بضغوط جزئية بنسبة 21% و79% عند درجة حرارة 15°C .

إذا كان الضغط الكلي للخليط يساوي $1.1\ bar$. أحسب الآتي:

i] تركيزات المول لكل عينة (أو مُكوِّن).

ii] كثافة الكُتلة لكل مُكوِّن أو تركيزات الكتلة لكل مُكوِّن.

iii] كسور الكتلة لكل مُكوِّن.

iv] كسور المول لكل مُكوِّن.

الحل:

مُعطى :

$$P = 1.1\ bar = 1.1 \times 10^5\ N/m^2 \ \text{،}\ T = 15 + 273 = 288K$$

i] تركيزات المول، C_{O_2} ، $C_{N_2} =$ ؟

$$C_{O_2} = \frac{P_{O_2}}{\bar{R}T} = \frac{0.21 \times 1.1 \times 10^5}{8.314 \times 10^3 \times 288} = 0.00965\ kg\,mole/m^3$$

$$C_{N_2} = \frac{P_{N_2}}{\bar{R}T} = \frac{0.79 \times 1.1 \times 10^5}{8.314 \times 10^3 \times 288} = 0.0363\ \ kg\,mole/m^3$$

ii] كثافات الكتلة ، ρ_{O_2} ، $\rho_{N_2} =$ ؟

$$\rho = MC$$

$$\rho_{O_2} = M_{o_2} \times C_{o_2} = 32 \times 0.00965 = 0.309\,kg/m^3$$

$$\rho_{N_2} = M_{N_2} \times C_{N_2} = 28 \times 0.0363 = 1.016\, kg/m^3$$

iii] كسور الكتلة w_{O_2} ، $w_{N_2} =$ ؟

$\rho = \rho_{O_2} + \rho_{N_2}$ ، كثافة الكتلة الكلية (للخليط) أو تركيز الكتلة للخيط

$$= 0.309 + 1.016 = 1.325\, kg/m^3$$

$$w_{O_2} = \frac{\rho_{O_2}}{\rho} = \frac{0309}{1.325} = 0.233$$

$$w_{N_2} = \frac{\rho_{N_2}}{\rho} = \frac{1.016}{1.325} = 0.767$$

iv] كسور المول ، x_{O_2} ، $x_{N_2} =$ ؟

$C = C_{o_2} + C_{N_2} = 0.00965 + 0.0363 \simeq 0.046\, kg\ mole/m^3$ ، تركيز المول للخليط

$$x_{O_2} = \frac{C_{O_2}}{C} = \frac{0.00965}{0.046} = 0.21$$

$$x_{N_2} = \frac{C_{N_2}}{C} = \frac{0.0363}{0.046} = 0.79$$

ملحوظة : كسور المول تكون مساوية لكسور الضغط الجزئي

Note: The molar fractions are equal to the partial pressure fractions

مثال (3) :

حاوية مستطيلة من الفولاذ سمك حائطها 16mm يتم استخدامها لتخزين هيدروجين غازي عند ضغط عالي .تركيزات المول للهيدروجين في الفولاذ عند السطح الداخلي والخارجي هما $1.2\ kg\ mole/m^3$ وصفر على

الترتيب . بافتراض معامل انتشار للهيدروجين في الفولاذ مساوٍ لـ $0.248 \times 10^{-12}\, m^2/s$ ، أحسب مُعدَّل الانتشار المولي للهيدروجين خلال الفولاذ .

الحل:

بالرجوع إلى الشكل (4.10) أدناه :

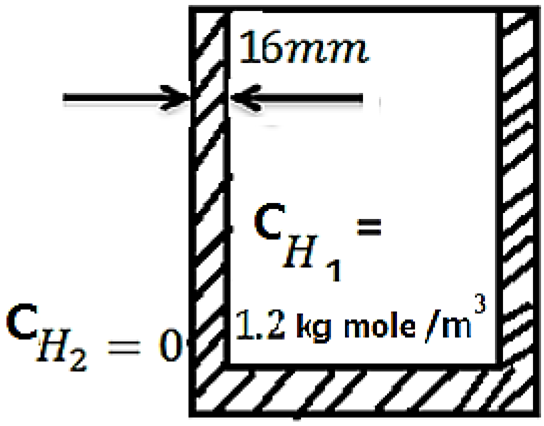
معطى :

$$C_{H_1} = 1.2\, kg\ \ mole/m^3 \text{ ، } \Delta x = x_2 - x_1 = 16mm = 0.016m$$

$$D_H = 0.248 \times 10^{-12}\, m^2/S \text{ ، } C_{H_2} = 0$$

$N_H = ?$ ، مُعدَّل الانتشار المولي للهايدروجين

مفترضاً بعد واحد وحالة مستقرة:



شكل رقم (4.10)

$$N_H = \frac{\mathring{m}_H}{A} = D_H \left[\frac{C_{H_1} - C_{H_2}}{x_2 - x_1}\right]$$

$$= 0.248 \times 10^{-12} \left[\frac{1.2 - 0}{0.016}\right] = 18.6 \times 10^{-12} kg\, mole/s.m^2$$

مثال (4) :

غاز الأمونيا والهواء في انتشار مضاد متساوي المولات في حاوية اسطوانية قطرها $3.5mm$ وطولها $25m$. يكون الضغط الكلي مُساوياً لواحد ضغط جوي ودرجة الحرارة 27°C . أحد طرفي الأنبوب يتم توصيله بمستودع من الأمونيا والطرف الآخر يكون مفتوحاً إلى الجو . إذا كانت انتشارية الكتلة للخليط هي $0.3 \times 10^{-4}\, m^2/s$ ، أحسب مُعدلات انتشار الكتلة للأمونيا في الهواء خلال الأنبوب بالـ kg/h .

الحل :

$$P_{A_2} = 0 \text{ ، } P_{A_1} = 1\, atmos. = 1.01325 \times 10^5\, N/m^2 \text{ ، } \Delta x = x_2 - x_1 = 25m$$

$$d = 3.5mm = 0.0035m$$

$$T = 27 + 273 = 300K \text{ ، } D = 0.3 \times 10^{-4}\, m^2/s = 0.3 \times 10^{-4} \times 3600 = 0.108\, m^2/h$$

أجعل الرموز التحتية A و B ترمز للأمونيا NH_3 وللهواء على الترتيب .

$N_A = \frac{\mathrm{m}^\circ_A}{M_A} = \frac{D_A}{\bar{R}T}\left[\frac{P_{A_1} - P_{A_2}}{x_2 - x_1}\right] [\because D_{AB} = D_{BA} = D]$، **مُعدَّل الانتشار المولي المستقر للمُكوِّنة (A)(للأمونيا)**

$$N_A = \frac{0.108 \times \left(\frac{\pi}{4} \times 0.0035^2\right)}{8.314 \times 10^3 \times 300}\left[\frac{1.01325 \times 10^5 - 0}{25}\right] = 1.6885 \times 10^{-9} kg$$

$\mathbf{m^\circ_{NH_3}}$ **or** $\mathbf{m^\circ_A = N_A M_A = 1.6885 \times 10^{-9} \times 17 = 28.7 \times 10^{-9}\, kg/h}$ ، **مُعدَّل انتقال الكُتلة للأمونيا**

$\mathrm{m}^\circ_{air} = \mathrm{m}^\circ_B = N_B M_B$ ، مُعدَّل انتقال الكُتلة للهواء

بما أنَّ الانتشار مضاد ومتساوي المولات ،

$$N_A + N_B = 0$$

أو $N_B = -N_A = -1.6885 \times 10^{-9} kg\, mole/h$

$$\therefore \mathrm{m}^{\circ}_{air} = \mathrm{m}^{\circ}_{B} = -1.6885 \times 10^{-9} \times 29 = -48.97 \times 10^{-9}\ kg/h$$

4.8 مسائل غير محلولة في انتقال الكتلة:

[1] الأوزان الجزيئية لمُكونتين A و B لخليط غازي هما 20 و 40 على الترتيب . وُجد أنَّ الوزن الجزيئي للخليط الغازي هو 25 . إذا كان تركيز الكتلة للخليط هو $1\, kg/m^3$ ، حدِّد الآتي:

[i] كسور المول للمكونتين .

[ii] *كسور الكتلة للمكونتين .*

[iii] مقدار الضغط الكلي إذا كانت درجة حرارة الخليط 27°C .

$Ans.\left\{(i)0.75\ \text{،}0.25\ \text{؛}\ (ii)0.6\ \text{،}\ 0.4\ \text{؛}\ (iii)\ 99.8kpa\right\}$

[2] وعاء يحتوي على خليط ثنائي من الأكسجين والنيتروجين بضغوط جزئية بالنسبة 0.21 و 0.79 عند درجة حرارة 27°C . إذا كان الضغط الكلي للخليط هو $1bar$. حدِّد :

[i] تركيز المول لكل مُكوِّنة.

[ii] *كثافة الكُتلة لكل مُكوِّنة .*

[iii] كسر الكُتلة لكل مُكوِّنة.

[iv] كسر المول لكل مُكوِّنة.

$Ans.\{(i)0.00842kg\, mole/m^3$ ، $0.03167kg\, mole/m^3$ ؛ $(ii)0269\ kg/m^3$ ، $0.887\, kg/m^3$ ؛ $(iii)0.233$ ، 0.767 ؛ $(iv)0.21$ ، $0.79\}$

[3] حاوية من الفولاذ مستطيلة بسمك حائط $15mm$ يتم استخدامها لتخزين هايدروجين غازي عند ضغط عالي . تركيز المول للهايدروجين في الفولاذ عند السطح الداخلي والخارجي هما $1\,kg\,mole/m^3$،وصفر على الترتيب . مفترضاً أنَّ مُعامل انتشار الهيدروجين في الفولاذ هو $25\times10^{-2}\ m^2/s$ ، أحسب مُعدَّل الانتشار المولي للهيدروجين خلال الفولاذ.

$Ans.\{16.66\times10^{-2}\,kg\,mole/s.m^2\}$

[4] وعاء عُمقه $30mm$ يتم ملئه بماء حتى منسوب $15mm$ ويتم تعريضه لهواء جاف عند $40°C$. بافتراض أنَّ انتشارية الكُتلة تساوي $0.25\times10^{-4}\,m^2/s$ ، أحسب الزمن المطلوب لتبخُر جميع الماء.

$Ans.\{47.14h\}$

[5] هواء عند 1 ضغط جوي و25 درجة مئوية ، يحتوي على كميات صغيرة من اليود ينساب بسرعة $6.2\,m/s$ داخل أنبوب قطره 35mm . أحسب معامل انتقال الكُتلة لليود .الخواص الحرارية الفيزيائية للهواء هي:

$$D=0.82\times10^{-5}\,m^2/S \text{ و } \nu=15.5\times10^{-6}\,m^2/s$$

$Ans.\{h_m=0.0197\,m/s\}$

[6] هواء عند $20°C$ $\left\{\nu=15.06\times10^{-6}\,m^2/s\text{ ، }\rho=1.205\,kg/m^3\text{ ، }D=4.166\times10^{-5}\,m^2/s\right\}$ يسري فوق وعاء بطول $320mm$ ، وبعرض 420 mm ملئ بماء. يسري الهواء بسرعة $2.8\,m/s$. الضغط الكلي للهواء المتحرك هو $1atmos.$ والضغط الجزئي للماء في الهواء هو $0.0068bar$. إذا كانت درجة الحرارة عند سطح الماء هي $15°C$، أحسب مُعّدل تبخر الماء؟

لسريان طباقي أو رقائقي خذ رقم شيروود ، $\mathrm{sh}=\frac{h_mL}{D}=0.664(Re)^{0.5}(sc)^{-0.33}$.

$Ans.\{2.421\times10^{-5}\,kg/s\ \ or\ 0.087\,kg/h\}$

[7] نتيجة لفتح عرضي لصمام فقد تدفق جزء من الماء على أرضية محطة صناعية . منسوب الماء المتدفق $1.2mm$ ودرجة الحرارة $25°C$. درجة حرارة وضغط الهواء هما $25°C$ و $1bar$ على الترتيب . الرطوبة النوعية للهواء هي $1.8\,g/kg$ من الهواء الجاف . مفترضاً $D = 0.25 \times 10^{-4}\,m^2/s$ وأنَّ التبخُر يحدُث بالانتشار الجزيئي خلال شريحة هواء سمكها $6mm$ ، حدد الزمن المطلوب لتبخر الماء بالكامل.

$Ans.\{t = 3.73h\}$

4.9 حل بعض المسائل السابقة في الفقرة (4.8) :

[1] حل المسألة رقم (6).

هواء عند :

$$\boldsymbol{D = 4.166 \times 10^{-5}\,m^2/s} \text{ ، } \boldsymbol{\nu = 15.06 \times 10^{-6}\,m^2/s} \text{ ، } \boldsymbol{\rho = 1.205\,kg/m^3} \text{ ، } \boldsymbol{t_{air} = 20}°C$$

أبعاد الوعاء:

طول= $0.32m = 230mm$ ، عرض = $0.42m = 420mm$

سرعة الهواء ، $C = 2.8\,m/s$ ، و $P_{air_{total}} = 1atmos = 1.01325bar$

$t_w = 15°C$ ، $P_{w_2} = 0.0068bar$

أحسب: $\mathrm{m}^{\circ}{}_{w} = ?$

لمعرفة نوع السريان ، دعنا أولاً نجد رقم رينولدز

$$Re = \frac{\rho CL}{\mu} = \frac{CL}{\nu} = \frac{2.8 \times 0.32}{15.06 \times 10^{-6}} = 0.595 \times 10^5$$

يمكن معاملة سريان الهواء كسريان فوق لوحٍ مستوٍ وبما أنَّ $Re < 5 \times 10^5$ فإن السريان سيكون رقائقياً.

رقم شيروود ، $\mathrm{sh} = \frac{h_m L}{D} = 0.664(Re)^{0.5}(SC)^{0.33}$

لكن ، SC (شميدت) رقم $= \frac{\nu}{D} = \frac{15.06\times10^{-6}}{4.166\times10^{-5}} = 0.3615$

$$\therefore Sh = 0.664(0.595\times10^5)^{0.5}(0.3615)^{0.33} = 115.772$$

$$or\ \ h_m = \frac{shD}{L} = \frac{115.772\times4.166\times10^{-5}}{0.32} = 0.0151\, m/s$$

من جداول (Further properties of water and steam or saturated water and steam) عند 15°C ،

P_{W_1} (الضغط المُشبَّع للماء عند 15°C) $= 0.01704\ bar$

$$h_{mp} = \frac{h_{mc}}{RT}$$

$h_{mp} = mass\ transfer\ coefficient\ based\ on\ pressure\ difference.$

$h_{mc} = mass\ transfer\ coefficient\ based\ on\ concentration\ difference.$

$$h_{mp} = \frac{0.0151}{287\times(15+273)} = 1.827\times10^{-7}\, m/s$$

مُعدَّل انتشار كتلة الماء يُعطى بـ :

$$\mathrm{m}^{\circ}{}_{w} = h_{mp}A\left(P_{w_1} - P_{w_2}\right)$$

$$= 1.827\times10^{-7}\times(0.32\times0.42)(0.01704-0.0068)\times10^5$$

$$= 2.6\times10^{-5}\, kg/s = 0.0937\, kg/h$$

[2] حل المسألة رقم (7).

منسوب الماء فوق الأرضية = $\boldsymbol{1.2mm}$ ، $\boldsymbol{T = 25 + 273 = 298k}$ ؛ $\boldsymbol{t_{air} = t_a = 25}$ ، $\boldsymbol{P_{air} = 1bar}$

الرطوبة النوعية للهواء ، $\omega = 1.8\, g/kg\ of\ dry\ air$

$$D = 0.25 \times 10^{-4}\, m^2/s$$

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 6mm = 0.006m$$

الزمن المطلوب لتبخر الماء بالكامل ، $t = ?$

من جداول (Further properties of water and steam) عند 25°C ،

$$P_g = P_{w_1} = 0.03166\ bar$$

يتم الحصول على P_{w_2} من تعبير الرطوبة النوعية الذي يُعطى بـ :

$$\omega = \frac{0.622 P_{w_2}}{P - P_{w_2}}$$

الرطوبة النوعية أو محتوى الرطوبة (ω) :

أو $1.8 \times 10^{-3} = \frac{0.622 \times P_{w_2}}{1 - P_{w_2}}$

أو $1.8 \times 10^{-3}(1 - P_{w_2}) = 0.622 P_{w_2}$

أو $0.0018 - 0.0018 P_{w_2} = 0.622 P_{w_2}$

أو $P_{w_2} = 0.00288\ bar$

$$(\mathrm{m}^\circ{}_w)_{total} = \frac{DAM_w}{\bar{R}T} \cdot \frac{P}{(x_2 - x_1)} \ln\left[\frac{P - P_{w_2}}{P - P_{w_1}}\right]$$

$$= \frac{0.25 \times 10^{-4} \times 1 \times 18}{8.314 \times 10^3 \times 298} \times \frac{1 \times 10^5}{0.006} \ln\left[\frac{1 - 0.00288}{1 - 0.03166}\right]$$

$$= 0.003027 \ln\left[\frac{0.997}{0.968}\right] = 8.935 \times 10^{-3}\, kg/s.m^2$$

مقدار الماء الكُلي المُتبخِّر لكل m^2 من المساحة:

$$m = \rho V = 10^3 \times 1.2 \times 10^{-3} \times 1 = 1.2kg$$

الزمن المطلوب ، $t = \frac{1.2}{8.935\times10^{-5}}$ ، $s = \frac{1.2}{8.935\times10^{-5}\times3600}$ ، $h = 3.73h$

4.10 تعريفات أساسية: (Fundamental definitions)

الرطوبة النوعية ، الرطوبة النسبية والتشبع المئوي :

: (Specific humidity , relative humidity and percentage saturation)

الرطوبة النوعية أو محتوى الرطوبة (ω):

$$\omega = \frac{m_s}{m_a} = \frac{\text{كتلة بخار الماء}}{\text{كتلة الهواء الجاف}} \rightarrow (1)$$

هي نسبة كتلة بخار الماء إلى كتلة الهواء الجاف في حجم مُعطى من الخليط .

الرموز التحتية s و a ترمزان للبخار والهواء الجاف .

بما أنَّ كلا الكتلتين تحتلان نفس الحجم V :

$$\omega = \frac{m_s}{m_a} = \frac{\rho_s V}{\rho_a V} = \frac{\frac{1}{v_s}}{\frac{1}{v_a}} = \frac{v_a}{v_s} \rightarrow (2)$$

v_a و v_s هما الحجوم النوعية للهواء الجاف والبخار على الترتيب .

بما أنَّ كل من البخار والهواء الجاف يتم اعتبارهما كغازات مثالية، بالتالي :

$$PV = mRT$$

$$m_s = \frac{P_S V}{R_s T} \quad \text{و} \quad m_a = \frac{P_a V}{R_a T}$$

أيضاً ، $R_S = \frac{\bar{R}}{M_s}$ and $R_A = \frac{\bar{R}}{M_a}$

بالتالي:

$$m_s = \frac{P_S V M_S}{\bar{R}T} \quad \text{و} \quad m_a = \frac{P_a V M_a}{\bar{R}T}$$

بالتالي بالتعويض في المعادلة (1) :

$$\omega = \frac{m_s}{m_a} = \frac{P_s V M_s}{\bar{R}T} \times \frac{\bar{R}T}{P_a V M_a} = \frac{M_s}{M_a} \times \frac{P_s}{P_a}$$

بالتالي، $\omega = \frac{18}{28.96} \times \frac{P_s}{P_a} = 0.622 \frac{P_S}{P_a}$

إذا كان الضغط الكلي هو (P) ، فمن قانون دالتون للخلائط :

$$P = P_a + P_s$$

بالتالي ، $\omega = 0.622 \left[\frac{P_s}{P - P_S}\right] \rightarrow (3)$

ملحوظة : الضغط الكلي هو عادة ما يتم التعبير عنه بالضغط البارومتري

الرطوبة النسبية للجو (ϕ):

هي نسبة الكتلة الفعلية لبخار الماء في حجم مُعطى إلى كُتلة بخار الماء في الحالة المشبعة عند نفس درجة الحرارة.

$$\phi = \frac{m_s}{(m_s)_{sat.}}$$

ملحوظة : **عادة ما يتم التعبير عن الرطوبة النسبية كنسبة مئوية**

$$m_s = \frac{P_S V}{R_S T} \quad و \quad (m_s)_{sat.} = \frac{P_g V}{R_S T}$$

حيث P_g هو ضغط التشبُّع عند درجة حرارة الخليط

$$i.e. \ \ \phi = \frac{P_S}{P_g} \rightarrow (4)$$

النسبة المئوية للتشبُع (Percentage saturation): (ψ)

هي نسبة الرطوبة النوعية لخليط إلى الرطوبة النوعية لخليط في الحالة المُشبَّعة عند نفس درجة الحرارة .

$$\psi = \frac{\omega}{\omega_g} \rightarrow (5)$$

ملحوظة : **عادة ما يتم تسمية النسبة $\frac{\omega}{\omega_g}$ بالتشبع النسبي (Relative saturation) أو درجة التشبُع $(Degree\ of\ saturation)$**

من المعادلات (3) ، (4) ، و (5) يمكن مُلاحظة :

$\psi = 100\phi \times \frac{(P-P_g)}{(P-P_S)}$ ، النسبة المئوية للتشبع (Percentage saturation)

الكتب والمراجع

الكتب والمراجع العربية:

1. أسامة محمد المرضي سليمان ، "مذكرات انتقال الحرارة الجزء الأول، الثاني والثالث" ، جامعة وادي لنيل ، كلية الهندسة والتقنية ، قسم الهندسة الميكانيكية، (2000م).

2. أسامة محمد المرضي سليمان ، "مذكرات انتقال الكتلة بالانتشار والحمل الجزء الأول، الثاني" ، جامعة وادي لنيل ، كلية الهندسة والتقنية ، قسم الهندسة الميكانيكية، (2005م).

3. أسامة محمد المرضي سليمان ، "مذكرات ديناميكا حرارية(1) و ديناميكا حرارية(2)" ، جامعة وادي لنيل ، كلية الهندسة والتقنية ، قسم الهندسة الميكانيكية، (2007م).

4. برهان محمود العلي ، أحمد نجم الصبحة ، بهجت مجيد مصطفى ، " ترجمة كتاب أساسيات انتقال الحرارة" ، مديرية دار الكتب للطباعة والنش ، جامعة لموصل ، الجمهورية العراقية ،(1988م).

الكتب والمراجع الإنجليزية:

1. Eastop and M$_c$Conkey, “Applied Thermodynamics for Engineering Technologists”, Longman Singapore Publishers LTD., Singapore, (1994).
2. Eastop T. D. and Croft D. R.,"Energy Efficiency", Longman Publisher, (1990).
3. Rogers and Mayhew," Engineering Thermodynamics Work and Heat Transfer”, Longman Group Limited London and New York, Third Edition, (1980).
4. Bruges E. A. ," Available Energy and second Law Analysis " ,Academic Press .,(1959).
5. Kauzmann W., "Kinetic Theory of Gases”, Benjamin, (1966).
6. Schneider P. J.,"Temperature Response Charts”, Wiley, (1963).
7. R. K. Rajput, "Heat and Mass Transfer”, S. Chand and Company LTD., New Delhi, (2003).

نبــذة عــن المــؤلــف:

أسامة محمد المرضي سليمان وُلِدَ بمدينة عطبرة بالسودان في العام 1966م. حاز على دبلوم هندسة ميكانيكية من كلية الهندسة الميكانيكية – عطبرة في العام 1990م. تحصَّل أيضاً على درجة البكالوريوس في الهندسة الميكانيكية من جامعة السودان للعلوم والتكنولوجيا – الخرطوم في العام 1998م ، كما حاز على درجة الماجستير في تخصص ميكانيكا المواد من جامعة وادي النيل – عطبرة في العام 2003م ودرجة الدكتوراه من جامعة وادي النيل في العام 2017م. قام بالتدريس في العديد من الجامعات داخل السودان، بالإضافة لتأليفه عشرين كتاب باللغة العربية ولعشرة كتب باللغة الإنجليزية بالإضافة لخمسين ورقة علمية منشورة في دور نشر ومجلات عالمية إلى جانب إشرافه على أكثر من مائتي بحث تخرج لكل من طلاب الماجستير، الدبلوم العالي، البكالوريوس، والدبلوم العام. يشغِل الآن وظيفة أستاذ مساعد بقسم الميكانيكا بكلية الهندسة والتقنية – جامعة وادي النيل. بالإضافة لعمله كاستشاري لبعض الورش الهندسية بالمنطقة الصناعية عطبرة. هذا بجانب عمله كمدير فني لمجموعة ورش الكمالي الهندسية لخراطة أعمدة المرافق واسطوانات السيارات والخراطة العامة وكبس خراطيش الهيدروليك.